

等光通量图透镜构造的改进

陈 琛 张晓晖

(海军工程大学兵器工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要 等光通量图法中透镜构造的精度应该得到进一步的提高。首先分析了这种透镜构造方法的本质,得到了其与微分方程数值解法中的欧拉法几何意义相同的结论。然后以龙格-库塔法为基础,对透镜构造方法做出了改进。在相同的条件下分别用两种方法设计两个发光角为 60° 的透镜,并在光学设计软件中进行了仿真。光线追迹结果表明,改进后的方法设计的透镜在目标面上形成的照度分布更接近设计预期。该方法实现了对透镜构造精度的提高。

关键词 光学设计;等光通量图;透镜精度;龙格-库塔法

中图分类号 O435.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.s216003

Improvement on the Lens Construction by Equi-Flux Map Method

Chen Chen Zhang Xiaohui

(Department of Ordnance Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China)

Abstract The precision of the lens construction by equi-flux map method should be improved. Firstly, the core of this method is analysed. The result shows that the geometric meaning of this method is the same as the Euler method in numerical method in solving differential equation. Then, based on Runge-Kutta method, the method of lens construction of equi-flux map is improved. Two lenses which have 60° beam angle are designed in the same condition. These two lenses are simulated in the optical design software. The result of ray tracing shows that the illuminance distribution of the lens designed in the improved method is closer to the prescribed distribution. The improvement of the precision of the lens construction is achieved by this method.

Key words optical design; equi-flux map; precision of lens; Runge-Kutta method

OCIS codes 080.2740; 220.2740; 220.4298; 220.2945

1 引 言

等照度图法已经发展为照明光学设计中一种重要的方法,它的思想来源于有限元分析中的网格划分。将光源的光强空间和目标面的照度空间划分为等光通量的网格,这些网格通过光线和透镜一一对应,利用斯涅尔定律求解透镜面形数据。W. A. Parkyn^[1,2]首先提出了将光源和目标面划分为相等光通量的网格,通过微分几何与斯涅尔定律求解透镜的面形数据的方法。这种方法减少了单纯利用微分几何来求解的难度。B. Parkyn^[3]在这种方法的基础上,提出了在构造透镜时用前一点的切平面与

当前点的入射光线作为当前点的思想,进一步简化了求解问题的难度。L. Wang 等^[4]采用分离变量的方法构造光通量映射图,并提出了误差控制的方法,但是构造的透镜曲面的过程仍然与文献[3]相同。Ding 等^[5]在裁剪法的基础上,利用等光通量图解微分方程求解透镜面形。K. Wang 等^[6]提出了针对扩展光源的反馈设计方法,但其透镜的构造过程并没有改变。Fournier 等^[7]提出了一种可以设计出连续透镜的可积分映射图。罗毅等^[8]提出了针对扩展光源的分离变量与区域反馈的设计方法,其透镜构造方法也没有改变。Chen 等^[9]设计了一种

收稿日期: 2012-07-20; **收到修改稿日期**: 2012-09-28

作者简介: 陈 琛(1986—),男,博士研究生,主要从事非成像光学设计方面的研究。

E-mail: chenchen2004025@gmail.com

导师简介: 张晓晖(1965—),女,教授,博士生导师,主要从事水下光电信号探测和激光成像方面的研究。

E-mail: zhangxiaohui505@vip.sina.com

用于 LED 准直的透镜,其透镜的自由曲面的构造沿用了文献[3]的方法。李林等^[10]在光源与目标面能量对应的前提下提出了一种用试错法来设计透镜的方法。

本文首先分析了二维情况下这种透镜构造方法的本质,即微分方程数值解法中的欧拉法。然后以对欧拉法的改进法为基础提出改进的方案,并利用一个实例设计透镜来验证这种改进,光线追迹的结果表明了改进方法的可行性。

2 改进的理论推导

图 1 所示为等光通量图透镜设计法的示意图,假设目标面照度分布和光源的光强分布都是旋转对称的。图中入射光线 I_{in} 之间所包含的光通量相等,设为 Φ ,目标面上点 T_i 之间的光通量也相等,也为 Φ 。则可以通过透镜建立光源发出的光线与目标面上点之间的一一映射。

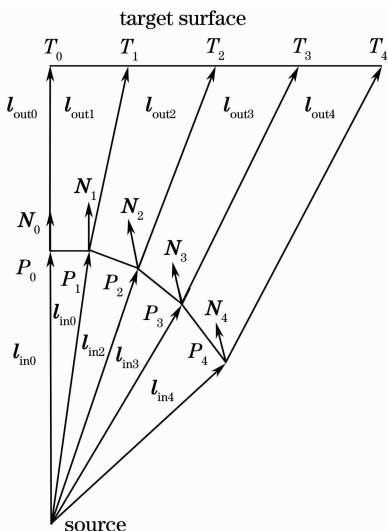


图 1 等光通量图构造透镜示意图

Fig. 1 Sketch map of the lens constructed by equi-flux map method

构造透镜的过程为:首先设定一个初始点 P_0 ,其坐标已知,这里假设为透镜的顶点,它与目标面上的中心点相对应,可以通过斯涅尔定律^[11]求得其法向量 N_0 ,即

$$[1 + n^2 - 2n(I_{out} \cdot I_{in})]^{1/2} = I_{out} - nI_{in}, \quad (1)$$

式中 I_{in} 为入射光线, I_{out} 为出射光线, n 为透镜折射率。得到法向量之后可以继续求得 P_0 点的切平面,而下一条入射光线 I_{in1} 与 P_0 点切平面的交点即为点 P_1 ^[3],后面点的构造与 P_1 点相同,通过这种方式得到一系列离散的点,用样条曲线连接这些点得到透镜的轮廓,绕对称轴旋转之后就可以得到整

个透镜的面形。

上面所述透镜的构造过程与微分方程的数值解法中欧拉法的几何意义完全相同^[12],基本思想都是以直代曲。本质上透镜构造的过程也是求解微分方程,但是通过网格划分和能量守恒化复杂的求解微分方程为简单的向量运算。因此,可以借用高精度的数值求解微分方程的方法作出高精度的透镜构造方法。

标准的一阶常微分方程为 $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, 其标准解法是四阶显示龙格-库塔法^[13],可写作^[12]

$$\begin{cases} y_{m+1} = y_m + \frac{h}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4), \\ k_1 = f(x_m, y_m), \\ k_2 = f\left(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{1}{2}hk_1\right), \\ k_3 = f\left(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{1}{2}hk_2\right), \\ k_4 = f(x_m + h, y_m + hk_3), \end{cases} \quad (2)$$

式中 h 为步长, y_m, y_{m+1} 为第 m 次和 $m+1$ 次迭代的函数值, x_m 为第 m 次迭代的自变量。其几何意义为^[12]: k_1 为初始的斜率; k_2 是中点斜率,通过欧拉法用斜率 k_1 决定 y 在 $x_m + h/2$ 处的值; k_3 也是中点的斜率,但是这次采用斜率 k_2 决定 y 值; k_4 是终点的斜率,其 y 值由 k_3 决定;取这 4 个斜率的加权平均值得到一个新的斜率值 $k = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$,用这个斜率值采用欧拉法再求解,这就是龙格-库塔法的意义。龙格-库塔法的误差为 h^4 阶,而欧拉法的误差为 h 阶,因此相对欧拉法,龙格-库塔法的精度得到了很大提高。因此基于龙格-库塔法的透镜构造方法其精度也将提高,下节将讲述这种透镜构造方法。

式中的斜率值采用欧拉法再求解,这就是龙格-库塔法的意义。龙格-库塔法的误差为 h^4 阶,而欧拉法的误差为 h 阶,因此相对欧拉法,龙格-库塔法的精度得到了很大提高。因此基于龙格-库塔法的透镜构造方法其精度也将提高,下节将讲述这种透镜构造方法。

3 透镜的构造

图 2 所示是基于龙格-库塔法的透镜构造方法示意图, P_m 为当前已经得到的透镜上的点, P_{m+1} 为需要求解的下一点, T_m 和 T_{m+1} 是目标面上与之对应的两点, P_{mid1} 和 P_{mid2} 是 P_m 和 P_{m+1} 两点之间的光通量的等分点, T_{mid} 是 T_m 和 T_{m+1} 的光通量等分点, I_{inm} 和 I_{inm+1} 是 P_m 和 P_{m+1} 两点的入射光线, I_{inmid} 是 P_{mid1} 和 P_{mid2} 两点的入射光线。其构造过程为:首先由透镜上的 P_m 点与目标面上与之对应的 T_m 点得到法向量 N_1 ,过 P_m 点作切平面 t_1 , t_1 与 I_{inmid} 的交点即为第一个中点 P_{mid1} ;利用(1)式求得 P_{mid1} 的法向

量为 N_2 ，过 P_m 以 N_2 为法向量做切平面 t_2 ， t_2 与 l_{inmid} 的交点为第二个中点 P_{mid2} ；再求 P_{mid2} 的法向量 N_3 ，过 P_{mid2} 做 l_{inmid} 的切平面 t_3 ， l_{inm+1} 和 t_3 的交点为 P'_{m+1} ，再求得 P'_{m+1} 的法向量 N_4 。根据龙格-库塔法的原理求 N_1, N_2, N_3, N_4 的加权平均为

$$N = \frac{1}{6}(N_1 + N_2 + N_3 + N_4). \quad (3)$$

最后，在 P_m 点用(3)式求得的向量 N 为法向量作切平面 t ，与 l_{inm+1} 的交点即为所求的 P_{m+1} 。下节将讨论在同样的条件下，用这种改进方法设计的透镜与改进之前的设计方法设计透镜的性能对比。

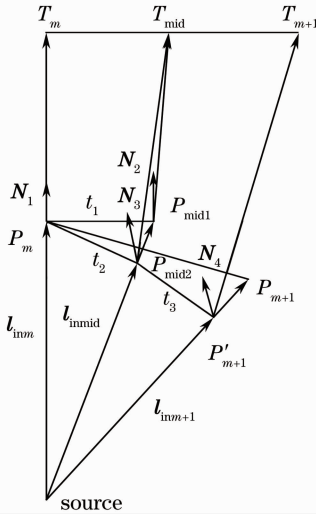


图2 基于龙格-库塔法的透镜构造示意图

Fig.2 Sketch map of the lens construction based on Runge-Kutta method

4 设计实例与分析

假设光源位于原点，其发光模型为朗伯型，即满足 $I = I_0 \cos \theta$ ，其中 θ 为光线与光轴的夹角， I 为 θ 方向的光强， I_0 为 θ 的方向上的光强。目标面为平面 $z = 2.5$ ，光源的光通量为 $\Phi = 100 \text{ lm}$ ，需要在目标面形成 60° 的照明面。透镜材料设为聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)，折射率为 1.49。光源和目标面的划分都为 500 等份，目的是要在照明面上实现均匀照面。设计目标如图 3 所示。

明确设计意图之后，根据相应的算法，在 Matlab 软件中编程计算透镜面型数据，得到数据之后在三维设计软件 Rhinoceros 中输入数据，得到透镜三维立体图如图 4 所示。

设计好的透镜在 Tracepro7.1 软件中作蒙特卡罗光学追迹，每一个透镜均追迹 20 万条光线。如图 5(a) 所示为改进前方法设计的 60° 透镜光线追迹

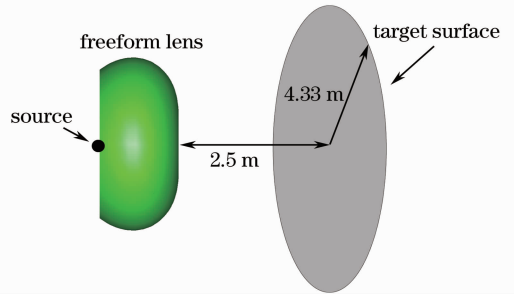


图3 设计目标示意图

Fig.3 Schematic of the design target

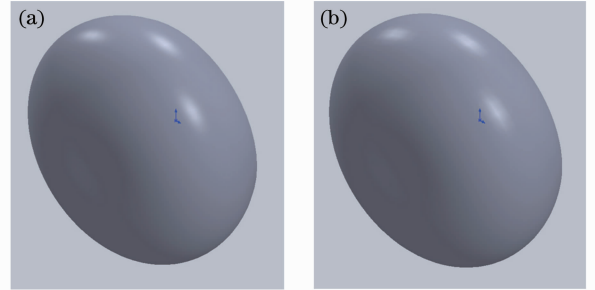


图4 改进前后算法设计得到的透镜的三维图。

(a)改进前;(b)改进后

Fig. 4 3D pictures of the designed lens with the algorithms before and after improvement. (a)

Before improvement; (b) after improvement

后的目标面上的照度分布结果，由图 5(a) 可知其在目标面上的照明并不十分均匀，且图像上的黑白不均反映出照度的抖动比较大。图 5(b) 改进后方法设计的 60° 透镜光线追迹后的目标面上的照度分布结果，由图 5(b) 可知，整个目标面上的照度分布非常的均匀，图像上有很大一部分的灰度是相同的，表明这些地方的照度基本相等。目标面上照度值的均方根由改进前的 0.6739 提高到改进后的 0.6484。因此仿真结果表明，对透镜的构造方法的改进达到了目的，提高了透镜构造的精度，使目标面上的照度分布更接近预期结果。

5 结论

等光通量图法是照明设计中的一种很重要的方法，它简单直观，方便构造实现各种照度分布的透镜，但是其构造的精度还有待提高。分析了这种方法构造透镜的本质，即其与微分方程数值求解中的欧拉法的几何意义是相同的。然后以微分方程数值解法中一种精度较高的方法四阶显式龙格-库塔法为基础，提出了一种改进的透镜构造方法。最后在相同的条件下分别以改进前和改进后的方法设计了 60° 的透镜，光线追迹的结果表明改进达到了提高透

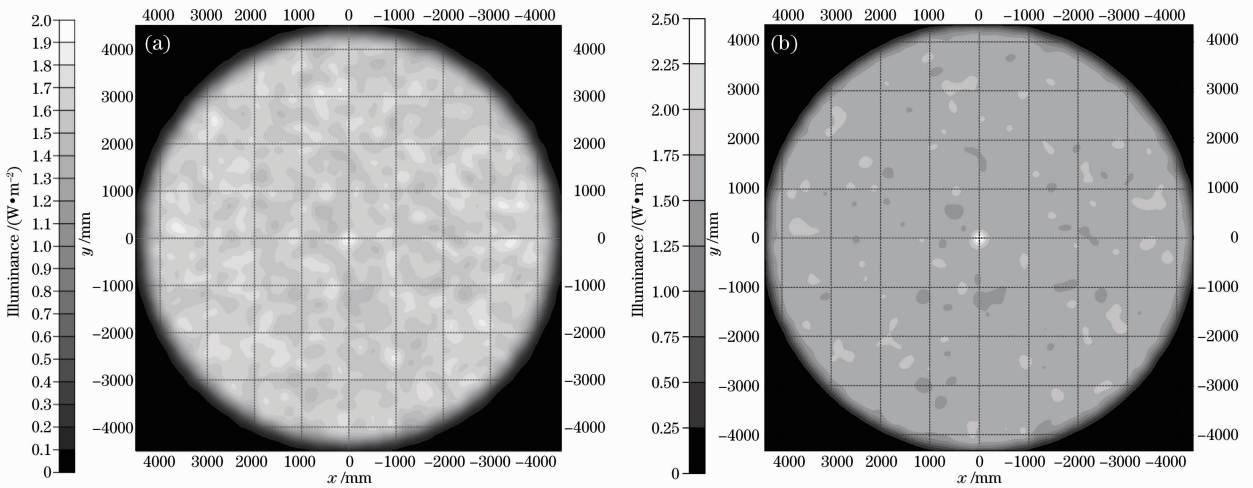


图 5 改进前后算法设计的 60° 透镜光线追迹结果。(a)改进前;(b)改进后

Fig. 5 Ray-tracing result of designed 60° lens with the algorithms before and after improvement.

(a) Before improvement; (b) after improvement

镜构造精度的目的,使目标面上的照度分布更加接近预期。

参 考 文 献

- 1 W. A. Parkyn. The design of illumination lenses via extrinsic differential geometry[C]. *SPIE*, 1998, **3428**: 154~162
- 2 W. A. Parkyn. Illumination lenses designed by extrinsic differential geometry[C]. *SPIE*, 1998, **3482**: 389~396
- 3 B. Parkyn, D. Pelka. Free-form illumination lenses designed by a pseudo-rectangular lawnmower algorithm [C]. *SPIE*, 2006, **6338**: 633808
- 4 L. Wang, K. Y. Qian, Y. Luo. Discontinuous free-form lens design for prescribed irradiance[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(18): 3716~3623
- 5 Y. Ding, X. Liu, Z. R. Zheng *et al.*. Freeform LED lens for uniform illumination [J]. *Opt. Express*, 2008, **16** (17): 12958~12966
- 6 K. Wang, S. Liu, F. Chen *et al.*. Novel application-specific LED packaging with compact freeform lens electronic [C]. Components and Technology Conference, 2009. 2125~2130
- 7 F. R. Fournier, W. J. Cassarly, J. P. Rolland. Fast freeform reflector generation using source-target maps[J]. *Opt. Express*, 2010, (18): 5295~5304

- 8 Luo Yi, Feng Zexin, Han Yanjun *et al.*. Optics in solid state lighting[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900117
- 罗毅, 冯泽心, 韩彦军等. 面向半导体照明的光学[J]. *光学学报*, 2011, **31**(9): 0900117
- 9 J. J. Chen, T. Y. Wang, K. L. Huang *et al.*. Freeform lens design for LED collimating illumination[J]. *Opt. Express*, 2012, **20**(10): 10984~10955
- 10 Li Lin, Wang Guangzhen, Wang Lili *et al.*. Lens design for uniform illumination with LED[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(2): 0222002
- 李林, 王光珍, 王丽莉等. 实现均匀照明的LED系统设计方法[J]. *光学学报*, 2012, **32**(2): 0222002
- 11 R. Harald, M. Julius. Tailored freeform optical surfaces[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(3): 590~595
- 12 Yu Dehao, Tang Huazhong. Numerical Solution of Equation [M]. Beijing: Science Press, 2003. 4~5
- 余德浩, 汤华中. 微分方程数值解法[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 4~5
- 13 龙格-库塔法. [EB/OL]. [2012-12-10]. <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%BE%99%E6%A0%BC%EF%BC%8D%E5%BA%93%E5%A1%94%E6%B3%95>

栏目编辑: 韩峰