

# 光学联合变换相关器相关峰亚像素定位误差的分析与补偿

张小亚 隋京高 唐武盛 冯陈诚 贾 辉 李修建

(国防科学技术大学理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 光学联合变换相关器因其高速并行光学运算特性在实时图像位移精密测量系统中有广泛的应用前景,然而位移测量亚像素误差是制约其精度的瓶颈。据此提出了一种在图像位移精密测量应用中提取相关峰位置的最优算法,使得系统亚像素误差达到最小,并研究了亚像素误差的补偿方法。通过仿真和实验分析,对比加权质心提取算法、抛物面拟合算法和高斯面拟合算法对亚像素误差的影响,得到最佳的相关峰位置提取算法是权值次数为 2 的质心提取算法;提出的亚像素定位补偿算法可将亚像素误差由  $\pm 0.1$  pixel 减小到  $\pm 0.04$  pixel,大大降低了亚像素误差对位移测量系统的影响,提高了光学联合变换相关器位移的测量精度。

**关键词** 光计算;亚像素误差;质心提取算法;补偿

**中图分类号** O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.s209006

## Subpixel Centroid Error Analysis and Compensation for Optical Joint Transform Correlator

Zhang Xiaoya Sui Jinggao Tang Wusheng Feng Chencheng Jia Hui Li Xiujian

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** The accuracy displacement measurement system based on an optical joint transform correlator has widely potential application for its high speed and parallel computing. But its accuracy is restricted because of the centroid subpixel error. An optimal correlation peak extraction algorithm and a compensation algorithm, which can be applied to the practical displacement measurement with the minor systematic error, are presented. Though simulation, experimental analysis and comparing the subpixel error effects based on weighted center of mass (COM), paraboloid fitting algorithms, Gaussian fitting, the best correlation peak extraction algorithm is COM with a weight degree of 2. The experimental data indicates that the residual error is declined from  $\pm 0.1$  pixel to  $\pm 0.04$  pixel through the new compensation algorithm, and the effect of subpixel error of the system is declined accordingly, and the displacement measurement accuracy of an optical joint transform correlator is improved.

**Key words** optics in computing; sub pixel error; center of mass; compensation

**OCIS codes** 120.1880; 280.3420; 040.1490; 040.1520; 070.4550

## 1 引言

随着图像传感器在军事、工业生产及日常生活中的应用日益广泛,实时图像信息分析和处理技术愈发重要。图像位移测量作为一种基本的图像分析手段在视频图像稳像、图像配准、图像匹配识别、安全监控、图像制导与导航等领域得到广泛应用。联合变换相关器利用光学傅里叶变换来进行二维图像

的相关运算,从而实现图像位移的测量,具有大带宽、高速度、低功耗和并行处理等优势,因而在国内外得到了广泛研究,如人眼视网膜运动跟踪<sup>[1]</sup>、飞行员头盔运动跟踪<sup>[2]</sup>等。

然而在相关器输出精度方面的研究工作大多停留在仿真和实验分析水平。Javidi 等<sup>[3,4]</sup>建立的分析模型探讨了相关峰噪声特性,而对其位置精度没

收稿日期: 2012-05-29; 收到修改稿日期: 2012-07-07

基金项目: 国家自然科学基金(61107005)资助课题。

作者简介: 张小亚(1992—),女,研究实习员,主要从事目标识别方面的研究。E-mail: SueZhang246@163.com

有研究。Grycewicz 等<sup>[5]</sup>利用仿真和实验的方法研究了相关峰位置精度与其相对宽度,像素位置之间的关系,但精度只达到了 0.1 pixel。而同类的质心算法,在计算星敏感器星点质心位置时可以达到 1/50 pixel<sup>[6]</sup>,因而还有较大的提高空间。国内中国科学院成都光电技术研究所和上海技术物理研究所较早地开展了光学相关的研究,做了大量理论分析和计算机仿真工作,天津大学设计出了集成化的光学相关模块。深圳大学进行了平面集成光学相关器设计<sup>[7]</sup>。近年来中国科学院西安光学精密机械研究所等单位<sup>[8,9]</sup>在基于联合变换相关器的像移测量方面做了系统设计、计算机仿真及实验工作。然而,关于相关器输出精度方面性能、误差模型的研究尚处于起步阶段,缺乏像移测量误差的整体分析理论模型和相应的误差补偿方法。

本文主要讨论了由相关峰提取算法精度导致的亚像素误差,通过比较不同的相关峰位置提取算法,提出了一种在具体图像位移精密测量应用中的最佳算法,使得系统亚像素误差达到最小,并给出了对应于相关峰提取位置的亚像素误差补偿算法。

## 2 系统原理

系统利用的是信息光学中的联合变化相关器<sup>[8]</sup>的光路设计思想,其光路如图 1 所示。光路中各元件的参数为:傅里叶透镜(FFT Lens)采用焦距 300 mm、口径 80 mm 和焦距 200 mm、口径 25 mm 两种规格; CMOS 探测器的分辨率为 1024 pixel×1024 pixel,像素宽度 10.6 μm;反射式灰度空间光调制器(gray-scale SLM)的空间分辨率为 1280 pixel×1024 pixel,像素宽度 13.62 μm;激光器采用的是半导体激光器,功率 10 mW,波长 650 nm。

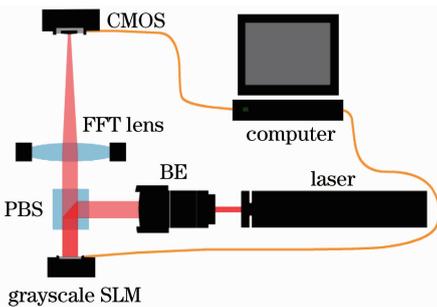


图 1 系统原理图

Fig. 1 Experimental system diagram

计算机将两幅中心点分别为  $(0, a)$ 、 $(0, -a)$  的参考图像  $r(x, y)$  和目标图像  $t(x, y)$  输入到空间光调制器中,且  $t(x, y)$  相对  $r(x, y)$  在  $x, y$  方向有像

移  $\Delta x, \Delta y$ ,则相关器输入  $E(x, y)$  可表示为<sup>[8]</sup>

$$E(x, y) = r(x, y - a) + t(x + \Delta x, y + a + \Delta y). \quad (1)$$

半导体激光器发出的激光经扩束准直系统(BE)后,经过偏振分束镜(PBS)后入射到空间光调制器,反射光再经过傅里叶透镜,进行光学傅里叶变换,位于透镜焦面上的 CMOS 探测器接收第一次傅里叶变换得到的频谱图像,将其输出到计算机中完成一次光路循环。频谱函数  $G(u, v)$  为

$$G(u, v) = R(u, v) \exp(-2i\pi av) + T(u, v) \exp\{2i\pi[u\Delta x + (a + \Delta y)v]\}, \quad (2)$$

式中  $R(u, v)$  和  $T(u, v)$  分别为  $r(x, y)$ 、 $t(x, y)$  的傅里叶变换。然后计算机将功率谱(频谱复振幅平方)图像再次输入到空间光调制器中,经相同的光路由 CMOS 探测器接受到相关峰图像,完成第二次傅里叶变换。最终得到相关运算的结果为

$$C(x, y) = t(x, y) \otimes t(x, y) + r(x, y) \otimes r(x, y) + t(x, y) \otimes r(x, y) * \delta(x - \Delta x, y - 2a - \Delta y) + r(x, y) \otimes t(x, y) * \delta(x + \Delta x, y + 2a + \Delta y), \quad (3)$$

式中 \* 表示卷积,  $\otimes$  表示相关运算。前两项为自相关项,后两项为互相关项。可以看出,互相关项中包含了像移信息  $\Delta x, \Delta y$ ,只要用提取算法测出互相关峰相对于理想位置  $(0, \pm 2a)$  的偏移量,就能得到所要探测的像移大小  $\Delta x, \Delta y$ 。

## 3 稳像系统的误差

### 3.1 系统误差

在利用光学相关器实现位移测量的应用仿真中,让一个目标(黑色圆)从左到右每 10 帧移动 5 pixel,经过 500 帧之后再让其从右向左进行微小位移,如此往复下去两个周期。仿真中保持空间光调制器上两图像相对位置不变,利用二次加权质心提取算法计算其相关峰位置变化值。

光学运算系统中的傅里叶变换透镜分别采用的是口径 25 mm 和 80 mm 的双胶合透镜,相比于一块凸透镜来说,其对象差的控制起到了较大的作用,图 2 是仿真实验中利用二次加权质心提取算法得到的相关峰位置系统误差(相关峰实际位置与平衡位置的差值)波动图,该误差具有周期性分布的特点,这就是系统误差的反映。

图 2 所示的是通过两种不同口径傅里叶透镜得到的结果,口径 25 mm 透镜(实线条表示)的误差波动范围大约是 0.2 pixel,而口径 80 mm 透镜(虚

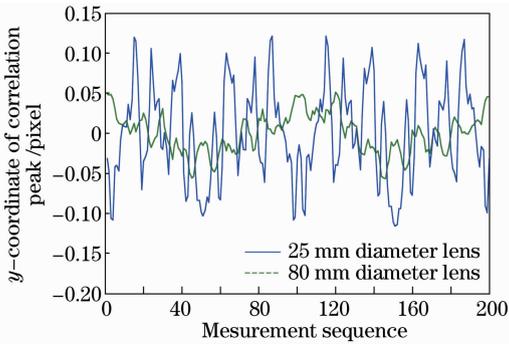


图2 相关峰 y 坐标位置图

Fig. 2 y-coordinate of correlation peak

线条表示)的误差波动范围大约是 0.1 pixel,可以看出系统误差主要由傅里叶透镜的像差引起。目标图像位于空间光调制器的位置不同,相当于该目标在进行光学傅里叶变换时的入射角不同,经联合变换相关器计算后就会得到相关峰位置的周期性波动。

### 3.2 亚像素误差

#### 3.2.1 仿真实验

在前部分的位移测量应用仿真实验中,空间光调制器上的两个目标图像位置是相对静止的,因此相关峰平衡位置的理想状况应该是固定的,不会产生亚像素误差。为分析亚像素误差的产生,要使相关峰的移动跨越像素边界,因此在仿真实验中,让空间光调制器中的一个目标固定不动,另一个目标每 20 帧移动 1 pixel,经联合变换相关器计算后,将 20 帧图像的相关峰位置取平均值用以排除噪声等随机误差的影响后,得到了图 3 所示的相关峰位置曲线。

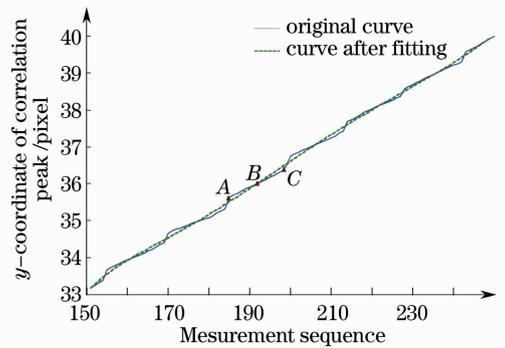


图3 相关峰位置最小二乘法直线拟合曲线

Fig. 3 Least square method linear fitting curves for correlation peak

由信息光学中联合变换相关器的理论<sup>[10]</sup>,相关峰的位置变化量与目标图像的位置变化量成线性关系,因此利用最小二乘法的原理,用一条斜直线拟合得到相关峰图像作为相关峰位置的真值(图 3 中虚线)。

#### 3.2.2 亚像素误差的分析

在图 3 中已经可以看到明显的亚像素误差,即当相关峰的位置在经过像素边界时会出现跳变(这里跳变点对应的的相关峰位置坐标是半整数,是相关峰提取算法导致的),如果没有亚像素误差,则由信息光学中联合变换相关器的理论<sup>[10]</sup>可知提取的相关峰位置移动量应该和目标输入的移动量成线性关系,也就是图 3 中的数据线应为直线。因此可以通过最小二乘法直线拟合得到理想位置(平均位置),计算得到的相关峰位置与理想位置之差就为亚像素误差。

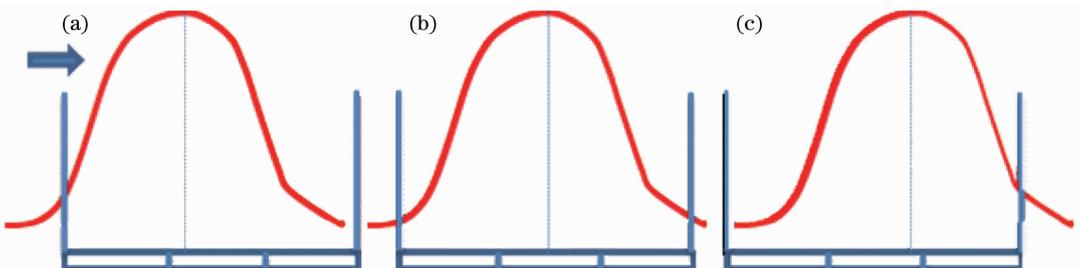


图4 亚像素误差分析示意图。(a)左;(b)中;(c)右

Fig. 4 Schematic picture of subpixel. (a) Left; (b) middle; (c) right

以 3 pixel 为例对亚像素误差进行定性分析,见图 4,中间像素为相关峰能量分布最大像素。相关峰在这 3 pixel 内从左到右移动,当相关峰处于图 4(a)中所示位置,即图 3 中的 A 点时,真值在第二个像素的靠近左边界处,而由于能量截断,提取的相关峰位置的计算值在真值右侧,计算值与真值之差最大;当相关峰由图 4(a)中位置向图 4(b)中位置

移动时,计算值仍在真值右侧,但计算值与真值之差线性减小;当相关峰处于图 4(b)中所示位置,也即计算点位于图 3 的 B 点时,两端能量截断值相等,此时计算值与真值重合,没有亚像素误差;当相关峰由图 4(b)中位置向图 4(c)中位置移动时,计算值处于真值左侧,计算值与真值之差负向线性增大;当相关峰处于图 4(c)中所示位置,也即计算点位于图 3

的 C 点时,真值在第二个像素的靠近右边界处,此时计算值与真值之差负向最大;当相关峰从图 4(c) 中所示位置继续向右移动时,相关峰将会跨越像素边界,使得相关峰计算值在图 3 的 C 点处发生跳变,引起较大的亚像素误差。

由以上分析可以看出,亚像素误差的产生与相关峰位置的提取算法有着很大的关联,需针对亚像素误差的大小对相关峰位置提取算法进行优化。

## 4 质心提取算法

要研究亚像素误差的大小,需要做一些预处理,以尽可能排除透镜系统误差的影响。对图 2(b) 中的相关峰位置信息图进行处理,选取相对误差最小的一段,对应于目标图像位于 115~215 pixel,将静止的目标图像置于 165 pixel 处,在这一段中透镜的系统误差最小,更有助于研究亚像素误差。

定义亚像素误差为相关峰位置计算值与真值间的标准差  $\sigma$ ,其公式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{i0})^2}{n}}, \quad (4)$$

式中  $x_i$  为第  $i$  个计算值,  $x_{i0}$  第  $i$  个计算值对应的真值,  $n$  为样本点个数。在这种定义下,样本点中有 60% 以上的计算值位于真值的左右  $\sigma$  范围之内。然后比较在这一段内不同提取算法得到的亚像素误差的大小,选择最佳的相关峰位置提取算法。

### 4.1 高斯分布拟合法

图 5 为相关峰能量分布图,可以看出,相关峰能量近似呈高斯分布,所以可以用高斯曲面拟合相关峰能量分布,而由高斯分布的对称性可以得出相关峰的位置,即高斯曲线的中心。图 6 是利用高斯拟合<sup>[11]</sup>得到的亚像素误差图,计算得到其亚像素误差为 0.22 pixel。

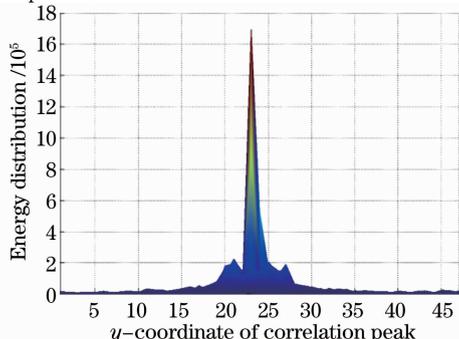


图 5 相关峰能量分布图

Fig. 5 Energy of correlation peak

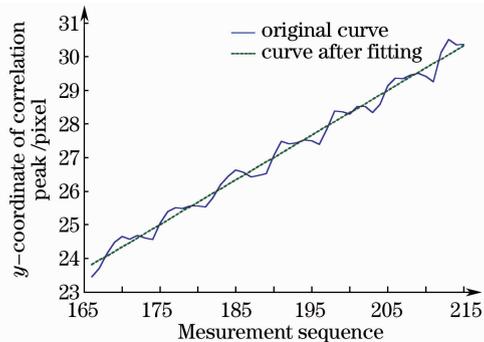


图 6 高斯拟合

Fig. 6 Gaussian fitting

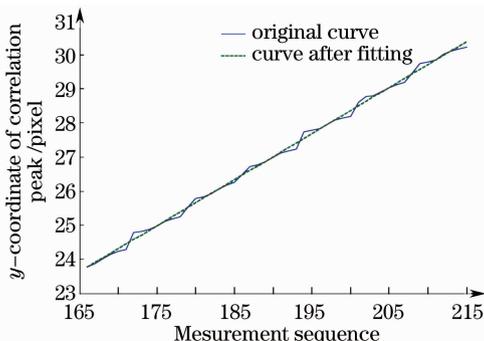


图 7 抛物面拟合

Fig. 7 Paraboloidal fitting

### 4.2 抛物面拟合法

高斯面拟合法需要进行复杂的对数运算,计算量较大。可以用抛物面近似代替高斯曲面拟合相关峰能量分布,同时由抛物面的对称性可得到相关峰的位置为抛物面的对称中心。图 7 是利用抛物面拟合<sup>[11]</sup>得到的亚像素误差图,计算得到其亚像素误差为 0.20 pixel。

### 4.3 加权质心算法

对于能量近似呈高斯分布的相关峰图像,有如下性质<sup>[5]</sup>

$$x_0 = \frac{\sum \sum x E^r(x, y)}{\sum \sum E^r(x, y)}, \quad y_0 = \frac{\sum \sum y E^r(x, y)}{\sum \sum E^r(x, y)}, \quad (5)$$

式中  $r$  为加权质心算法的加权次数值,  $E(x, y)$  为  $(x, y)$  处的灰度值。利用(5)式便可求出加权的质心坐标。图 8 给出的是权值次数为 2 的质心算法得到的亚像素误差图,计算得到其亚像素误差为 0.05 pixel。

不同加权值的质心算法对高信噪比的相关峰中心信息的利用情况不同,所以不同加权值算法的抗噪声干扰能力也不同<sup>[11]</sup>。表 1 给出的是不同权值次数下的质心提取算法得到的亚像素误差,从表 1 可以看到随着加权次数值  $r$  的增大,亚像素误差先减小后

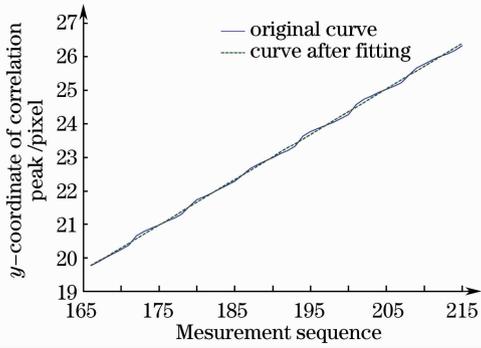


图 8 权值次数为 2 的质心算法

Fig. 8 Centroid drawing method with weight 2

表 1 不同加权值的质心算法亚像素误差

Table 1 Subpixel error of centroid drawing method with different weight degree

| Weight degree $r$      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Sub pixel error /pixel | 0.09 | 0.05 | 0.08 | 0.12 | 0.15 | 0.17 | 0.19 |

## 5 亚像素误差的补偿

由于权值次数为 2 的加权质心算法为最佳算法,故以该算法得到的亚像素误差为对象进行亚像素误差的补偿。图 8 中实线是经过预处理(降噪)后的相关峰位置的计算值,拟合的虚直线代表真值,定义残差表示计算值与真值之差,残差曲线是残差随目标真实位置的变化曲线,如图 9 所示。

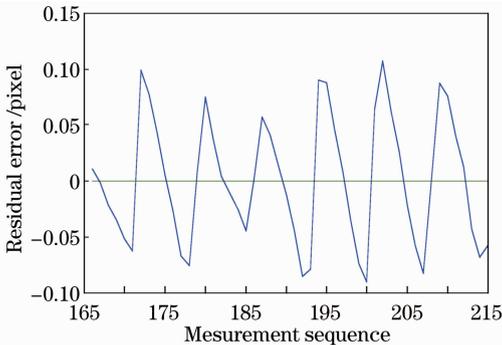


图 9 残差曲线

Fig. 9 Residual error curve

要对亚像素误差进行补偿,需要对实验中用质心提取算法得到的计算位置值进行补偿,图 10 中实线为最稳定的 6 pixel 内的残差随计算值的变化曲线,由于每个像素的宽度是固定的以及每个像素内质心发生跳动的相对位置也是固定的,可通过对每个像素内的残差波动值进行平均化,拟合出 1 pixel 内最优的残差随计算的质心位置的三角波形(图 10 中虚线),这样就可以以 1 pixel 内质心位于不同位

增大,在  $r=2$  处亚像素误差最小,为 0.05 pixel。

通过对比质心算法与高斯分布拟合、抛物面拟合算法,可看出高斯分布拟合和抛物面拟合算法的亚像素误差要高于质心算法的亚像素误差。虽然相关峰能量分布近似于高斯分布,但是从图 5 反映出来的相关峰能量分布比较尖锐,说明高斯面拟合和抛物面拟合在峰比较尖锐的条件下亚像素误差比质心算法得到的亚像素误差值大,不适合于这种条件下的质心计算;而在质心算法中,以加权次数为 2 的加权质心算法最佳,这种算法可以作为在位移测量应用中的相关峰位置提取的最佳算法。

置的残差进行补偿,从而得到图 11 所示的补偿后的残差图,可看出这种补偿方法可将亚像素误差的残差波动范围约  $\pm 0.1$  pixel 补偿到约  $\pm 0.04$  pixel,大大减小了亚像素误差对测量系统的影响。

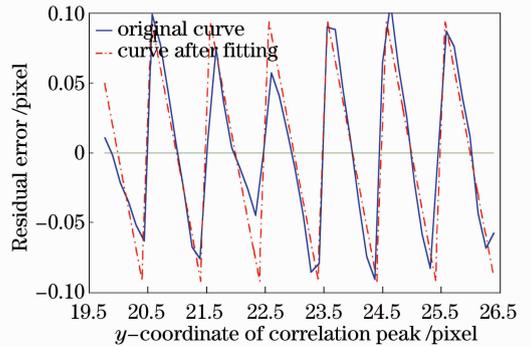


图 10 残差与质心坐标的关系

Fig. 10 Relationship of residual error and facula centroid coordinate

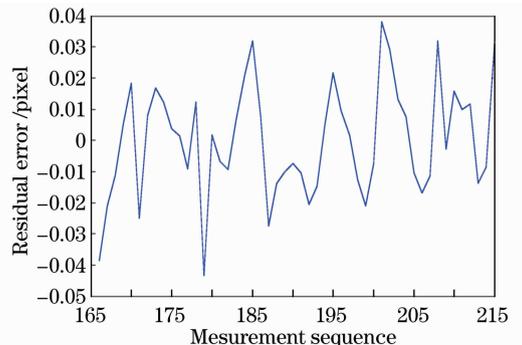


图 11 残差曲线

Fig. 11 Residual error curve after compensating

## 6 结 论

分析了测量系统的误差,通过对比不同口径傅里叶透镜得到的相关峰位置的周期性波动的幅度不同,指出这种周期性波动的系统误差主要是由透镜系统误差引起的;通过分析相关峰在跨像素时位置的跳变,得到亚像素误差的产生原因。然后通过对比加权质心算法、高斯面拟合法和抛物面拟合法对亚像素误差的影响,得到加权质心算法引起的亚像素误差要小于高斯面拟合和抛物面拟合引起的亚像素误差,说明在峰尖锐的条件下高斯面拟合和抛物面拟合不适合做质心计算;同时对比不同权值次数的加权质心算法,指出最佳的相关峰位置提取算法是权值次数为 2 的质心算法,其引起的亚像素误差为 0.05 pixel。最后通过对亚像素残差随质心计算位置的关系拟合,设计了补偿算法,将亚像素误差的残差波动范围由约 $\pm 0.1$  pixel 补偿到约 $\pm 0.04$  pixel。

本文的研究在像移精密测量系统以及诸多图像处理系统中具有极其重要的作用,尤其是涉及到光斑位置的提取及亚像素误差的分析和补偿。但在相关峰位置提取算法中最佳算法是权值次数为 2 的质心提取算法,这一点具有特殊性,要看应用的背景,在实际选择提取算法时要具体问题具体分析。另外,这里的亚像素误差的补偿算法,不依赖于目标图像的位置,只与提取的质心位置在像素中的相对位置有关,具有广泛的适用性。

## 参 考 文 献

- 1 K. L. Schehrer, M. G. Roe, R. A. Dobson. Rapid tracking of a human retina using a nonlinear joint transform correlator[C]. *SPIE*, 1959, **1993**: 381~390
- 2 T. D. Wilkinson, N. J. New. Head tracker based on a compact optical correlator[C]. *SPIE*, 2001, **4361**: 108~114
- 3 B. Javidi. Nonlinear joint power spectrum based optical correlation[J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(12): 2358~2367
- 4 N. Towghi, L. Pan, B. Javidi. Noise robustness of nonlinear filters for image recognition[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(9): 2054~2071
- 5 T. J. Grycewicz, C. J. Florio, G. A. Franz *et al.*. Estimation bias from using nonlinear Fourier plane correlators for sub-pixel image shift measurement and implications for the binary joint transform correlator[C]. *SPIE*, 2007, **6695**: 66950J
- 6 R. W. H. van Bezooijen. SIRTf autonomous star tracker[C]. *SPIE*, 2003, **4850**: 108~121
- 7 Liu Jiayong, Xu Ping, Xu Haidong *et al.*. Design and analysis of novel planar integrated optical correlator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1735~1739  
刘加勇, 徐平, 徐海东等. 新型平面集成光学相关器设计与分析[J]. *光学学报*, 2008, **28**(9): 1735~1739
- 8 Fan Chao, Li Yingcai, Yi Hongwei. Research of spatial camera displacement measurement methods based on optical correlator [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(6): 1213~1216  
樊超, 李英才, 易红伟. 基于光学相关的空间相机像移测量方法研究[J]. *光子学报*, 2008, **37**(6): 1213~1216
- 9 Hongwei Yi, Hui Zhao, Ying Li *et al.*. Improved digital processing method used for imagemotion measurement based on hybrid opto-digital joint transform correlator [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2010, **8**(10): 989~992
- 10 Song Feijun, S. Jutamulia. *Advanced Optical Information Processing*[M]. Beijing: Peking University Press, 2004. 78~84  
宋菲君, S. Jutamulia. *近代光学信息处理*[M]. 北京: 北京大学出版社, 2004. 78~84
- 11 Xie Lunzhi, Bian Honglin, Wang Zhenhua. Research on subpixel centroid of planar array detector[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2003, **1**(2): 51~56  
谢伦治, 卞洪林, 王振华. 面阵探测器的像点亚像素定位研究[J]. *光学与光电技术*, 2003, **1**(2): 51~56

栏目编辑:李文喆