

基于剪切干涉原理的小波降噪算法

林 超 钱晓凡 李 斌 李兴华 施 英 刘 丹

(昆明理工大学理学院, 激光研究所, 云南 昆明 650500)

摘要 利用全息图获取光场相位信息是数字全息术的重要应用之一,其间通常必须进行降噪处理。在光场相位的空间变化频率较高时,传统降噪算法容易产生条纹断裂和细节丢失,引入剪切干涉原理可显著克服这些问题,但选用何种算法最有效还未做专门的研究。对剪切后的光场分别使用中值滤波和小波降噪两种算法的降噪效果作了比较,给出了相关的理论分析,并完成了模拟计算和实验验证,结果证明小波降噪算法的降噪效果最好。

关键词 全息;降噪;剪切干涉原理;小波变换

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.s209008

Wavelet Denoising Algorithm Based on the Principle of Shearing Interferometry

Lin Chao Qian Xiaofan Li Bin Li Xinghua Shi Ying Liu Dan

(*Laser Institute, Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China*)

Abstract It is one of the most important applications in holography to use hologram to obtain the phase information, and noise reduction is necessary in the process. The conventional denoising algorithms often cause fringe breaks and loss of phase detail when the phase of optical field has high spatial variation frequency, these problems can be reduced significantly through introducing shearing interferometry, but it has not been researched which denoising algorithm will get the best denoising result. Shearing median filter algorithm is compared with shearing wavelet denoising algorithm, which presents corresponding theoretical analysis, fulfills simulated calculation and experimental verification, and proves that the denoising result of wavelet denoising algorithm is the best.

Key words holography; noise reduction; principle of shearing interferometry; wavelet transform

OCIS codes 260.3160; 030.4280; 200.2610

1 引 言

全息术不仅能记录和再现光场的振幅,而且在记录和再现光场的相位方面具有独特优势,因此在全息术中获取光场相位信息是其重要应用之一^[1]。为了正确和高精度地求解相位,通过相位解包裹运算来求解相位前都需要进行降噪处理^[2]。降噪处理可以在空域、频域以及小波域完成^[3,4],当光场相位空间变化频率较高时,传统降噪算法容易产生条纹断裂和细节丢失,对此本课题组将剪切干涉原理引入到降噪中取得了不错的效果^[5],后来又就剪切量

对降噪的影响做了专门讨论^[6],但在剪切干涉的基础上采取何种降噪算法才能收到更佳降噪效果还未做专门研究。

小波变换由于具有低熵性、去相关性、多分辨率性以及选基灵活等特点,目前在降噪领域得到了广泛运用^[7~9],常用的小波降噪方法主要有频域降噪法、模极大值降噪法、空域相关降噪法和阈值降噪法等几种。本文通过剪切干涉原理降低光场相位空间变化频率,利用此时相位和噪声相关性降低的特点,采用常用的小波阈值降噪法进行降噪处理,并与传

收稿日期: 2012-06-10; **收到修改稿日期**: 2012-07-02

基金项目: 国家自然科学基金(61067004)资助课题。

作者简介: 林 超(1987—),男,硕士研究生,主要从事数字全息方面的研究。E-mail: linchaoyue@sina.com

导师简介: 钱晓凡(1963—),男,博士,教授,主要从事数字全息方面的研究。

E-mail: qianxiaofan1@sina.com(通信联系人)

统的小波阈值降噪和基于剪切干涉原理的中值滤波进行了比较,通过模拟计算和实验证明了基于剪切干涉原理的小波降噪算法具有最佳降噪效果。

2 基于剪切干涉原理的小波降噪算法原理

设含有散斑噪声的二维复光场分布在 (x_i, y_i) 平面上,离散化共有 $M \times N$ pixel(x, y 方向相邻像素间距分别为 $\Delta x_i, \Delta y_i$),离散后含噪声的复光场分布可表示为

$$\begin{aligned} \tilde{U}(m\Delta x_i, n\Delta y_i) &= A(m\Delta x_i, n\Delta y_i) \times \\ &\exp\{j[\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i) + \eta(m\Delta x_i, n\Delta y_i)]\}, \\ (m \in [1, M], n \in [1, N]) \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $A(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 为光场振幅, $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 为光场理想相位, $\eta(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 为光场噪声相位。将离散化的复光场沿 y 方向平移(剪切) s (称为剪切量)列,得到一个新光场,可表示为

$$\begin{aligned} \tilde{U}'(m\Delta x_i, n\Delta y_i) &= \tilde{U}[m\Delta x_i, (n+s)\Delta y_i] = \\ &A[m\Delta x_i, (n+s)\Delta y_i] \exp\{j\{\varphi[m\Delta x_i, \\ &(n+s)\Delta y_i] + \eta[m\Delta x_i, (n+s)\Delta y_i]\}. \end{aligned} \quad (2)$$

当剪切量 s 不大时可以忽略振幅的变化,即

$$A(m\Delta x_i, n\Delta y_i) \approx A[m\Delta x_i, (n+s)\Delta y_i], \quad (3)$$

将 \tilde{U}' 与 \tilde{U} 相除便得到新建的剪切干涉光场

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{U}'(m\Delta x_i, n\Delta y_i)}{\tilde{U}(m\Delta x_i, n\Delta y_i)} &= \exp\{j[\Delta\varphi^y(m\Delta x_i + n\Delta y_i) + \\ &\Delta\eta^y(m\Delta x_i + n\Delta y_i)]\}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} \Delta\varphi^y(m\Delta x_i + n\Delta y_i) &= \varphi[m\Delta x_i + (n+s)\Delta y_i] - \\ &\varphi(m\Delta x_i + n\Delta y_i) \approx \frac{\partial\varphi}{\partial y_i} s \Delta y_i, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Delta\eta^y(m\Delta x_i + n\Delta y_i) &= \eta[m\Delta x_i + (n+s)\Delta y_i] - \\ &\eta(m\Delta x_i + n\Delta y_i) \approx \frac{\partial\eta}{\partial y_i} s \Delta y_i, \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}$ 、 $\frac{\partial\eta}{\partial y_i}$ 分别是 $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 、 $\eta(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 沿 y 方向梯度。

在同一空间点处,通常 $\Delta\varphi_{nm}^y$ 要远小于 φ_{nm}^y (特别是 s 较小时),同时 $\frac{\partial\eta}{\partial y_i}$ 一般又要远大于 $\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}$ 。简单来说,在原光场中相位的空间变化频率和噪声的空间变化频率均很高,通过剪切干涉光场的引入,降低了相位的空间变化频率($\Delta\varphi_{nm}^y$ 在空间变化较缓),而噪声空间变化频率依然很高($\Delta\eta_{nm}^y$ 在空间变化较快)。这样使得相位和噪声的相关性得到了降低,而

小波变换又具有很强的去相关性,在剪切的基础上再对光场进行小波变换,将使得相位的能量集中在小波域内少量较大的小波系数中,噪声虽分布在整个小波域,但他们对大量数值较小的小波系数。这样对分解后的小波系数进行简单的阈值处理便能大大降低噪声,再对阈值处理后的小波系数进行重构便能还原信号。

在小波阈值降噪法中,最为重要的是选择阈值和阈值量化函数。常用的阈值函数主要是硬阈值函数和软阈值函数,表达式分别为

$$\eta(\omega) = \begin{cases} \omega, & (|\omega| > T) \\ 0, & (|\omega| \leq T) \end{cases} \quad (7)$$

$$\eta(\omega) = \begin{cases} \text{sgn}(\omega)(|\omega| - T), & (|\omega| > T) \\ 0, & (|\omega| \leq T) \end{cases} \quad (8)$$

对应函数图为图 1(a)与(b)。硬阈值法可以很好地保留边缘等局部特征,但平滑效果不好,软阈值法处理结果平滑性较好但会造成边缘等细节模糊。而对于剪切后的光场由于相位变换缓慢,几乎没有边缘,故实验中采用平滑效果较好的软阈值法。

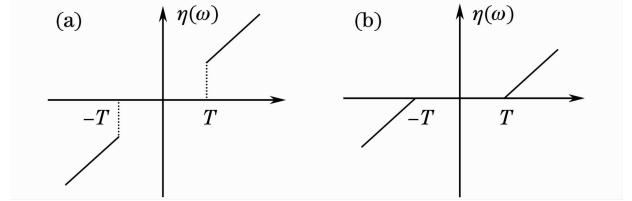


图 1 硬(a)、软(b)阈值函数图

Fig. 1 Hard (a) and soft (b) threshold function

3 模拟计算

为比较不同算法的降噪效果,实验中通过模拟计算,将传统小波降噪算法以及在剪切基础上分别采用典型的中值滤波和小波降噪算法进行比较。用 Matlab 中的 peaks 函数乘以 10,构建一个 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 的二维分布相位 $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$,再在其上叠加一个数值在 $-2\pi \sim 2\pi$ rad 间变化,均值 $\mu = 0$,方差 $\sigma^2 = 0.5$ 的均匀分布随机相位 $\eta(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$,用以模拟散斑噪声。图 2(a)为含噪声模拟光场的相位,图 2(b)为其包裹相位。为了比较降噪效果,先用传统小波降噪对模拟光场直接进行降噪处理(分别对实部和虚部),再对剪切后的光场用中值滤波算法以及小波降噪算法(取剪切量 $s = 1$)做降噪处理,然后均用最小二乘法完成解包裹运算^[10]。图 2(c)为用传统小波降噪后光场的包裹相位,图 2(d)~(f)分别为三种算法降噪后的解包裹

相位,图 2(g)~(i)分别为三种算法降噪并解包裹后的再包裹相位。

由图 2(c) 明显可见用传统小波算法直接对原光场去噪,在降低噪声的同时使得相位条纹断裂和细节丢失,以至于降噪后解包裹结果[图 2(d)]很不理想。比较图 2(d)~(f)或图 2(g)~(i)明显可见:

利用剪切干涉原理可以较好地解决传统算法的难题;在剪切的基础上使用简单的中值滤波,相对于传统小波降噪运算降噪效果有很大提升,但去除噪声并不彻底;在剪切的基础上使用小波降噪,去噪效果有很大提升,并且光场的相位几乎没有损失。

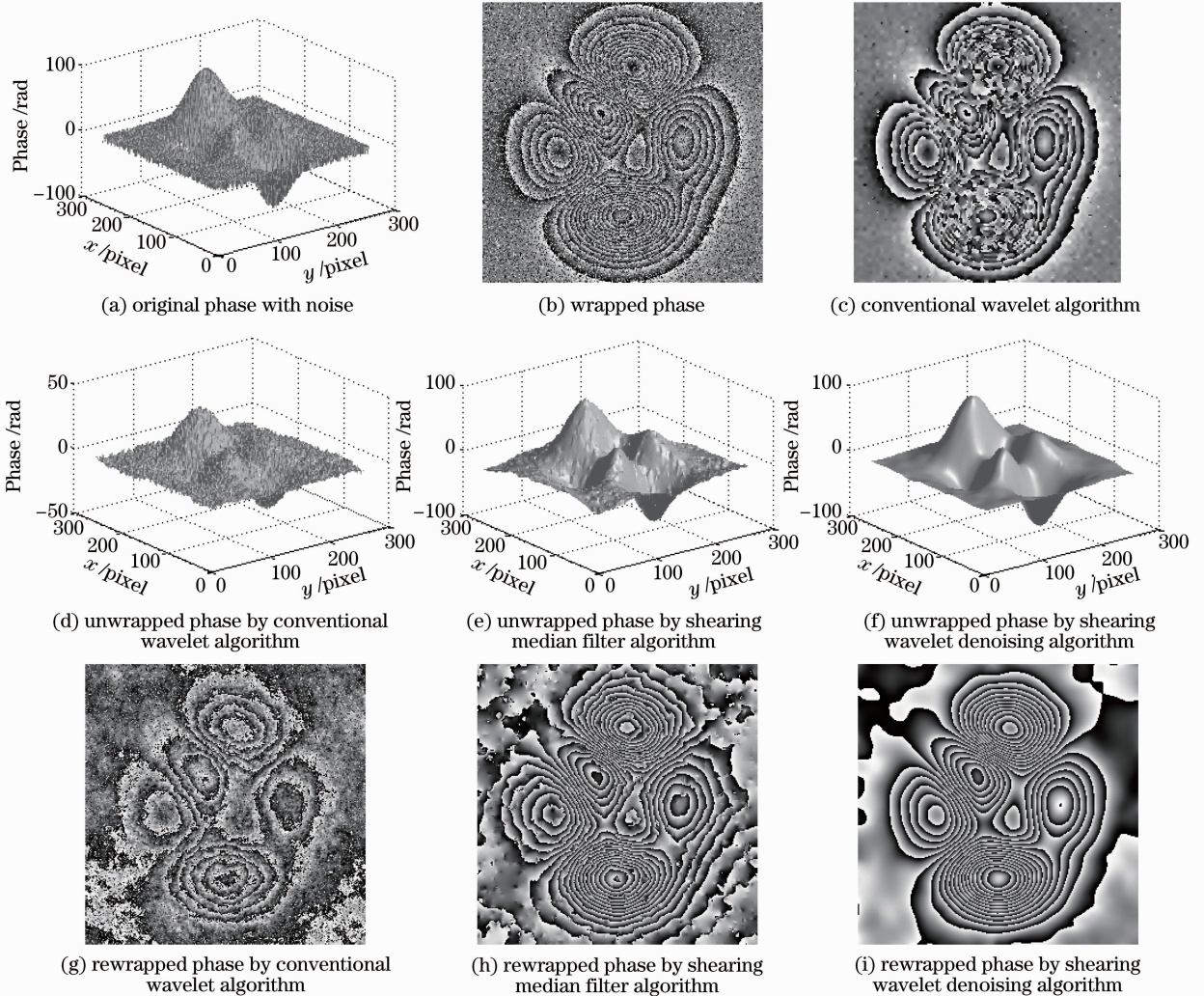


图 2 不同降噪算法比较

Fig. 2 Comparison of different denoising algorithms

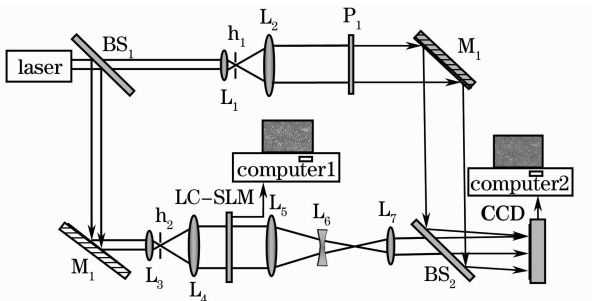


图 3 实验装置示意图

Fig. 3 Experimental setup

4 实验验证

图 3 是研究液晶空间光调制器(LC-SLM)所用的数字全息光路示意图。倍频钇铝石榴石(YAG)激光器发出的激光束(波长 $\lambda=532\text{ nm}$)通过分束镜 BS_1 分为两束,其中一束经显微物镜 L_1 、针孔滤波器 h_1 和准直透镜 L_2 变为平行光,经偏振片 P_1 后被反射镜 M_1 反射,然后经分束镜 BS_2 到达全息记录面作为参考光;另一束被反射镜 M_2 反射后经显微物镜 L_3 、针孔滤波器 h_2 和准直透镜 L_4 ,被 LC-SLM

调制后通过由透镜 L_5 、 L_6 和 L_7 构成的变焦系统^[11],再经分束镜 BS_2 后作为物光到达全息记录面。物、参光在全息记录面干涉后用 CCD 记录下来并送入计算机保存,得到像面数字全息图。所用 LC-SLM 为 SONY 公司生产的 1.3 inch(1 inch = 2.54 cm)1024 pixel \times 768 pixel 的 TFTLCD 液晶板,CCD 的像素数为 1280 pixel \times 1024 pixel,像元大小为 $5.2 \mu\text{m} \times 5.2 \mu\text{m}$ 。

在 LC-SLM 上不加信号时,拍得的数字全息图为图 4(a),通过计算机 1 控制在 LC-SLM 上加上一一定量的噪声信号时拍得的数字全息图为图 4(b),两幅全息图经计算还原的物光场的包裹相位分别为图 4(c)与(d)(图像大小均为 1000 pixel \times 780 pixel)。容易看到在 LC-SLM 上加噪声信号后,物光场的相位中确实含有大量散斑噪声,且光场相位的空间变化频率较高。

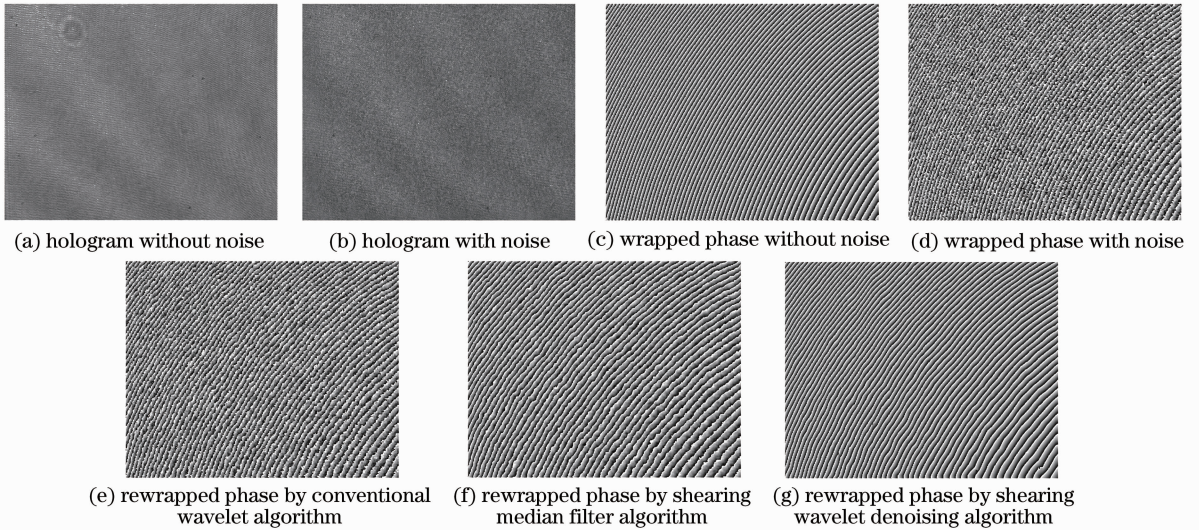


图 4 不同算法的实验结果比较

Fig. 4 Comparison of experimental results using different denoising algorithms

为了比较降噪效果,分别用传统小波降噪法、基于剪切干涉的中值降噪算法以及基于剪切干涉的小波降噪算法对含噪光场进行降噪处理,然后均用最小二乘法完成解包裹运算,三种算法降噪并解包裹后的再包裹相位分别为图 4(e)~(g)。将图 4(e)~(g)与不加噪声信号时的图 4(c)进行比较可见:直接对光场使用传统的小波阈值降噪效果较差;在剪切的基础上使用简单的中值滤波降噪效果有很大提升;在剪切的基础上使用小波降噪,降噪效果提升最大,其相位与不加噪声时的光场相位最为接近。

5 结 论

当光场相位的空间变化频率较高时,传统降噪方法容易产生条纹断裂和细节丢失。通过引入剪切干涉原理可显著降低光场相位的空间变化频率,而噪声空间变化频率依然很高,这样使得信号和噪声的相关性得到了降低。针对剪切后噪声与相位的特性,实验中对中值滤波和小波降噪这两种常用降噪算法做了比较,结果表明,基于剪切干涉原理的小波降噪算法降噪效果更好。

参 考 文 献

- 1 U. Schnars, W. P. O. Juptner. Digital recording and numerical reconstruction of holograms[J]. *Meas. Sci. & Technol.*, 2002, **13**(9): R85~R101
- 2 Wang Huaying, Zhao Baoqun, Liao Wei *et al.*. Reconstruction of three-dimensional information in digital micro-holography [J]. *High Power Laser & Particle Beams*, 2010, **22** (10): 2263~2266
王华英,赵宝群,廖薇等.显微数字全息中的3维信息重建[J].*强激光与粒子束*, 2010, **22**(10): 2263~2266
- 3 R. Seara, A. A. Goncalves, P. B. Uliana. Filtering algorithm for noise reduction in phase-map images with 2π phase jumps[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(11): 2046~2050
- 4 Fu Sihua, Yu Qifeng. Filtering methods of the digital speckle fringe pattern[J]. *Journal of Applied Optics*, 2005, **26**(4): 5~8
伏思华,于起峰.数字散斑条纹图的滤波方法[J].*应用光学*, 2005, **26**(4): 5~8
- 5 Qian Xiaofan, Rao Fan, Lin Chao *et al.*. Speckle noise reduction algorithm based on the principle of shearing interferometry[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(7): 0708003
钱晓凡,饶帆,林超等.基于剪切干涉原理的散斑噪声降噪算法[J].*中国激光*, 2011, **38**(7): 0708003
- 6 Lin Chao, Qian Xiaofan, Rao Fan *et al.*. The influence of shearing quantity selection in shearing interferometry denoise reduction[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, **49**(3): 030901
林超,钱晓凡,饶帆等.剪切量选择对剪切干涉降噪的影响[J].*激光与光电子学进展*, 2012, **49**(3): 030901

- 7 F. Ehrentreich. Wavelet transform applications in analytical chemistry[J]. *Anal. & Bioanal. Chem.*, 2002, **372**(1): 115~121
- 8 Y. Yue, M. M. Croitoru, J. B. Zwischenberger *et al.*. Nonlinear multiscale wavelet diffusion for speckle suppression and edge enhancement in ultrasound images[J]. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 2006, **25**(3): 297~311
- 9 Shao Qunfeng, Qi Xiaoqiong, Zhang Xiaoping. Wavelet denoising applied in multi-span nonlinear fiber links[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3): 592~596
邵群峰, 漆晓琼, 张晓萍. 多跨距非线性光纤链路中的小波去噪[J]. *中国激光*, 2009, **36**(3): 592~596
- 10 Qian Xiaofan, Wang Zhanliang, Hu Te *et al.*. Reconstructing the phase of wavefront using digital hologram and the principle of shearing interferometry[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(7): 1821~1826
钱晓凡, 王占亮, 胡 特 等. 用单幅数字全息和剪切干涉原理重构光场相位[J]. *中国激光*, 2010, **37**(7): 1821~1826
- 11 Li Junchang, Fan Zebin, Peng Zujie. Application research on the zoom system of digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(7): 1420~1424
李俊昌, 樊则宾, 彭祖杰. 数字全息变焦系统的研究及应用[J]. *光子学报*, 2008, **37**(7): 1420~1424

栏目编辑:何卓铭