多光束激光外差测量磁致伸缩系数的方法

李彦超 王春晖 曲 杨

(哈尔滨工业大学光电子技术研究所可调谐激光技术国家级重点实验室,黑龙江哈尔滨150001)

摘要 提出了一种多光束激光外差测量磁致伸缩系数的方法。基于激光外差技术和多普勒效应,把待测参数信息 加载到外差信号的频率差中,通过对外差信号作快速傅里叶变换(FFT)解调后可以同时得到多个待测参数值,对 待测参数加权平均处理最终可以提高待测参数的测量精度。利用 Matlab 仿真模拟了不同电流条件下待测样品的 磁致伸缩系数,结果表明相对误差仅为 0.48%。

关键词 测量;磁致伸缩系数;激光外差;多普勒效应;多光束干涉

中图分类号 TN958 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.s108005

Study on Magnetostrictive Coefficient Based on Multi-Beam Laser Heterodyne

Li Yanchao Wang Chunhui Qu Yang

(National Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract A method of multi-beam laser heterodyne measurement for magnetostrictive coefficient is proposed. Based on Doppler effect and heterodyne technology, loading the information of parameter under test to the frequency difference of the multi-beam laser heterodyne signal by the frequency modulation of the oscillating mirror, this method can obtain many values of parameter after the multi-beam laser heterodyne signal demodulation simultaneously. Processing these values by weighted-average, it can improve the accuracy of the parameter. The magnetostrictive coefficient of the sample under different carrents is simulated by Matlab. The obtained result shows that the relative error of this method is just 0.48%.

Key words measurements; magnetostrictive coefficient; laser heterodyne; Doppler effect; multi-beam interference **OCIS codes** 120.4290; 040.2840; 160.3900

1 引 言

铁磁质的磁畴在外磁场作用下会定向排列,从 而引起介质中晶格间距的改变,致使铁磁体发生长 度变化的现象被称为磁致伸缩效应^[1]。由于这一现 象首先由焦耳于 1842 年发现,因而也被称为焦耳效 应。磁致伸缩不但对材料的磁性有重要的影响(特 别是对起始磁导率、矫顽力等),而且该效应本身在 实际中的应用也很广泛,如:磁致伸缩技术可以用于 机械振动和超声波换能器上,在激光雷达等方面有 重要的应用。 利用材料在交变磁场作用下长度的变化,可制成超声波发生器和接收器:通过一些特别的转换装置,可以制成力、速度、加速度等传感器以及延迟线、滤波器等^[2]。在相同外磁场的条件下,不同的磁性物质磁致伸缩的长度变化是不同的,通常用磁致伸缩系数 $\alpha(\alpha = \Delta l/l)$ 表征它形变的大小。因此,准确测量材料的磁致伸缩系数 α 是非常重要的。由于磁致伸缩效应引起的材料长度相对变化很微小,一般铁磁材料的磁致伸缩系数只有 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 数量级,因此需采用一些高精度的方法加以测量^[3]。

收稿日期: 2011-12-25; 收到修改稿日期: 2012-02-28

基金项目:国家自然科学基金(61078061)和哈尔滨工业大学重大国际科技合作培育计划(HIT. ICRST. 2010024)资助 课题。

作者简介:李彦超(1982—),男,博士研究生,主要从事激光雷达和微弱信号检测等方面的研究。

E-mail: ycl. hit1982@yahoo. com. cn

导师简介:王春晖(1965—),男,博士,教授,主要从事激光雷达、数字信号处理、激光大气遥感和外差干涉仪等方面的研究。E-mail: wangchunhui02@sohu.com

磁致伸缩系数的测定归结为微长度(位移)变化 的测量。目前测量磁致伸缩系数的方法主要有非平 衡电桥测量法^[4]、差动变电容测法^[5]、光杠杆^[6]、应 变电阻片测量法^[7]和光学干涉法^[8]等。但是这些方 法都存在各自的缺点,因此测量精度无法再提高。

而在光学测量法中,激光外差测量技术备受国 内外学者的关注。激光外差测量技术继承了激光外 差技术和多普勒技术的诸多优点,是目前超高精度 测量方法之一^[9~12]。该方法具有高的空间和时间 分辨率、测量速度快、精度高、线性度好、抗干扰能力 强、动态响应快、重复性好和测量范围大等优点,已 成为现代超精密检测及测量仪器的标志性技术之 一,广泛应用于超精密测量、检测、加工设备、激光雷 达系统等。

传统的外差干涉均为双光束干涉,外差信号频 谱只含单一频率信息,解调后得到单一的待测参数 值。本文在激光外差测量技术基础上,提出了一种 多光束激光外差测量磁致伸缩系数的方案,基于此 方案提出了一种提高外差测量精度的多光束激光外 差测量法,即在光路中利用振镜对不同时刻的入射 光进行频率调制,得到了多光束激光外差信号,其信 号频谱中同时包含多个频率值,每个频率值都包含 待测参数信息,经过解调后可同时得到多个待测参 数值,对得到的多个参数值加权平均,提高了待测参 数的精度。对此方法进行了详细的理论分析,并对 铁镍合金样品进行了仿真实验验证。

2 实验方案设计

多光束激光外差测量磁致伸缩系数的装置如 图 1所示,该装置由 H。固体激光器、平面反射镜、铁 镍合金样品、固定棒、激励线圈、直流稳压电源、λ/4 波 片、振镜、偏振分束镜 PBS、会聚透镜、薄玻璃板、光电 探测器和信号处理系统(该装置由滤波器、前置放大 器、A/D和 DSP 组成)组成。振镜在驱动电源作用下 做匀加速直线振动,加入振镜的好处是可以对不同时 刻入射到振镜前表面的激光进行频率调制。



图 1 多光束激光外差测量磁致伸缩系数的装置图

Fig. 1 Setup of magnetostrictive coefficient measurement by using multi-beam interference laser heterodyne method

首先,将铁镍合金样品进行交流退磁,再将滑线 变阻器放置在最大位置,接通激磁线圈的电源,缓慢 调节滑线变阻器,使电流单调上升。同时,打开激光 器,使线偏振光依次经过偏振分束镜 PBS 和波片后 照射到振镜前表面上,而不同时刻被振镜调制的反 射光又经过 λ/4 波片后透过偏振分束镜 PBS 斜入 射到薄玻璃板上,经薄玻璃板透射的光被平面反射 镜反射后与经过薄玻璃板前表面反射的光一起被会 聚透镜会聚到探测器光敏面上,最后经探测器光电 转换后的电信号经过放大器、A/D转换器和数字信 号处理器 DSP 后得到不同时刻待测的参数信息。 需要说明的是,用该装置进行测量时,将待测样 品两端面上分别用粘合剂牢固地粘上非磁性材料制 成的固定棒,待其插人激磁线圈后将它的一端固定在 工作台或其他固定件上,将平面反射镜黏贴在另一 端,且保证贴有平面反射镜一端可以自由移动。同 时,将薄玻璃板置于平面反射镜前 20 mm 处,利用二 维调整架仔细调节使薄玻璃板和平面反射镜平行、等 高。之后,利用高精度数字电流表监测输出电流值, 读取并记录电流显示值 I 和信号处理后得到的 Δl 值,其中 Δl 的大小恰好等于薄玻璃板和平面反射镜 之间距离的变化量 Δd ,就可以通过记录薄玻璃板和 平面反射镜之间距离的变化量 Δd 来获得 Δl 的数值。

3 多光束激光外差测量磁致伸缩系数 原理

如图 2 所示,由于光束在薄玻璃板和平面反射 镜之间会不断地反射和折射,而这种反射和折射对 于反射光和透射光在无穷远处或透镜焦平面上的干 涉都有贡献,所以在讨论干涉现象时,必须考虑多次 反射和折射效应,即应讨论多光束激光干涉。

在不考虑薄玻璃板自身厚度的情况下,当激光 以入射角 θ_0 斜入射时,设入射光场为 $E(t) = E_0 \exp(i\omega_0 t)$,多普勒振镜的振动方程和速度方程





分别是 $x(t) = a(t^2/2)$ 和 v(t) = at。由于振镜的运动,反射光的频率变为 $\omega = \omega_0(1 + at/c)$,其中 ω_0 为激光角频率, a 为振动加速度, c 为光速。则 t - l/c 时刻到达薄玻璃板前表面的反射光场为

$$E_{1}(t) = \alpha_{1} E_{0} \exp\left\{ i \left\{ \omega_{0} \left[1 + \frac{a(t - l/c)}{c} \right] t + \omega_{0} \frac{\frac{a(t - l/c)^{2}}{2}}{c} \right\} \right\}.$$
 (1)

而经薄玻璃板透射的光在不同时刻被平面反射镜多次反射,经多次反射而透射出薄玻璃板的光场表达 式分别为

$$E_{2}(t) = \alpha_{2}E_{0}\exp\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2nd\cos\theta}{c}}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left[a\frac{\left(t-\frac{l}{c}-\frac{2nd\cos\theta}{c}\right)^{2}+2nd\cos\theta\right]}{2}\right\}\right\}$$

$$\vdots$$

$$E_{m}(t) = \alpha_{m}E_{0}\exp\times\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}{c}\right\}\right\},$$

$$\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}{c}\right\}\right\},$$

$$\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}{c}\right\}\right\},$$

$$\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}{c}\right\}\right\},$$

$$\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}{c}\right\}\right\},$$

$$\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}{c}\right\}\right\}\right\},$$

$$\left\{i\left\{\omega_{0}\left[1+a\frac{t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]t+\omega_{0}\frac{\left\{a\frac{\left[t-\frac{l}{c}-\frac{2(m-1)nd\cos\theta}{c}\right]^{2}}{2}+2(m-1)nd\cos\theta\right\}}\right\}\right\}\right\}$$

式中 $\alpha_1 = r, \alpha_2 = \beta \beta' r', \dots, \alpha_m = \beta \beta' r'^{(2m-3)}, r$ 为光从周围介质射入薄玻璃板时的反射率,透射率为 β, r' 为平面反射镜的反射率,薄玻璃板和平面反射镜之间反射光射出薄玻璃板时的透射率为 β', d 为薄玻璃板和平面反射镜之间的距离, θ 为平面反射镜的入射角。

这样,探测器接收到的总光场可以表示为

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) + \dots + E_m(t) + \dots.$$
(3)

则探测器输出的光电流可以表示为

$$I = \frac{\eta e}{h\nu} \frac{1}{Z} \iint_{D} \left\{ \sum_{j=1}^{m} E_{j}^{2}(t) + E_{2}(t) + \dots + E_{m}(t) \right] \left[E_{1}(t) + E_{2}(t) + \dots + E_{m}(t) \right]^{*} ds = \frac{\eta e}{2h\nu} \frac{1}{Z} \iint_{D} \left\{ \sum_{j=1}^{m} E_{j}^{2}(t) + \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-p} \left[E_{j}(t) E_{j+p}^{*}(t) + E_{j}^{*}(t) E_{j+p}(t) \right] \right\} ds,$$
(4)

式中 e 为电子电量, Z 为探测器表面介质的本征阻抗, η 为量子效率, D 为探测器光敏面的面积, h 为普朗克常数, ν 为激光频率。

由于直流项经过带通滤波器后可以滤除,因此,这里只考虑交流项,此交流项通常称为中频电流,整理可 得中频电流为

$$I_{\rm if} = \frac{\eta \, e}{2h\nu} \, \frac{1}{Z} \iint_{s} \sum_{p=1}^{m-p} \sum_{j=1}^{m-p} \left[E_{j}(t) E_{j+p}^{*}(t) + E_{j}^{*}(t) E_{j+p}(t) \right] \mathrm{d}s.$$
(5)

将(1)式和(4)式代入(5)式,通过软件计算积分结果为

$$I_{ii} = \frac{\eta e}{h\nu} \frac{\pi}{Z} \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-p} \alpha_{j} \alpha_{j+p} E_{0}^{2} \cos\left[\left(\frac{4\omega_{0} an p d \cos \theta}{c^{2}} \frac{2\omega_{0} an p d \cos \theta}{c^{3}}\right)t + \omega_{0}\left(\frac{an^{2} p^{2} d^{2} \cos^{2} \theta}{c^{3}} - \frac{2np d \cos \theta}{c}\right)\right].$$
(6)

$$28 \ln 1/c^{3} \text{ in } \sqrt{\pi} \gtrsim 6 \text{ or } \sqrt{\pi}$$

$$I_{\rm if} = \frac{\eta \, e}{h\nu} \, \frac{\pi}{Z} \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-p} \alpha_j \alpha_{j+p} E_0^2 \cos\left(\frac{4\omega_0 \, anpd\cos\theta}{c^2} t - \omega_0 \, \frac{2npd\cos\theta}{c}\right). \tag{7}$$

(7)式可记为

$$I_{if} = \frac{\eta e}{h\nu} \frac{\pi}{Z} \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-p} \alpha_j \alpha_{j+p} E_0^2 \cos\left[\Omega(p)t - \Phi(p)\right] = \frac{\eta e}{h\nu} \frac{\pi}{Z} E_0^2 \sum_{p=1}^{m-1} \cos\left[\Omega(p)t - \Phi(p)\right] \left(\sum_{j=1}^{m-p} \alpha_j \alpha_{j+p}\right), \quad (8)$$

式中

$$\Omega(p) = \frac{4\omega_0 anpd\cos\theta}{c^2},\tag{9}$$

$$\Phi(p) = \frac{2\omega_0 npd\cos\theta}{c}.$$
 (10)

通过(8)式可以看到,多光束外差测量法获得的 中频项频率差以及相位差中都有薄玻璃板和平面反 射镜之间距离 d 的信息。主要针对中频项中频率差 进行分析,因为采用傅里叶变换很容易实现频率测 量。此时,根据(9)式,可以把干涉信号的频率记为

$$f_p = \Omega(p) = K_p d. \tag{11}$$

根据(11)式可知,干涉信号的频率与待测距离 成正比,比例系数为

$$K_{p} = \frac{4\omega_{0} anp\cos\theta}{c^{2}}, \qquad (12)$$

与光源角频率ω₀、薄玻璃板和平面反射镜之间介质 的折射率 *n*、θ以及振镜常数 *a* 有关。

应当说明的是,通过(8)式和(12)式可以看出, 探测器输出的光电流是由不同谐波组成的,每一项 分别对应着频率的自然倍数,也就是说相邻频率差 为固定值。经傅里叶变换之后在频谱上可以看到不 同谐波频率波峰,通过测量不同谐波频率,就可以测 出薄玻璃板和平面反射镜之间的距离 $d, \exists d$ 改变 时,就可以根据(11)式测出对应 d的变化量 Δd ,然 后 Δd 对测量值加权平均,这样处理之后就可以提 高 Δd 的测量精度,知道了 Δd 就可以根据式 $\alpha =$ $\Delta l/l$ 计算得到待测样品磁致伸缩系数。

4 数值仿真及结果分析

利用 Matlab 软件模拟测量了长 200 mm 的铁 镍合金样品的磁致伸缩系数,并验证多光束激光外 差测量方法的可行性。所使用的 H。固体激光器波 长 λ=2050 nm,此激光对人眼安全;激磁线圈匝数 为 200/cm;通常情况下平面反射镜和薄玻璃板之间 介质的折射率取 n = 1;探测器的光敏面孔径为 D = 1 mm,灵敏度为 1 A/W。取多普勒振镜振动加速 度 $a = 4 \times 10^6$ m/s²。在实验过程中,要求加在激磁 线圈的电流不会发生磁饱和。

通过仿真可以看到,经信号处理得到的多光束 激光外差信号的傅里叶变换频谱如图 3 所示,其中 实线为激光斜入射情况下,测量铁镍合金样品长度 变化量 Δ*l*时对应多光束激光外差信号的傅里叶变 换频谱;虚线为激光正入射情况下,测量铁镍合金样 品长度变化量 Δ*l*时对应多光束激光外差信号的傅 里叶变换频谱。





从图 3 中实线可以看出,多光束激光外差信号的频谱是等间隔的,与前面理论分析是相符的。同时,从图 3 中还可以看到,实验中给出了正入射情况下的理论曲线,目的是在多光束激光外差信号频谱 图中,可以同时得到斜入射时多光束激光外差信号频谱 额带,可以同时得到斜入射时多光束激光外差信号频谱 频谱第一个主峰的中心频率和正入射时理论曲线的 中心频率的数值。这样,很容易得到的两个中心频 率的比值为

$$\zeta \approx \cos \theta. \tag{13}$$

在得到中心频率的情况下,通过(13)式可以算 出激光经薄玻璃板后入射到平面反射镜上的入射角 θ的大小,由于薄玻璃板的厚度可以忽略,因此根据 折射定律可以获得入射角 θ。的大小为

$$\theta_0 = \theta = \arccos \zeta. \tag{14}$$

最后通过(12)式求得 K_p 的数值,最终获得薄 玻璃板和平面反射镜之间距离变化量 Δd 的值,由 于 $\Delta d = \Delta l$,从而根据式 $\alpha = \Delta l/l$ 可以计算出任意入 射角情况下铁镍合金样品的磁致伸缩系数。 在理论推导过程中,忽略了薄玻璃板的厚度即 不考虑后表面的反射光对外差信号的影响。但实际 上薄玻璃板的厚度一般小于1 mm,为克服这种影 响,根据(11)式可以看出,薄玻璃板后表面的反射光 产生的多光束外差信号的频率分布在频谱的零频附 近,在实验光路中加入了滤波器就可以滤除低频外 差信号的干扰。利用上述多光束激光外差测量法, 连续测量8组数据,得到了不同电流情况下待测样 品磁致伸缩系数的仿真测量结果,如表1 所示。

表1 不同电流情况下,磁致伸缩系数的实际值和仿真值

Table 1 Actual and simulation values of the magnetostrictive coefficient at different current circumstances

Time	1	2	3	4	5	6	7	8
I/mA	10.00	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00	80.00
$\Delta l_{ m Actual}/\mu{ m m}$	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
$\alpha_{\rm Actual}/10^{-6}$	1.25	2.50	3.75	5.00	6.25	7.50	8.75	10.00
$\Delta l_{ m i}/\mu{ m m}$	0.249196	0.501205	0.753245	0.998648	1.244031	1.496070	1.748082	1.993484
α /10 ⁻⁶	1.245981	2.506025	3.766225	4.993240	6.220157	7.480350	8.740409	9.967420

需要说明的是,利用表 1 的仿真实验数据,根据 式 $\alpha = \Delta l/l$ 可以计算出不同电流情况下磁致伸缩系 数的仿真值,最终得到仿真结果的最大相对误差为 0.48%,可以看出该方法的测量精度是非常高的。 同时,分析数据还可以看出,在电流稳定的情况下, 环境带来的系统误差和读数误差在仿真中是可以忽 略的,仿真实验中的误差主要来自于快速傅里叶变 换后的精度误差和计算过程中的舍入误差。

5 结 论

通过在光路中引入振镜,使不同时刻入射的光 信号附加了一个光频,这样经过薄玻璃板的反射光 和平面反射镜多次反射的光在满足干涉的条件下, 产生多光束外差干涉信号,从而将待测信息成功地 调制在中频外差信号的频率差中。在测量样品磁致 伸缩系数过程中,此方法在频域同时得到了包含金 属长度变化量信息的多个频率值,信号解调后得到 多个长度变化量,通过加权平均可以得到精确的样 品长度随电流的变化量。以铁镍合金为例进行实 验,磁致伸缩系数测量的相对误差小于 0.48%,显 著提高了测量精度。

参考文献

- A. Ludwig, E. Quandt. Giant magnetostrictive thin films for applications in microelectromechanical systems [J]. J. Appl. Phys, 2000, 87(9): 4691~4695
- 2 E. Quandt. Multitarget sputtering of high magnetostrictive Tb-Dy-Fe films[J]. J. Appl. Phys., 1994, 75(10): 5653~5655
- 3 Zhang Yongju, Lin Chaobin. A comparison of the determination methods of the magnetostriction coefficient [J]. Journal of

Taizhou University, 2003, **25**(3): 49~51 张永炬,林朝斌. 磁致伸缩系数实验测定方法的比较[J]. 台州 学院学报, 2003, **25**(3): 49~51

4 Hou Junyong. Design of intelligent measuring system on magnetic flexible coefficient [J]. Journal of Electrical & Electronic Engineering Education, 2001, 23(2): 45~47 侯俊勇. 磁致伸缩系数的智能化测量系统设计[J]. 电气电子教 学学报, 2001, 23(2): 45~47

5 Wan Hong, Qiu Yi, Xie Haitao *et al.*. A method for testing the magnetostriction coefficient of thin films accurately[J]. *Journal of Functional Materials*, 2002, **33**(3): 264~266 万 红, 邱 佚, 谢海涛等. 电容位移法精确测量磁性薄膜的磁

致伸缩系数[J]. 功能材料, 2002, **33**(3): 264~266 6 Jiang Honchuan, Zhang Wenxu, Peng Bin *et al.*, Research on

- b) Jang Holichuan, Zhang Wenxu, Teng Bin a at., Research on thin film magnetostrictive coefficient measurement system[J]. *Piezoelectectrics & Acoustooptics*, 2006, **28**(3): 344~346 蒋洪川,张文旭,彭 斌等. 薄膜磁致伸缩系数测试系统的研究 [J]. 压电与声光, 2006, **28**(3): 344~346
- 7 Li Bozang. With the strain resistance measurement error of magnetostriction coefficient [J]. *Physics Examination and Testing*, 1985, (3): 17~20 李伯臧. 用应变电阻法测量片材磁致伸缩系数的误差[J]. 测试

技术, 1985, (3): 17~20

- 8 Cao Huixian. Measurement of magnetostriction coefficient[J]. *Physics Experimentation*, 2002, **23**(2): 37~38 曹惠贤. 磁致伸缩系数的测量[J]. 物理实验, 2002, **23**(2): 37~38
- 9 M. Jurna, J. P. Korterik, C. Otto *et al.*. Shot noise limited heterodyne detection of CARS signals[J]. Opt. Express, 2007, 15(23): 15207~15213
- 10 K. H. Chen, W. Y. Chang, J. H. Chen. Measurement of the pretilt angle and the cell gap of nematic liquid crystal cells by heterodyne interferometry [J]. Opt. Express, 2009, 17 (16): 14143~14149
- 11 A. Hirai, H. Matsumoto, D. Lin *et al.*. Heterodyne Fourier transform spectrometer for the near-infrared region [J]. Opt. *Express*, 2003, 11(11): 1258~1264
- 12 Y. Bitou. Phase-shifting interferometry with feedback control using heterodyne phase detection[J]. Opt. Lett., 2008, 33(16): 1777~1779