

基于 Zernike 多项式的大口径离轴抛物面 平行光管定焦技术

马世帮 杨 红 杨照金 郭 羽 康登魁

(西安应用光学研究所, 陕西 西安 710065)

摘要 根据 Zernike 多项式的第四项系数 q_4 和 Seidel 像差 Focus 项的对应关系, 选用 Zernike 多项式第四项的系数 q_4 的值作为激光干涉法定焦的判据。利用该判据定焦, 方法可行, 定焦结果稳定。根据 q_4 值的正负可以判断干涉仪发出的球面波的交点处于大口径离轴抛物面平行光管的焦前或是焦后, 从而指导干涉仪的前后移动。利用基于 Zernike 多项式的激光干涉仪法确定了大口径离轴抛物面平行光管的焦面, 由标定实验可知, 利用这种方法定焦效果不错, 定焦后的平行光管出射光束平行性误差优于 $0.22''$ 。

关键词 测量; 定焦; Zernike 多项式; 激光干涉仪; 平行光管

中图分类号 O435.2 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201239.s108014

Focusing Technology Based on Zernike Polynomial for Large Aperture off-Axis Parabolic Collimator

Ma Shibang Yang Hong Yang Zhaojin Guo Yu Kang Dengkui

(Xi'an Institute of Applied Optics, Xi'an, Shaanxi 710065, China)

Abstract Based on the corresponding relation of the fourth coefficient q_4 from the Zernike polynomial and the focus item from the Seidel aberration, the value of the fourth coefficient q_4 from the Zernike polynomial is used as the criterion of the focusing method for laser interferometer. The focusing method using the criterion is feasible and the result of focusing method is steady. Besides, the positive or negative of the q_4 can be used to judge whether the point of intersection of the spherical wave from the interferometer is in front of the focus plane or behind the focus plane of a large aperture off-axis parabolic collimator, which will guide the move direction. The focus plane of the large aperture off-axis parabolic collimator is confirmed by using this method. From the calibration experiment, It's known that the focusing effect is perfect and the parallelism error of emissive beam from collimator is less than $0.22''$.

Key words measurement; focusing; Zernike polynomial; laser interferometer; collimator

OCIS codes 120.0120; 120.3940; 260.0260; 260.5950

1 引 言

近年来,随着光学检测技术的进步和发展,大口径离轴抛物面平行光管广泛地应用于光学传递函数、多光谱多光轴平行性等的测量和校准当中,只有将目标靶准确定位于大口径离轴抛物面平行光管的焦面,才能准确地测量光学系统的光学传递函数或者多光谱多光轴系统的多光轴平行性^[1~3]。要将目标靶准确地定位于平行光管的焦面,首先需要将对平行光管精确定焦。常用的定焦方法比较多,考虑到将目标靶定位到平行光管的焦面精度以及大口径离

轴抛物面平行光管的焦距一般比较长,需要采用激光干涉法定焦。由于 Zernike 多项式第四项系数的大小和离焦量的大小有关,考虑采用基于 Zernike 多项式的干涉仪法对大口径离轴抛物面平行光管进行精确定焦。

2 基于 Zernike 多项式的激光干涉仪定焦判据的确定

激光干涉法定焦的关键就是选用一个合适、准确、客观的判据确定大口径离轴抛物面平行光管的

收稿日期: 2011-07-15; 收到修改稿日期: 2011-10-13

作者简介: 马世帮(1984—),男,助理工程师,主要从事光学计量与测试等方面研究。E-mail: mashibang@163.com

焦面位置。常用的判据有峰谷(PV)值、均方根(RMS)值,因为当大口径离轴抛物面平行光管的焦面位置确定时,得到的PV值或者RMS值最小。但是由于PV值表示波像差的最大值和最小值之差,可能会由于光学系统镜头中的小小瑕疵而给出错误的结论,因此一般不采用PV值作为判据。而RMS值表示波像差的均方根值,抗干扰能力强,故一般采用RMS值作为判据。但是由于PV值和RMS值只能确定是否在焦面上,并不能确定到底是处于焦前还是焦后,因此需要找到一种定焦准确且可以判断是处于焦前还是焦后从而指导定焦中的调试工作的判据。

本文选用Zernike多项式^[4~9]第四项的系数 q_4 值作为确定大口径离轴抛物面平行光管焦面的判据,通过值的正负可以判断处于焦前还是焦后,并且准确度高,是一种有效的定焦判据。它的大小和Seidel像差中的Focus项的大小有关,而Focus项的大小间接反映了目标靶的离焦量。Zernike多项式前8项与Seidel像差的对应关系^[10]如表1所示。

表1 Zernike多项式前8项与Seidel像差的对应关系
Table 1 Corresponding relation of the 8 fore-item Zernike polynomial and the Seidel aberration

Zernike polynomial	Seidel aberration
$Z_1 = 0$	Piston or bias
$Z_2 = \rho \cos \theta$	Tilt x
$Z_3 = \rho \sin \theta$	Tilt y
$Z_4 = -1 + 2\rho^2$	Focus
$Z_5 = \rho^2 \cos 2\theta$	Astig x
$Z_6 = \rho^2 \sin 2\theta$	Astig y
$Z_7 = \rho(-2 + 3\rho^2) \cos \theta$	Coma x
$Z_8 = \rho(-2 + 3\rho^2) \sin \theta$	Coma y

Zernike多项式是Zernike在1934年构造的。Zernike多项式的具体表达式为

$$Z_n^l(\rho) = R_n^l(\rho)\Theta_n^l(\theta), \quad (1)$$

式中 n 为阶数,取值为 $0, 1, 2, 3, 4, \dots$, $R_n^l(\rho)$ 为仅与径向有关的项, $\Theta_n^l(\theta)$ 为仅与幅角有关的项, l 为任意正或负的整数,其值恒与 n 同奇偶性。定义一个正数 $m = (n - l)/2$,则 $l = n - 2m$ 。 $R_n^l(\rho)$ 的表达式为

$$R_n^l(\rho) = R_n^{n-2m}(\rho) = \sum_{s=0}^m (-1)^s \times \frac{(n-s)!}{s!(m-s)!(n-m-s)!} \rho^{n-2s}, \quad (2)$$

$(n - 2m \geq 0)$

$$R_n^l(\rho) = R_n^{n-2m}(\rho) = R_n^{|n-2m|}(\rho). \quad (3)$$

$(n - 2m < 0)$

$\Theta_n^l(\theta)$ 的表达式为

$$\Theta_n^l(\theta) = \Theta_n^{n-2m}(\theta) = \cos[(n - 2m)\theta], \quad (4)$$

$(n - 2m \geq 0)$

$$\Theta_n^l(\theta) = \Theta_n^{n-2m}(\theta) = -\sin[(n - 2m)\theta]. \quad (5)$$

$(n - 2m < 0)$

根据 $R_n^l(\rho)$ 和 $\Theta_n^l(\theta)$ 可以写出每一项Zernike多项式的具体表达式。取不同项的组合形式,构成不同类型的Zernike多项式。常用的有两种形式:标准Zernike多项式和Fringe Zernike多项式。在干涉仪分析软件中常使用Fringe Zernike多项式(如Zygo干涉仪)。

因为被测光学元件或者光学系统的波面总是光滑和连续的,所以可以采用连续函数 $w(x, y)$ 表征被测元件或被测系统的波像差函数或者面形。波面拟合是将Zernike多项式作为基底函数来拟合离散波差 $w_i(x_i, y_i)$,将被测波面用 n 项Zernike多项式表示为

$$w(x, y) = q_1 Z_1(x, y) + q_2 Z_2(x, y) + \dots + q_n Z_n(x, y). \quad (6)$$

现有 m 个数据点 $w_i(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, \dots, m$ 。

令 $a_{ij} = Z_j(x_i, y_i), i = 1, 2, 3, \dots, m; j = 1, 2, 3, \dots, m$ 。代入(6)式得到矛盾方程组($m > n$)

$$\begin{cases} a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \dots + a_{1n}q_n = w_1 \\ a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \dots + a_{2n}q_n = w_2 \\ \vdots \\ a_{m1}q_1 + a_{m2}q_2 + \dots + a_{mn}q_n = w_m \end{cases}, \quad (7)$$

简记为

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{W}, \quad (8)$$

式中 $\mathbf{A} = a_{ij}$ 为 $m \times n$ 矩阵, $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T, \mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$ 。

从矛盾方程组 $\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{W}$ 入手,应用Householder变换把系数矩阵 \mathbf{A} 正交三角化,从而得到精确求解,得到本文中采用的干涉仪法定焦判据Zernike多项式第四项 Z_4 的系数 q_4 的值。

3 激光干涉仪定焦判据的可行性和稳定性

为了确定干涉仪法定焦时选用 q_4 值或者Seidel像差中的Focus值作为判据的可行性和稳定性,搭建了一个原理性实验(见图1)。

图1所示将Zygo干涉仪、标准透镜($f = 720$ mm)、球面反射镜($f = 330$ mm)等放入光路之中,调节各个器件,使他们的中心高保持一致。给

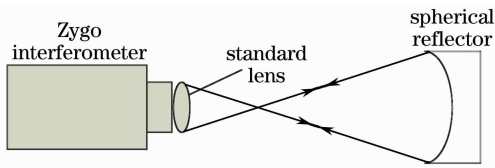


图 1 干涉仪法定焦判据实验原理图

Fig. 1 Principle of experiment which use the interferometer focusing criterion

Zygo 干涉仪前面装上标准镜头，打开干涉仪，使其发出的球面波的交点大致和球面反射镜的焦面重合，Zygo 干涉仪发出的光束经球面反射镜反射之后，进入 Zygo 干涉仪，和标准镜头后表面反射回来的光束发生干涉，分析干涉条纹，即可得到此时的 PV 值、RMS 值、 q_4 值和 Seidel 像差中的 Focus 值。

1) 可行性实验

为了验证利用干涉仪定焦时选用 q_4 值或者 Seidel 像差中的 Focus 值作为判据的可行性。在实验中要记录 Zygo 干涉仪每一个位置的 PV 值、RMS 值、 q_4 值和 Seidel 像差中的 Focus 值。由实验可知，当 q_4 的绝对值趋向于 0 时，RMS 值也在变小。当 q_4 的绝对值等于 0 时 RMS 值趋向于最小值 0.012λ 。当 Focus 绝对值趋向于 0 时，PV 值在变小。当 Focus 值等于 0 时，PV 值取最小值 0.123λ 。当标准透镜的焦面和球面反射镜的焦面重合时，干涉仪测得的球面反射镜的面形误差 RMS 值取最小值，此时 q_4 的绝对值对应值为 0。从误差的角度看，PV 值很容易由于一个瑕疵点的影响，得到很大的值。相对于 PV 值来说，RMS 值是一个更为客观、更为准确的面形误差评价标准。由以上分析知，通过判断 q_4 的绝对值的取值是否为 0，来确定焦面的位置的方法是可行的。

2) 稳定性实验

为了确定在验证干涉仪定焦时选用 q_4 值或者 Seidel 像差中的 Focus 值作为判据的稳定性，在稳定性原理实验中，多次调节 Zygo 干涉仪的位置，记录当 q_4 值为 0 时的 PV 值、RMS 值以及 Seidel 像差的 Focus 值。由实验可知， q_4 的取值等于 0 时，RMS 值在 $0.009\lambda \sim 0.012\lambda$ 之间变化，变化幅度不大，比较稳定，重复性好。PV 值在 $0.135\lambda \sim 0.162\lambda$ 之间变化，Focus 值在 $-0.080\lambda \sim 0.047\lambda$ 之间变化，两者的变化幅度比较大，稳定性差，重复性不好。如果采用 Focus 值作为定焦依据，因为它的稳定性不好，很可能得到错误的结论。

在做稳定性实验的时候，当 q_4 值等于 0 时，

Zygo 干涉仪界面图如图 2 所示。



图 2 当 $q_4=0$ 时 Zygo 干涉仪界面图

Fig. 2 Zygo interferometer interface when the q_4 is equal to 0

在实验过程中还发现，当 Zygo 干涉仪发出的球面波的交点处于球面反射镜焦后时， q_4 的值为正值，当球面波的交点处于球面反射镜焦面上时， q_4 值为 0，当球面波的交点处于球面反射镜焦前时， q_4 值为负值。从而可以根据 q_4 值的正负判断 Zygo 干涉仪发出的球面波的交点是处于球面反射镜的焦前还是焦后。

从以上实验和分析可以知道，采用 Zernike 多项式第四项的系数 q_4 的值作为激光干涉法定焦的判据是可行的，定焦结果稳定。除此之外，比采用 PV 值或者 RMS 值作为判据更好的是，采用 Zernike 多项式第四项的系数 q_4 的值作为激光干涉法定焦的判据还可以判断干涉仪发出的球面波的交点是处于被测镜面的焦前还是焦后。

4 基于 Zernike 多项式的大口径离轴抛物面平行光管定焦

4.1 大口径离轴抛物面平行光管定焦原理

激光干涉仪法定焦原理图如图 3 所示。

首先按照图 3 安排光路，打开 Zygo 干涉仪，使其发出球面波，通过调节干涉仪的前后左右位置、高低、方位和俯仰，使得其发出的球面波的会聚点大致处在离轴抛物面平行光管的焦面位置处，经次镜、离轴抛物面镜的反射，到达高精度平面镜之后，光束被反射回来，进入 Zygo 干涉仪，在干涉仪的显示屏上形成干涉条纹。观察和测量干涉仪显示屏上的干涉图像，处理干涉条纹，得到 Zernike 多项式系数中的 q_4 值。前后调节干涉仪的位置，当得到的 q_4 值为 0 时，干涉仪发出的球面波的交点即为离轴抛物面平行光管精确的焦面位置。

4.2 大口径离轴抛物面平行光管定焦实验

按照图 3 所示安排光路，使 Zygo 干涉仪、大口

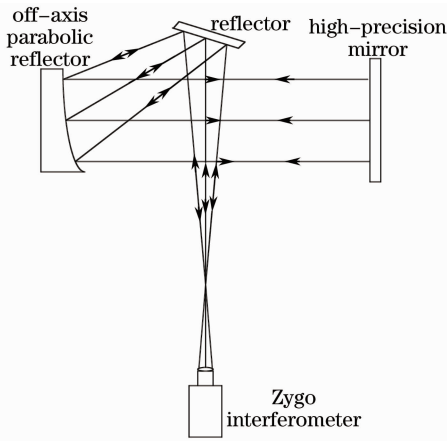


图 3 干涉法定焦原理图

Fig. 3 Focusing principle using the interferometer

径离轴抛物面镜、次镜、高精度平面反射镜的中心高保持一致。给 Zygo 干涉仪装上标准透镜，打开干涉仪，使得标准透镜的焦面落在大口径离轴抛物面平行光管大致焦面处。调节干涉仪的方位、俯仰，使干涉仪上出现干涉条纹，处理干涉条纹，得到 q_4 值的正负，调节干涉仪的前后移动方向。当 q_4 的值为 0 时，在标准透镜的球面波的交点位置放置一小孔光阑，此时小孔光阑的位置，即为大口径离轴抛物面平行光管的焦面位置。干涉法定焦实物图如图 4 所示，干涉法定焦实验中一幅 Zygo 干涉仪界面图如图 5 所示。由实验可知，当 q_4 的值为 0 时，对应的 RMS 值最小，为 0.030λ ，此时球面波的交点即为大口径离轴抛物面平行光管的焦面。



图 4 干涉法定焦实物图

Fig. 4 Focusing practicality using the interferometer



图 5 定焦实验中一幅 Zygo 干涉仪界面图

Fig. 5 A Zygo interface in the focusing experiment

4.3 定焦结果标定

在大口径离轴抛物面平行光管的焦面确定之后，将目标靶准确定位于平行光管的焦面处，采用高精度 T3 经纬仪和五棱镜结合的方法对平行光管的出射光束的平行性进行标定。由实验得到的数据知，光束平行性误差的最大值为 $0.22''$ ，最小值为 $0.04''$ ，平均值为 $0.14''$ 。从而知道采用基于 Zernike 多项式的激光干涉法定焦的效果还是非常不错的。

5 结 论

利用基于 Zernike 多项式第四项系数 q_4 的值作为激光干涉法定焦的判据进行定焦，定焦方法可行，定焦结果稳定。根据 q_4 值的正负可指导干涉仪的前后移动。利用基于 Zernike 多项式的干涉法定焦方法确定了大口径离轴抛物面平行光管的焦面，定焦后平行光管出射光束的平行性误差优于 $0.22''$ 。

参 考 文 献

- Huang Jing, Liu Zhaohui, She Wenji *et al.*. Design of lab test system for boresight of multi-channel optical axes[J]. *Journal of Applied Optics*, 2007, **28**(5): 663~666
黄 静, 刘朝晖, 折文集 等. 室内多波段光轴一致性测试系统的设计[J]. *应用光学*, 2007, **28**(5): 663~666
- Fu Rongguo, Chang Benkang, Qian Yunsheng *et al.*. The rectifying technology of the laser ranger director[J]. *Optical Technique*, 2007, **33**(2): 239~244
富容国, 常本康, 钱芸生 等. 激光指示器光轴调校技术[J]. *光学技术*, 2007, **33**(2): 239~244
- Kang Dengkui, Yang Hong, Wang Jianguang *et al.*. Calibrating equipment of ultraviolet optical transfer function[J]. *Journal of Applied Optics*, 2008, **29**(s): 136~140
康登魁, 杨 红, 汪建刚 等. 紫外光学传递函数校准装置的研究[J]. *应用光学*, 2008, **29**(s): 136~140
- Sun Xuezheng, Su Xianyu, Jing Hailong. The influence of sampling points on the precision of curved surface fitting based on Zernike polynomials[J]. *Optical Instrument*, 2008, **30**(4): 6~10
孙学真, 苏显渝, 荆海龙. 抽样点对基于 Zernike 多项式曲面拟合精度的影响[J]. *光学仪器*, 2008, **30**(4): 6~10
- Zhang Wei, Liu Jianfeng, Long Funian *et al.*. Study on wavefront fitting using Zernike polynomial [J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(5): 675~678
张 伟, 刘剑峰, 龙夫年 等. 基于 Zernike 多项式进行波面拟合研究[J]. *光学技术*, 2005, **31**(5): 675~678
- Yan Jingzhou, Sun Houhuan, Gao Zhiqiang *et al.*. A new algorithm for wavefront fitting using Zernike polynomial[J]. *Acta Mathematica Scientia*, 2000, **20**(3): 378~385
鄢静舟, 孙厚环, 高志强 等. 用 Zernike 多项式进行波面拟合的一种新算法[J]. *数学物理学报*, 2000, **20**(3): 378~385
- Yan Jingzhou, Lei Fan, Zhou Bifang *et al.*. Algorithms for wavefront fitting using Zernike polynomial[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, **7**(5): 119~128
鄢静舟, 雷 凡, 周必方 等. 用 Zernike 多项式进行波面拟合的几种算法[J]. *光学精密工程*, 1999, **7**(5): 119~128
- Shan Baozhong, Wang Shuyan, Niu Hanben *et al.*. Zernike

- polynomial fitting method and its application [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, **10**(3): 318~323
- 单宝忠, 王淑岩, 牛慈笨 等. Zernike 多项式拟合方法及应用 [J]. *光学精密工程*, 2002, **10**(3): 318~323
- 9 Wei Xueye, Yu Xin. An optical wavefront sensing and reconstruction method based on Zernike polynomials [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(7): 719~723
- 魏学业, 俞 信. 一种基于 Zernike 多项式的波前探测和重构方法 [J]. *光学学报*, 1994, **14**(7): 719~723
- 10 Li Yan, Li Lin, Huang Yifan *et al.*. Conformal optical design based on reversal optical wedge and Zernike polynomials [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(9): 1788~1791
- 李 岩, 李 林, 黄一帆 等. 基于反转光楔和泽尼克多项式的共形光学设计 [J]. *光子学报*, 2008, **37**(9): 1788~1791

栏目编辑: 何卓铭