

# 相干热原子介质中的电磁感应成像

王春芳<sup>1</sup> 郭红菊<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 上海理工大学理学院, 上海 200093  
<sup>2</sup> 上海理工大学出版印刷高等专科学校, 上海 200093)

**摘要** 研究了热原子介质在电磁感应透明(EIT)条件下的近梯度折射率性质。理论研究表明,在考虑多普勒加宽后,介质仍能对物体起到自成像的作用。利用分步傅里叶方法,采用方格矩描述横向传输面的归一化点光强,同时引入像面差异因子,用于寻找精确像面位置并对成像质量进行评价;研究了温度对像面位置与成像质量的影响,结果表明,随着温度的升高,像面与物面的距离几乎呈线性增加,而成像质量呈线性下降。

**关键词** 量子光学;电磁感应成像;梯度折射率介质;多普勒加宽;成像质量

**中图分类号** O437.5 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.s118001

## Electromagnetically Induced Self-Imaging in the Hot Atomic Medium

Wang Chunfang<sup>1</sup> Guo Hongju<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China  
<sup>2</sup> College of Publishing and Printing, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract** The approximate gradient index is formed under the condition of electromagnetically induced transparency (EIT) in the hot atomic medium. Theoretical study shows that, self-imaging can also be induced after considering Doppler broadening. With the split-step Fourier method and lattice matrix, normalized intensity distribution on the transverse transmission plane is studied. With the definition of difference factor of image plane, the location of the self-imaging can be calculated accurately. The influences of the temperature on the position of the self-imaging and the corresponding imaging quality are discussed in detail. Numerical results show that, with the increase of the temperature, the location of the self-imaging linearly moves away from the original object, and the self-imaging quality decreases.

**Key words** quantum optics; electromagnetically induced self-imaging; gradient index medium; Doppler broadening; imaging quality

**OCIS codes** 270.5530; 080.2710; 110.2990

## 1 引 言

在经典光学和应用光学领域里,自成像的应用非常广泛。如图像的处理和合成、平板影印术、光学测试和光学度量等<sup>[1]</sup>。其中一个最为典型的例子便是泰伯效应,它是一种周期性物体的衍射自成像效应。泰伯效应最初的发现是在 1836 年<sup>[2]</sup>。然而,当时并没有对该现象给出相应的解释,直到 1881 年, Rayleigh<sup>[3]</sup>才对其形成做出物理解释。自成像不仅可以在均匀介质中发生,在非均匀介质中,如梯度折

射率介质,同样也存在自成像现象<sup>[4]</sup>。

近年来,有关电磁感应透明(EIT)的研究与应用是一个热门的研究分课题<sup>[5~7]</sup>。众所周知,EIT 介质近共振处吸收小,这一特性引起了人们对其介质内光学成像的研究兴趣。EIT 介质的制备过程中,若使用具空间分布的高斯光束作为控制光场,且电磁感应透明条件得到满足的情况下,在透明窗口内,将形成无吸收或吸收很小的电磁感应自成像(EISI)<sup>[8]</sup>。显然,电磁感应自成像有别于一般的透

**收稿日期**: 2012-02-01; **收到修改稿日期**: 2012-02-21

**基金项目**: 国家自然科学基金(11104185)、上海市教委创新基金(11YZ118)和上海市优青专项基金(sgl0023)专项基金资助课题。

**作者简介**: 王春芳(1979—),女,博士,主要从事量子相干调控、量子成像和光束的传输及变换等方面的研究。

E-mail: cfwang@usst.edu.cn

镜成像或梯度折射率介质中的自成像。在一般梯度折射率介质中所形成的像,由于介质存在强烈吸收,自成像将不易观察。而电磁感应自成像与之相比则有很大优势,在透明窗口内,介质的无吸收(或吸收很小)特性会使成像质量大大提高,易于观察。此外,对于成像位置及成像的其他参数,都可以通过调控介质的某些参数进行很好地实时操控。

文献[8]所使用的介质为冷原子介质,其中的多普勒(Doppler)加宽效应可忽略而不用考虑。然而,实际实验中室温条件更容易得到。室温下,Doppler加宽是必须考虑。此外,对于固体介质而言,多普勒加宽同样会影响相干效应[8]。本文将文献[9]的实验条件进一步拓展到热原子介质中。数值模拟结果显示,近轴近似下,常温下的原子介质在高斯光束的驱动下也能出现自成像。此外,作为不易控制的温度,又讨论了其变化对自成像位置及成像质量的影响。

## 2 理论模型和基本方程

考虑图1所示光学系统,探测场入射到  $z=0$  的物面上并沿  $z$  方向传输。控制场直接入射到原子介质上与探测场相对传输。物体左边为真空,右边为常温下的三能级  $\Lambda$  型原子<sup>87</sup>Rb 介质,左下角为其中

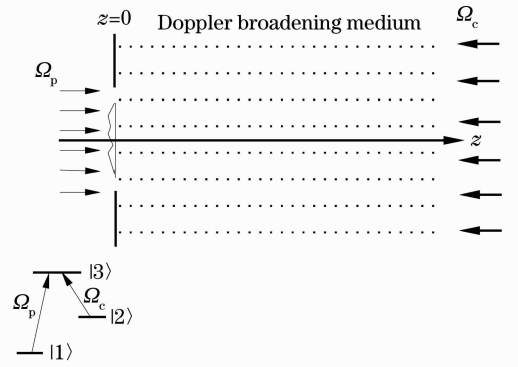


图1 会聚成像系统

Fig. 1 Structure of the focusing imaging system

的三能级  $\Lambda$  型原子能级图。

为研究探测场在介质中的空间分布,必须先求出介质的折射率分布。若探测场为平面光波,物体的透过函数为  $t(x, y)$ ,如图(1)所示。拉比频率为  $\Omega_p$  的弱探测光进入原子介质并与其基态  $|1\rangle$  和上能级  $|3\rangle$  之间的跃迁发生干涉,而与此同时,拉比频率为  $\Omega_c$  的强驱动场耦合  $|2\rangle$  和  $|3\rangle$  之间的跃迁。若连续控制光场  $\Omega_c$  与  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  间的跃迁发生共振,而探测场的频率  $\Omega_p$  与  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  间的跃迁频率  $\omega_{31}$  相近,在相消干涉情况下,原子不会激发到  $|3\rangle$  能级上。EIT 条件下,介质对探测光的线性极化率为[10]

$$\chi = \frac{|\mu_{13}|^2 N}{\epsilon_0 h} \left\{ \frac{4\Delta_p(\Omega_c^2 - 4\Delta_p^2 - \Gamma_2^2) + i[8\Delta_p^2\Gamma_3 + 2\Gamma_2(\Omega_c^2 + \Gamma_2\Gamma_3)]}{(\Omega_c^2 + \Gamma_2\Gamma_3 - 4\Delta_p^2)^2 + 4\Delta_p^2(\Gamma_2 + \Gamma_3)^2} \right\}, \quad (1)$$

式中  $\mu_{mn}$  为  $|m\rangle \rightarrow |n\rangle$  的跃迁电偶极矩,探测光失谐  $\Delta_p = \omega_p - \omega_{31}$ 。 $\Gamma_2, \Gamma_3$  分别为能级  $|2\rangle$  和能级  $|3\rangle$  的衰减速率。若驱动场为高斯场

$$\Omega_c(r) = \Omega_0 \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right), \quad (2)$$

式中  $\Omega_0$  与强度成正比, $\sigma$  为高斯场的束腰半径。从(1)式和(2)式,可以看出,耦合光的横向空间结构将引起介质极化率的非均匀性,即其极化率势必与空间坐标  $r$  相关。

(2)式中的极化率对不考虑多普勒加宽的情况是适用的,如冷原子介质。但对热原子介质或固体介质,多普勒加宽必须要考虑进去[11]。若在光轴方

向上的原子满足 Maxwell 速度分布:

$$dN(v) = \frac{N_0}{u\sqrt{\pi}} \exp(-v^2/u^2) dv, \quad (3)$$

式中  $u/\sqrt{2}$  为原子的方均根速率,这是一个与温度有关的物理量,

$$u/\sqrt{2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}, \quad (4)$$

式中  $k_B$  为玻尔兹曼常数, $m$  为原子质量, $N_0$  为总的原子气体密度。对多普勒加宽介质,

$$\Delta'_p = \Delta_p + (v/c)\Omega_p, \quad (5)$$

将多普勒加宽考虑进介质后,其极化率可写为

$$\langle x(v) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\eta}{u\sqrt{2}} \exp(-v^2/u^2) \frac{4\Delta'_p(\Omega_c^2 - 4\Delta_p^2 - \Gamma_2^2) + i[8\Delta_p^2\Gamma_3 + 2\Gamma_2(\Omega_c^2 + \Gamma_2\Gamma_3)]}{(\Omega_c^2 + \Gamma_2\Gamma_3 - 4\Delta_p^2)^2 + 4\Delta_p^2(\Gamma_2 + \Gamma_3)^2} dv, \quad (6)$$

式中  $\eta = |\mu_{13}|^2 N_0 / \epsilon_0 h$ 。因此,光波方程在慢变振幅近似下可写为<sup>[12]</sup>

$$2ik \frac{\partial \phi}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \phi + k^2 \langle \chi \rangle \phi = 0, \quad (7)$$

$$\nabla_{\perp}^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right), \quad (8)$$

式中  $\phi$  为探测场  $\Omega_p(x, y, z) = \phi(x, y, z) \exp(-i\omega_p t + ikz)$  的包络振幅,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数。当给出初始探测场,该探测场在介质中的空间场分布可通过分步傅里叶方法得出模拟结果。

### 3 结果与讨论

选取的参数与文献[13]一致,  $\eta = 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  (相当于原子密度  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ),  $\Gamma_2 = 3 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\Gamma_3 = 3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ , 介质长度为  $l = 5 \text{ cm}$ 。对控制场,取  $\Omega_0 =$

$2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ , 其腰斑半径  $\sigma = 1 \text{ mm}$ 。探测光失谐和波长分别为  $\Delta_p = -0.4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ 。根据(1)式,将介质极化率的横向空间分布通过数字模。如图2所示,图2所对应的温度为  $T = 400 \text{ K}$ 。由于折射率

$$n = \sqrt{1 + 4\text{Re} \chi}, \quad (9)$$

的最大值落在  $z$  轴上并且在近轴近似下沿  $x, y$  方向减小。这种折射率分布的介质与梯度折射率(GRIN)介质非常相近。当瑞利长度  $z_r = \pi\sigma^2 n_0 / \lambda = 3.92 \text{ m}$  远大于传输距离时,传输距离对控制光场的腰斑半径影响可完全忽略,即传输距离对介质极化率的影响可忽略,此处所讨论的介质横向梯度,纵向均匀。因此,自成像也完全有可能在该介质中实现。

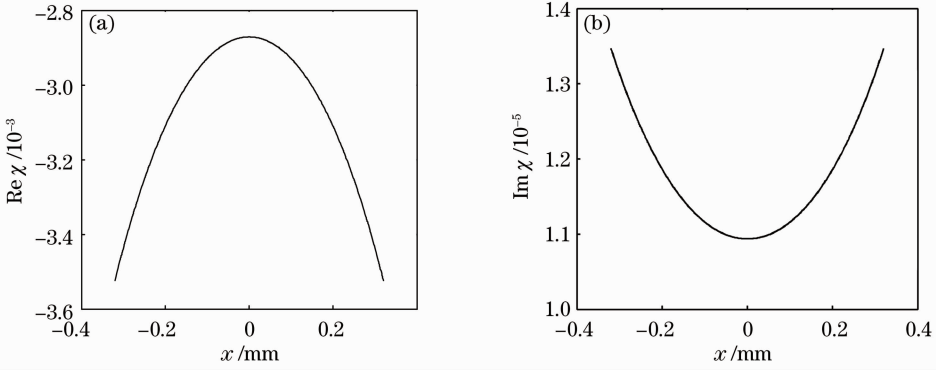


图2 介质极化率的实部和虚部

Fig. 2 Real and imaginary parts of the medium's susceptibility  $\chi$

为简单起见,假设物体为双缝,其他参数分别为:  $T = 400 \text{ K}$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ ,  $\Omega_0 = 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $\eta = 2 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ ,  $\sigma = 1 \text{ mm}$ ,  $\Delta_p = -0.4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ,  $\Gamma_2 = 3 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\Gamma_3 = 3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ 。对入射到物体后进入介质的探测光进行模拟,  $y-z$  面上归一化场强  $I(x=0, y, z)$  分布如图3所示。由图3可知,随传输距离的变化,介质中的场分布呈多样变化。然而,当探测光传输在  $38.9 \text{ mm} < z < 41.4 \text{ mm}$  范围内时,归一化场强的横向分布结构与其在物面的分布非常相似,这表明常温 EIT 介质中自成像的存在。为了找到自成像的准确位置,采用方格矩  $M \times N$  来描述任一传输平面上的归一化横向场分布。每一矩阵格代表传输平面上的一个点光强,归一化所有面上的强度,即

$$\sum_{m,n=1}^{M,N} I_{imm} = \sum_{m,n=1}^{M,N} I_{omm}, \quad (10)$$

式中  $I_{imm}$  和  $I_{omm}$  ( $m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N$ ) 分别代表像面与物面上的归一化点光强。 $M, N$  越大,描述越精确。此外,定义像面差异因子

$$Q = \frac{\sum_{m,n=1}^{M,N} |I_{imm} - I_{omm}|}{\sum_{m,n=1}^{M,N} I_{omm}}, \quad (11)$$

像面差异因子  $Q$  是一个与传输面有关的参数,每个传输面具有不同的  $Q$  值。对像面差异因子的定义有两个作用:首先,  $Q$  值越大的面,离自成像面越远。理论上来说,  $Q=0$  所在传输面即为自成像面。然而,在实际计算当中,由于所取矩阵的维数  $M \times N$  总是有限的,因此对实际像面,其  $Q$  值不一定与理论完全吻合。但实际成像面上的  $Q$  值相对其它所有传输面总是最小的,也就是说可以利用  $Q$  值找到成像所在平面。其次,  $Q$  值的大小从另一个角度也反映了成像质量差异。成像面上  $Q$  值越大,成像质量越差,反之,成像质量高。

为简化计算时间,令  $M=N=128$ 。利用像面差异因子定义,找到  $Q$  值最小值所在面即自成像面  $z = 38.9 \text{ mm}$ 。图4为原物与其在介质中的自成像比较。

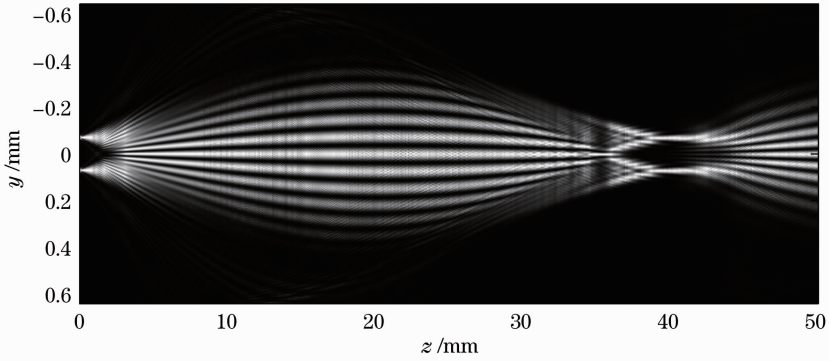


图 3  $y$ - $z$  面上归一化场强  $I(x=0; y; z)$  分布图, 参数如图 2

Fig. 3 Normalized intensity distribution of  $I(x=0; y; z)$ , parameters are the same as those in Fig. 2

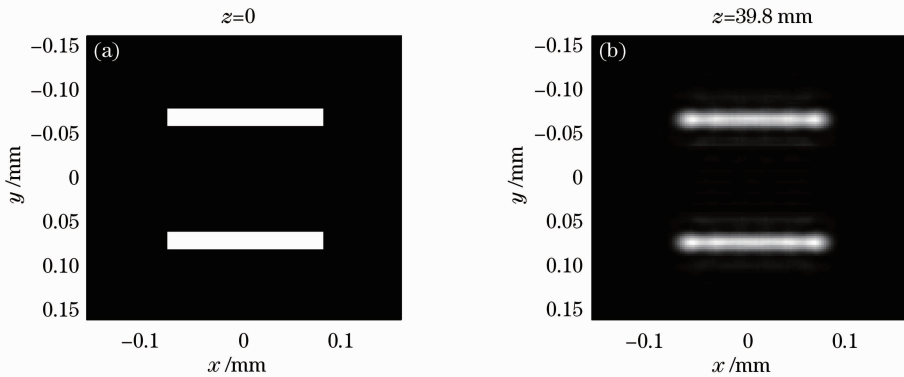


图 4 图 3 中物面与像面的比较

Fig. 4 Original object and the self-imaging in Fig. 3

上述结果均在  $T=400$  K 条件下得出。由于实际实验条件中, 温度的控制并不是十分容易。因此, 研究温度对像面位置及成像质量影响显得尤为重要。图 5 为温度对成像面及成像质量的影响关系。

其中, 成像面与温度的关系图中, 点线为数值模拟结果, 实线为对其关系的耦合。由图可知, 随着温度的升高, 像面与物面的距离几乎呈线性增加, 而成像质量却在不断下降。

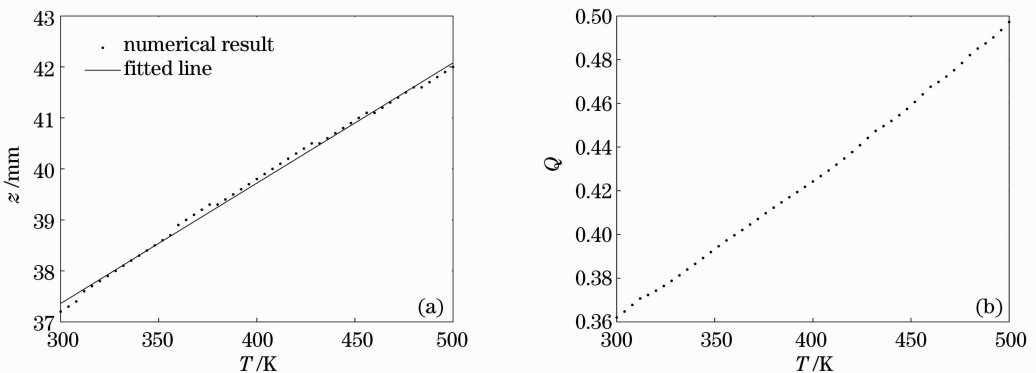


图 5 温度对像面位置及成像质量的影响, 相关参数同图 2

Fig. 5 (a) Influence of the temperature  $T$  on the position and imaging quality of the self-imaging  $z_i$ ; (b) error factor  $Q$  on the self-imaging plane as a function of the temperature  $T$ , parameters are the same as those in Fig. 2

## 4 结 论

本文研究了热原子介质在 EIT 条件下的近梯度折射率性质。与预测结果一致, 在考虑多普勒加

宽后, 介质仍能对物体起到自成像的作用。采用方格矩描述横向传输面的归一化点光强。同时引入像面差异因子, 用于寻找精确像面位置并对成像质量

进行评价。研究了温度对像面位置与成像质量的影响。结果表明,随着温度的升高,像面与物面的距离几乎呈线性增加,而成像质量却在不断下降。了解温度变化对自成像性质的影响,进一步加深了对相干原子介质中的聚焦成像问题的理解,同时,对光信息存储和处理应用方面将起到一定的推动作用。

### 参 考 文 献

- 1 K. Paturski. The self-imaging phenomenon and its applications [J]. *Prog. in Opt.*, 1989, **27**: 1~108
- 2 H. F. Talbot. Facts relating to optical science. No. IV [J]. *Philos. Mag.*, 1836, **9**(56): 401~407
- 3 L. Rayleigh. On copying diffraction-gratings, and some phenomena connected therewith [J]. *Philos. Mag.*, 1881, **11**: 196~205
- 4 C. Gomez-Reino, E. Larrea. Paraxial imaging and transforming in a medium with gradient index: transmittance function [J]. *App. Opt.*, 1982, **21**(23): 4271~4275
- 5 S. E. Harris. Electromagnetically induced transparency [J]. *Phys. Today*, 1997, **50**(7): 36~42
- 6 E. Wolf. Progress in Optics [M]. Oxford: The Netherlands Linacre House, 2007. 259~354
- 7 K. J. Boller, A. Imamoglu, S. E. Harris. Observation of electromagnetically induced transparency [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **66**(20): 2593~2597
- 8 J. Cheng, S. S. Han. Electromagnetically induced self-imaging [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(9): 1162~1164
- 9 P. Zhou, S. Swain. Collisional-dephasing and Doppler-broadening effects on quantum interference in a Vee atomic system [J]. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 1998, **15**(10): 2593~2598
- 10 S. E. Harris, J. E. Field, A. Imamoglu. Nonlinear optical process using electromagnetically induced transparency [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(10): 1107~1110
- 11 Rakesh Kapoor, G. S. Agarwal. Theory of electromagnetically induced waveguides [J]. *Phys. Rev. A.*, 2000, **61**(5): 053818
- 12 A. Siegman. Lasers [M]. Mill Valley: University Science Books, 1986
- 13 A. Andre, M. D. Lukin. Manipulating light pulses via dynamically controlled photonic band gap [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(14): 143602

栏目编辑: 马 沂