

# 管道流的激光湍流相屏模型

苏 华<sup>1,2,3</sup> 王小军<sup>1,2</sup> 余 真<sup>1</sup> 唐 淳<sup>2,4</sup>

<sup>1</sup> 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094

<sup>2</sup> 中国工程物理研究院高能激光科学与技术重点实验室, 四川 绵阳 621900

<sup>3</sup> 中国工程物理研究院研究生部, 北京 100088

<sup>4</sup> 中国工程物理研究院应用电子学研究所, 四川 绵阳 621900

**摘要** 基于直接液冷的固体激光技术发展需要, 理论研究了管道流冷却流场的湍流特征诱导激光波前相位畸变的物理机理。利用管道湍流的统计特性, 提出了一套管道湍流激光相屏的构造方法。在不可压缩流假设下研究了两种湍流热效应(输运传热和耗散产热)引起的温度脉动对光束波前的影响。结果表明, 此状态下光束质量的退化主要来自于输运传热, 而非耗散产热。进一步讨论了轻微密度扰动导致的波前畸变量大小。

**关键词** 激光技术; 管道流; 湍流相屏; 相位畸变

**中图分类号** TN248.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.1002008

## Modelling Laser Phase Screen Induced by Turbulence in Channel Flow

Su Hua<sup>1,2,3</sup> Wang Xiaojun<sup>1,2</sup> Yu Zhen<sup>1</sup> Tang Chun<sup>2,4</sup>

<sup>1</sup> Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China

<sup>2</sup> Key Laboratory of Science and Technology on High Energy Laser, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China

<sup>3</sup> Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China

<sup>4</sup> Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China

**Abstract** Inspired by the technique development of solid-state lasers cooled by liquid directly, the phase aberrations at laser wavefront induced by the turbulence in channel flow is investigated theoretically. By means of the statistic characteristic of the channel-flow turbulence, a method to model the laser phase-screen induced by turbulence in channel flow is proposed. Within the assumption of incompressible fluid, there are two kinds of turbulence thermal mechanics, which are heat transfer of transport and heat generation of dissipation, that generate temperature fluctuations in both temporal and spatial regions, and further generate the phase screen induced by the channel-flow turbulence. The numerical result shows that the degeneration of beam quality is mainly caused by heat transfer of transport instead of heat generation of dissipation. The phase aberration induced by the density fluctuations is discussed as well.

**Key words** laser technique; channel flow; turbulence phase screen; phase aberration

**OCIS codes** 140.3580; 140.6810; 140.3410; 010.7060

## 1 引 言

在高功率固体激光器中, 对激光介质高效均匀地冷却是提高激光器性能的重要措施之一。对于大

口径片状介质如薄板条, 为减少横向温度梯度引起的光程差, 同时避免焊接带来的表面形变, 可以采用冷却液与介质表面直接接触的双面冷却方式, 此时

**收稿日期**: 2013-04-10; **收到修改稿日期**: 2013-05-27

**基金项目**: 中国工程物理研究院基金(2010B0401059)

**作者简介**: 苏 华(1982—), 男, 博士研究生, 助理研究员, 主要从事高能固体激光器激光物理与技术等方面的研究。

E-mail: su\_hua@iapcm.ac.cn

**导师简介**: 唐 淳(1967—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事高功率全固态激光技术和半导体激光器封装技术等方面的研究。E-mail: tangchun21@gmail.com

激光需穿过冷却流场<sup>[1]</sup>。因此冷却流场的设计除需满足换热能力的要求外,还需要考虑流场运动状态对光场的影响。

目前,关于流场对光场影响的研究可按流体类型分为气体流场和液体流场。气体流场中主要关注气流密度扰动引起的折射率起伏对光场的影响,如激光在大气中的传输<sup>[2]</sup>、气动光学等<sup>[3]</sup>,其中大气湍流相屏的构造采用湍流空间谱密度函数。液体流场方面主要集中在液体激光器中,其工作物质是掺有稀土激活离子的流动液体,如2003年美国利弗莫尔实验室<sup>[4]</sup>报道的激光二极管抽运掺Nd<sup>3+</sup>无机液体激光体系。在此类激光器中,影响激光的因素包括液体的吸收、散射、流动以及湍流效应等。研究人员相继开展了液体激光体系中热流场对激光光束质量影响的理论和实验研究<sup>[5-7]</sup>,其中流场设计多为层流流动,未考虑湍流效应。袁永轲等<sup>[8-9]</sup>采用粘性耗散和热传导处处为零的假设,建立了湍流场中温度扰动与湍流强度的关系,研究了湍流强度对激光传输的影响。上述研究中的液体作为工作物质参与了激光的产生和放大过程,而关于冷却液流动对激光影响的研究报道较少。

固体激光器中的冷却流场属于管道流,就对流换热能力而言湍流优于层流<sup>[10]</sup>。但是湍流在时空上表现出随机脉动特征,且脉动的特征时间(微秒量级)远大于激光穿过流场的时间(纳秒量级),激光完全可以“感受”到脉动信息,因此必须考虑脉动引起的光程差对激光波前的影响。同时,由于管道流中湍流脉动的频率较高(大于1 kHz),无法通过主动光学校正系统加以补偿,因此其将给出激光光束质量的物理极限。本文主要关注冷却液湍流流动引起的脉动温度对光场的影响。通过分析管道流湍流的特征,建立流场宏观状态量与流体折射率起伏的联系,根据湍流脉动的统计信息构造湍流相屏,并考察其对穿过流场的激光光场的影响。

## 2 管道流湍流脉动的统计特性

众所周知,湍流模式理论通过求解雷诺平均运动方程和脉动运动方程可以给出脉动量的时均信息,如k-ε模型中的湍动能k和湍能耗散ε,但无法直接给出其分布<sup>[11]</sup>。另一方面,在均匀各向同性湍流(如大气湍流)中,可以利用湍流统计理论中的空间谱模型通过随机抽样构造脉动量分布,进而得到湍流相位屏<sup>[2]</sup>。对于管道流湍流,虽然不满足均匀各向同性,但是可以根据其统计特性通过模式理论和

统计理论相结合的方法来构造其脉动量的分布。

管道中的湍流流场本质上是壁湍流的一种<sup>[11]</sup>。充分发展的不可压缩壁湍流具有以下性质:1)平均运动是统计定常的单向平行直线运动;2)脉动速度场在流向和展向都是统计均匀的。也就是说在垂直于壁面方向湍流的平均运动呈现类似层流的分层流动,且在每个流层中湍流在流向和展向均可看作是均匀定常湍流。对于均匀定常湍流,由随机变量的各态遍历原理知,系统的系综平均、时间平均和空间平均相互等价<sup>[12]</sup>。因此,管道流湍流可以用模式理论中的雷诺时均方程来描述,且由于脉动量的空间平均等于时间平均,所以可以得到湍流各流层脉动量的统计平均量(如均值、方差等)和空间频率信息;再结合湍流谱模型通过随机抽样构造得到脉动量的空间分布。

以脉动温度δT为例,流层所在的(x,y)平面内

$$\delta T(x, y) = \sum_i^{N_x} \beta_{xi} f(\alpha_{xi} x) \sum_j^{N_y} \beta_{yj} f(\alpha_{yj} y), \quad (1)$$

式中f(α<sub>xi</sub>x)为一组正交基,这里取三角函数,(α<sub>xi</sub>, α<sub>yj</sub>)分别为x和y方向(流向和展向)的空间频率,由湍流的特征空间尺度决定,(β<sub>xi</sub>, β<sub>yj</sub>)为湍流谱,通过随机抽样产生,这里假设管道流的空间谱满足均匀分布。构造出的δT(x,y)还需根据由模式理论得到的脉动温度空间统计平均量(如均值、方差等)进行归一化。

## 3 管道流激光湍流相屏

流场对光场的影响主要反映在流体折射率改变引起的光程差(OPD)变化,因此需建立流体宏观状态量与流体折射率起伏的关系。流体的宏观热力学量包括密度、温度和压强,除极少数情况,液体均可视为不可压缩流体,即密度为常数。那么流体状态方程意味着压强和温度只有一个变量是独立的,方便起见可以利用折射率随温度的改变来描述不可压缩流体对光的影响:

$$S_{OPD} = \sum_i \frac{dn}{dT} \delta T_i(x, y) \frac{dz_i}{\lambda_L}, \quad (2)$$

式中dn/dT为流体的热光系数,λ<sub>L</sub>为激光波长,求和基数i来自于光路方向上的各流层,dz为流层厚度。注意,此处光程差的定义以激光波长λ<sub>L</sub>为单位。因此,只要构造出湍流各流层脉动温度的空间分布,利用(2)式即可得到管道流湍流相屏。

湍流中涡能量传递的级串原理认为<sup>[11]</sup>:湍流运动可看成由不同尺度的旋涡运动叠加而成,大旋涡将

逐级破裂形成较小的旋涡,旋涡不断产生和破裂的过程即是涡能量传递的过程;当旋涡尺度达到某一层级时,由于粘性作用很大,旋涡的动能会全部为粘性所消耗而转化为热能,如图 1 所示。对脉动能量传递过程的分析可知脉动温度的产生主要有湍热流运输传热和湍动能耗散产热两种机制(以下简称运输传热和耗散产热)<sup>[13]</sup>。其中,运输传热是指脉动速度引起的脉动热流导致的传热;耗散产热是指在涡能量串级传递的末端,最小尺度涡通过粘性耗散将能量全部转化为流体的内能,从而引起温度的脉动。

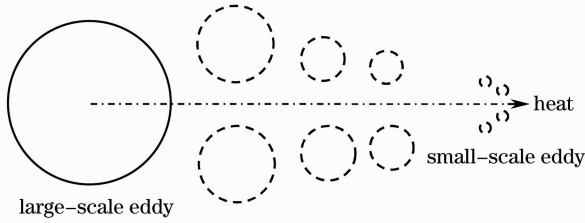


图 1 湍流涡能量传递示意图

Fig. 1 Schematic map of turbulence eddy energy transition

针对固体激光冷却流场建立如图 2 所示的计算模型:激光介质内表面与冷却液直接接触,外表面取为周期性边界,激光光路垂直于冷却液流动平面。以下分别从运输传热和耗散产热两方面构造脉动温度分布和湍流相位屏,并考察其对激光光束质量的影响。

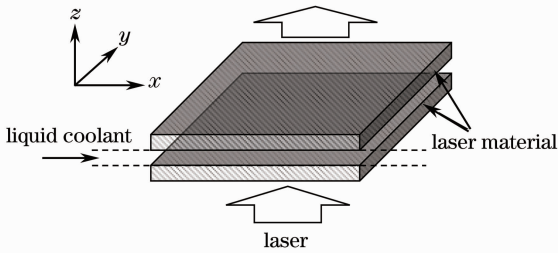


图 2 冷却流场构型示意图

Fig. 2 Schematic map of liquid coolant flow structure

### 3.1 运输传热引起的湍流相屏

当考虑传热过程时,湍流  $k-\epsilon$  模型中会出现脉动热流时均项  $\overline{\delta u_i \delta T}$  和脉动温度平方时均项  $\overline{(\delta T)^2}$ 。为了使方程组封闭可解,使用 Boussinesq 涡粘性假设建立了这两项与宏观温度梯度之间的关系<sup>[11,13]</sup>

$$\begin{cases} \overline{\delta u_i \delta T} = -\alpha_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = -\frac{C_\mu k^2}{Pr_\epsilon \epsilon} \frac{\partial T}{\partial x_i}, \\ \overline{(\delta T)^2} = -2R \frac{k}{\epsilon} \overline{\delta u_i \delta T} \frac{\partial T}{\partial x_i}, \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\delta u_i (i = x, y, z)$  为各方向的脉动速度,  $k$  和  $\epsilon$  分别为湍动能和湍能耗散。将  $\overline{\delta u_i \delta T}$  和  $\overline{(\delta T)^2}$  两式合并得

$$\begin{cases} \overline{(\delta T)^2} = C^2 l^2 \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2, \\ C = \sqrt{2RC_\mu / Pr}, l = k^{3/2} / \epsilon, \end{cases} \quad (4)$$

式中经验常数  $C_\mu = 0.09$ , 普朗特数  $Pr = 0.8 \sim 1.3$ ,  $l$  为湍流大涡的特征尺度。易知脉动温度的时均值满足  $\overline{\delta T} = 0$ 。

由湍流相屏 OPD 的定义(2)式可得到其方差

$$D_{OPD} = \left( \frac{dn}{dT} \frac{C}{\lambda_L} \right)^2 \sum_i^N l_i^2 (\Delta T_i)^2, \quad (5)$$

式中,求和基数  $i$  来自壁面法向方向的流场离散分层。显然  $D_{OPD}$  由各流层的大涡特征尺度  $l_i$  和时均温度差  $\Delta T_i$  共同决定。由于管道流的大涡特征尺度沿壁面法向方向分布较均匀,而时均温度梯度在中心处较小,在靠近壁面处最大,因此 OPD 的方差可近似由壁面处的大涡特征尺度  $l$  和时均温度差  $\Delta T$  来表示:

$$D_{OPD} \approx 2 \left( \frac{dn}{dT} \frac{C}{\lambda_L} \right)^2 l^2 (\Delta T)^2. \quad (6)$$

以水为例,冷却流层厚度  $d = 0.5 \text{ mm}$ , 流速  $u = 4 \text{ m/s}$ , 则管道雷诺数  $Re = 4000$ 。取 Nd:YAG 晶体厚度为  $1 \text{ mm}$ , 热加载功率密度为  $80 \text{ W/cm}^2$ , 利用湍流  $k-\epsilon$  模型进行流固耦合模拟给出流体时均温度、湍动能和湍流耗散分布,进而构造得到运输传热引起的湍流相屏,如图 3 所示。由图可知,OPD 的峰谷值(PV)和方均根值(RMS)分别为  $0.157 \lambda$  和  $0.02 \lambda$ 。按此外推到两倍的热加载功率密度,每片 Nd:YAG 对应的湍流相屏 RMS 约为  $0.04 \lambda$ , 则当激光单程通过 10 层以上流层时,湍流将会明显影响到激光光束质量。

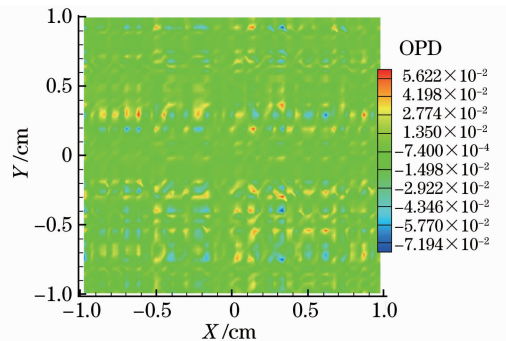


图 3 湍流运输传热引起的湍流相屏

Fig. 3 Turbulence phase screen induced by heat transfer of transport

进一步研究表明,湍流大涡特征尺度  $l$  和时均温度差  $\Delta T$  满足如下规律

$$\begin{aligned} l &\propto \frac{1}{u/\nu} \propto \frac{d_c}{Re}, \nu_L = \frac{1}{l}, \\ h_c &\propto \frac{u}{\nu^\alpha} \propto Re^{\frac{1-\alpha}{d_c}}, \alpha = 0.737, \Delta T = \frac{q}{h_c}, \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $u$  为流速,  $d_e = 2d$  为特征长度,  $d$  为管道口径,  $\nu$  为粘性系数,  $\nu_L$  为大涡特征空间频率,  $h_c$  为壁面处的对流换热系数,  $q$  为界面处的热流密度。易知  $l$  和  $\Delta T$  与雷诺数  $Re$  近似成反比, 如图 4 所示。这是因为随着  $Re$  的增加, 界面处的对流换热增强, 温差  $\Delta T$  减小; 另一方面, 大尺度涡的能量更快地向小尺度涡传递和耗散, 特征尺度  $l$  相应减小。最终得到 OPD 的 RMS ( $X_{RMS}$ ) 随雷诺数  $Re$  的变化关系为

$$X_{RMS} \propto \left(\frac{d_e}{Re}\right)^2 \frac{q}{\nu^{1+\alpha}} \quad (8)$$

综上, OPD 的 RMS 值反比于雷诺数的平方, 而空间频率与雷诺数成正比, 如图 5 所示。可见, 随着雷诺数的增大, 运输传热引起的湍流相屏逐渐向幅度更小但频率更高的方向转化, 其对激光光束质量的影响需综合考虑这两方面的效应。

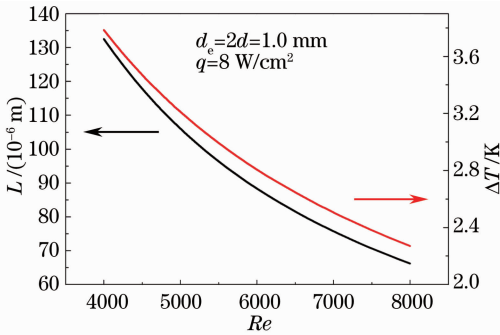


图 4 大涡特征尺度  $l$  和温差  $\Delta T$  随雷诺数  $Re$  变化

Fig. 4 Variations of large eddy scale  $l$  and temperature difference  $\Delta T$  with  $Re$

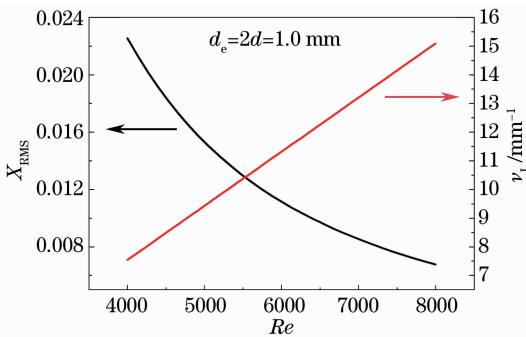


图 5 运输传热的 RMS 值和空间频率  $\nu_L$  随雷诺数  $Re$  变化

Fig. 5 Variations of RMS of heat transfer of transport and spatial frequency  $\nu_L$  with  $Re$

### 3.2 耗散产热引起的湍流相屏

湍流涡能量传递的级串原理表明湍动能  $k$  最终全部耗散转化为热能, 因此由流体内能定义知脉动温度的空间平均值等于时均值

$$\overline{\delta T} = \frac{\delta U}{C_p} = \frac{k}{C_p} \quad (9)$$

式中  $C_p$  为流体的比热容。由于湍流耗散由小尺度涡决定, 所以脉动温度的小涡空间频率  $\mu_L$  取决于小涡的特征尺度  $\eta$ :

$$\mu_L = \frac{1}{\eta}, \eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \quad (10)$$

湍流耗散相当于是以湍动能  $k$  为源项的产热过程, 必然伴随着热扩散。亦即耗散产热引起的脉动温度分布应是耗散产热和热传导共同决定的。热扩散速率  $a = \kappa\lambda/\rho C_p$ ,  $\kappa$  为热导率,  $\rho$  为密度。当热扩散尺度比小尺度涡特征尺度大一个量级时, 可认为温度已经均匀化, 而均匀温度分布对 OPD 无贡献。热扩散的特征时间取为  $t_a = (10\eta)^2/a$ , 在此时间内对 OPD 有贡献的小涡数量应为  $N = t_a/\tau$ ,  $\tau = (\nu/\epsilon)^{1/2}$  为小涡耗散的特征时间。对于统计独立的均匀分布,  $N$  个小涡引起的脉动温度时均值满足  $\overline{\delta T'} = \sqrt{N} \overline{\delta T}$ 。已知耗散产热引起的脉动温度的时均值  $\overline{\delta T'}$  和空间频率  $1/\eta$  即可构造脉动温度随机分布, 进而得到湍流相屏。

仍以水为例, 取流层厚度 2.5 mm, 流速  $u = 4$  m/s, 雷诺数  $Re = 20000$ , 晶体热加载功率密度  $80$  W/cm<sup>3</sup>。利用湍流  $k-\epsilon$  模型进行流固耦合模拟得到流体时均温度分布, 构造耗散产热引起的湍流相屏, 如图 6 所示。由图可知, 耗散产热引起的湍流相屏的 PV 和 RMS 均在  $10^{-6}$  左右, 比运输传热小至少两个量级, 因此其对激光光束质量的影响很小。

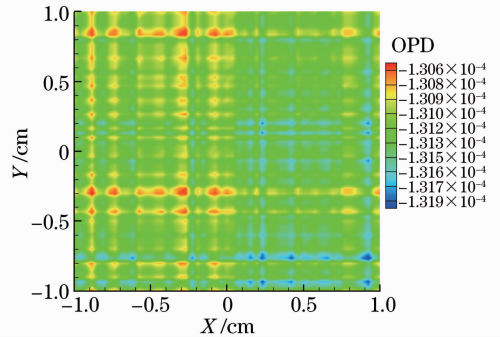


图 6 湍流耗散产热引起的湍流相屏

Fig. 6 Turbulence phase screen induced by heat generation of dissipation

由均匀分布的统计性质和光程差的定义知, 耗散产热引起的湍流相屏 OPD 的方差和 RMS 分别为

$$\begin{cases} D_{OPD} = \left(\frac{dn}{dT} \frac{dz}{\kappa}\right)^2 \cdot \frac{k^2}{3C_p^2} \\ X_{RMS} = \left(\frac{dn}{dT} \frac{dz}{\kappa}\right) \cdot \frac{k}{\sqrt{3}C_p} \end{cases} \quad (11)$$

进一步研究表明, RMS 和空间频率满足如下规律:

$$\begin{cases} X_{\text{RMS}} \propto k \propto \left(\frac{u}{\nu}\right)^2 \propto Re^2 \\ \mu_{\text{L}} \propto \frac{u}{\nu} \propto \frac{Re}{d_e} \end{cases}, \quad (12)$$

(12)式意味着 OPD 的 RMS 值正比于雷诺数的平方,而空间频率则正比于雷诺数,如图 7 所示。可见,随着雷诺数的增大,耗散产热引起的湍流相屏逐渐向幅度更大、频率更高的方向转化,但由于幅值较小所以对光场的影响可以忽略。

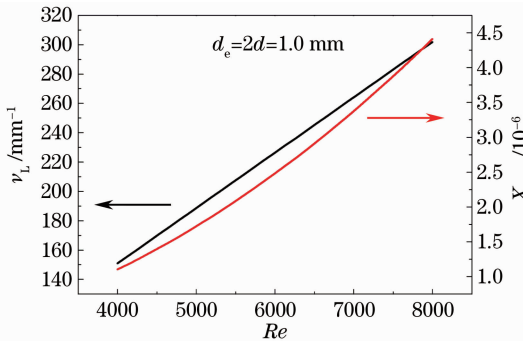


图 7 耗散产热 RMS 值和空间频率  $\nu_L$  随雷诺数  $Re$  变化

Fig. 7 Variations of RMS of heat generation of dissipation and spatial frequency  $\nu_L$  with  $Re$

### 3.3 密度扰动引起的湍流相屏

上述讨论中均假设管道流为不可压缩流动,但实际湍流流场中流体的密度总存在着微小的扰动。Lorentz-Lorenz 公式给出了折射率对密度的依赖关系<sup>[14]</sup>:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\alpha\rho}{A}, \quad (13)$$

式中  $\alpha$  为介质的平均极化率,  $n$  为介质的折射率,  $A$  为与物质分子量相关的常数。对(13)式微分后得到密度扰动  $\Delta\rho$  引起的折射率扰动:

$$\Delta n = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{6n} \frac{\Delta\rho}{\rho}. \quad (14)$$

由此引起的 OPD 的 RMS 为:

$$X_{\text{RMS}} \approx \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{6n} \frac{d}{\kappa} \frac{S_d(\Delta\rho)}{\rho}. \quad (15)$$

式中  $S_d(\Delta\rho)$  为  $\Delta\rho$  的标准差。以水为例,折射率  $n=1.328$ ,取流道厚度  $d=1$  mm,则 0.1% 的密度扰动即可引起  $0.3\lambda$  的波前扰动。由此可见,湍流引起的密度的微小扰动也会导致激光光束质量的退化。

## 4 结 论

提出了一种管道流激光湍流相屏构造方法:利用湍流模式理论对固体激光器中管道流冷却流场进行模拟,得到湍流脉动的统计分布信息;通过对湍流

流动和对流换热的理论分析,建立了流场宏观状态量与湍流脉动温度起伏的关系;利用湍流谱分布及其随机特性构造脉动温度分布,结合不可压缩流体的热光效应得到激光湍流相屏,考察了其对激光光束质量的影响。结果表明,光束质量的退化主要来自于湍流输运传热引起的温度脉动,特别是对于多片介质串接的构型影响更为明显;而湍流耗散产热的影响基本可以忽略。由于湍流脉动的高频特性和随机特性,其引起的波前畸变难以被校正,给出了激光光束质量的物理极限。因此,对于固体激光器管道流冷却流场的设计,应尽量避免流场的湍流流动。另一方面,虽然层流的换热能力和换热均匀性与湍流相比较弱,且引起的波前畸变比较严重,但理论上可以通过流场设计和 AO 校正予以克服,所以应尽量保证冷却流场的层流流动。

需要指出的是,所提出的相屏构造方法基于湍流统计理论,计算量远小于直接计算脉动量的方法(如直接模拟 DNS 和大涡模拟 LES),且可保证结论在定性规律和量级上的合理性。但是在构造相屏时使用了管道流湍流谱的均匀分布假设,关于其真实谱分布的相关研究较少,需结合湍流脉动量模拟(DNS 或 LES)和实验来进一步确定。

## 参 考 文 献

- 1 Michael D Perry, Paul S Banks, Jason Zweiback, *et al.*. Laser Containing a Distributed Gain Medium[P]. United States Patent, US007366211B2 2008-4-29.
- 2 Rao Ruizhong. Modern Atmospheric Optics [M]. Beijing: Science Press, 2012. 382-383.  
饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012. 382-383.
- 3 Li Guichun. Aero-Optics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006. 264-271.  
李桂春. 气动光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006. 264-271.
- 4 Brian J Comaskey, Walnut Creek, Eral R Ault, *et al.*. High Average Power Laser Gain Medium with Low Optical Distortion Using a Transverse Flowing Liquid Host [P]. US Patent: US20030206568A1, 2003-11-6.
- 5 Li Mi, Li Chunling, Wang Yali. Lasing characteristic research of Nd<sup>3+</sup>-doped inorganic liquid system under flowing status[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(s1): 57-60.  
李 密, 李春领, 王亚丽. 掺钕无机液体体系流动激光特性研究[J]. 中国激光, 2010, 37(s1): 57-60.
- 6 Wang Moge, Xu Xiaojun, Lu Qisheng. Influence of liquid flow on laser beam quality in liquid lasers[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(1): 131-135.  
王墨戈, 许晓军, 陆启生. 液体流动对激光光束质量的影响[J]. 中国激光, 2010, 37(1): 131-135.
- 7 Wang Pengfei, Ma Zairu, Li Mi, *et al.*. Effect of thermal flow field on the output field distribution of liquid lasers[J]. Laser Technology, 2010, 34(6): 861-864.  
王鹏飞, 马再如, 李 密. 流体液体激光器的热流场对输出光场的影响[J]. 激光技术, 2010, 34(6): 861-864.

- 8 Yuan Yongke, Xu Zheng, Li Mi, *et al.*. Effect of flow field characteristic in liquid laser system on thermal induced distortion [J]. *Chinese J Lasers*, 2008, 35(9): 1342-1345.  
袁永轲, 许正, 李密, 等. 液体激光系统流场对热致畸变的影响[J]. *中国激光*, 2008, 35(9): 1342-1345.
- 9 Yuan Yongke. Flow Field Characteristic Analysis of Inorganic Liquid Laser System [D]. Mianyang: China Academy of Engineering Physics, 2008. 13-16.  
袁永轲. 无机液体激光系统流场特性分析[D]. 绵阳: 中国工程物理研究院, 2008. 13-16.
- 10 Yang Shiming, Tao Wenquan. Heat Transfer [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. 243-245.  
杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006, 243-245.
- 11 Shi Xungang. Turbulence [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1994. 92-94.  
是勋刚. 湍流[M]. 天津: 天津大学出版社, 1994. 92-94.
- 12 Zhang Zhaoshun, Cui Guixiang, Xu Chunxiao. Theory and Modeling of Turbulence [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. 12-14.  
张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 湍流理论与模拟[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 12-14.
- 13 Zhou Lixing. Dynamics of Multiphase Turbulent Reacting Fluid Flows [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. 87-89.  
周力行. 多相湍流反应流体力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002. 87-89.
- 14 Born M, Wolf E. Principles of Optics [M]. Yang Jiasun Transl., Beijing: Science Press, 2009. 78-80.  
玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙译. 北京: 科学出版社, 2009. 78-80.

栏目编辑: 张 腾