

涡旋光束照射下特殊形状微型物体所受的力矩

李东华^{1,2} 蒲继雄¹ 王喜庆²

(¹华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021
²西南交通大学物理科学与技术学院, 四川 成都 610031)

摘要 以射线光学模型为基础,研究了特殊形状微型物体在涡旋光束照射下的所受力矩。根据动量和角动量守恒定理,推导了微型物体在 x 、 y 和 z 方向上受力旋转的力矩公式。通过数值计算,得到了微型物体在不同表面倾斜角度的情况下的旋转特性。研究表明,由于涡旋光束的轨道角动量与光束动量的相互作用,改变涡旋光束的拓扑荷数,既可以使微型物体保持静止,也可以改变微型物体旋转的方向和旋转的速度。

关键词 物理光学;力矩;轨道角动量;光动量;辐射压力

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.s102012

Optical Torques upon a Micro Object Illuminated by a Vortex Beam

Li Donghua^{1,2} Pu Jixiong¹ Wang Xiqing²

(¹College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China
²College of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract The torque on a specially shaped micro object produced by a vortex beam is studied based on a ray-optic (RO) model. Based on conservation of momentum and orbital angular momentum, the formulas for the torque along x , y and z directions are derived. The numerical calculation is given to show the dependence of the optical torques on the inclination angle of the micro object. It is shown that the torque is dependent upon both the light momentum and orbital angular momentum (OAM) of the incident vortex beam. We can control the rotation of the micro object by modulating the topological charge of the incident light beam. Moreover we can make the micro object stop.

Key words physical optics; torque; orbital angular momentum; light momentum; radiation force

OCIS codes 080.4865; 350.4990; 350.5500

1 引言

涡旋是自然界中常见的流体运动,如自然界中经常观察到的台风、龙卷风以及水旋涡等。1967年,Boivin等^[1]研究了透镜焦平面出现反常光环的现象,首次证明了光波场中涡旋的存在。而后,涡旋光束越来越受到科学界的重视。涡旋光束是一种特殊的光场,它的光波相位存在奇点,奇点处轴向光强为零,并且光波相位围绕该奇点在沿垂直于传播的方向上呈连续的螺旋型分布。涡旋光束的独特性还表现在它具有确定的轨道角动量,Allen等^[2,3]证明

了在近轴和非近轴传播条件下的涡旋光束均具有 lh 的轨道角动量, l 为拓扑电荷数,这一理论为光学涡旋轨道角动量的应用提供了理论依据。1995年,He等^[4~7]观察到了涡旋光束的轨道角动量向光学涡旋场中的粒子传递现象,由于涡旋光束的轨道角动量可以传递给粒子,因此可以利用涡旋光束微操控分子、原子和胶体颗粒等^[8~14]。目前对涡旋光学的研究已经迅速发展为光学领域中一个充满活力的研究方向。

光与物质相互作用,其动量改变量产生光辐射

收稿日期: 2012-02-01; 收到修改稿日期: 2012-03-01

基金项目: 国家自然科学基金(60977068)、中国科学院瞬态光学与光子技术国家重点实验室基金(SKLST200912)和华侨大学学科重点建设项目资助课题。

作者简介: 李东华(1987—),女,硕士研究生,主要从事激光光束变换方面的研究。E-mail: 20054282@hqu.edu.cn

导师简介: 蒲继雄(1962—),男,教授,主要从事光束传输与变换等方面的研究。E-mail: jixiong@hqu.edu.cn
(通信联系人)

压力,光操控就是利用这种光辐射压力来限制粒子的运动。在微观操控中,不仅需要对粒子的运动进行限制、迁移,有时还需要对粒子进行旋转。角动量的增量表现为力矩的冲量,当涡旋光束与粒子相互作用时,光束轨道角动量与动量的改变相互作用共同对粒子产生了旋转效应。通过对涡旋光束拓扑电荷数的控制来改变粒子的旋转状态和旋转速度,这对微观马达等微观机械力学的应用十分重要。本文主要以射线光学模型为基础,研究了一特殊形状的微型物体在涡旋光束照射下的受力旋转情况,并对影响微型物体旋转的因素进行了具体的分析和阐述。

2 理论基础

假设一拉盖尔-高斯光束沿 $-z$ 方向传播,其电场表达式可表示为

$$U_{\mu}(r, \phi, z) = U_0 \frac{\omega_0}{w(z)} \left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right]^l L_p^l \left[\frac{2r^2}{w(z)^2} \right] \times \exp \left[-\frac{r^2}{w(z)^2} \right] \exp(i l \phi) \exp(i k z), \quad (1)$$

式中 U_0 为一常数, $L_p^l \left(\frac{2r^2}{w(z)^2} \right)$ 为连带拉盖尔多项式, p 为径向指数, l 为拓扑电荷数, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}$ 为 z 平面的光斑尺寸, w_0 为光腰半径, $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 为高斯光束的瑞利长度, $k = \frac{2\pi n}{\lambda}$ 为光束的波数, n 为介质的折射率, λ 为光波场的波长。光强可以表示为^[15]

$$I(x, y, z) = \frac{n\epsilon_0 c}{2} |U_{\mu}(x, y, z)|^2, \quad (2)$$

式中 ϵ_0 为真空中的介电常数, c 为真空中光速。

这个特殊形状的微型物体如图1所示,其形状类似于扇叶,整体被平均分成4部分,每一部分被倾斜角度为 θ 的平面所截。令微型物体底面与 xy 平面相重合,其光路图如图1(b)所示,拉盖尔高斯光束沿 $-z$ 方向打在微型物体表面。在微型物体表面镀上一层全反膜,假设其处于理想状态,当光束照射在微型物体表面上时,光束被全部反射。则光束传播方向以及微型物体表面受力情况如图2所示(以第一象限为例)。图中 a 为微型物体底面半径, d 为

微型物体高度。 i 为入射光线, r 为反射光线, f_i 为入射光线产生的光辐射力的方向, f_r 为反射光线产生的光辐射力的方向。

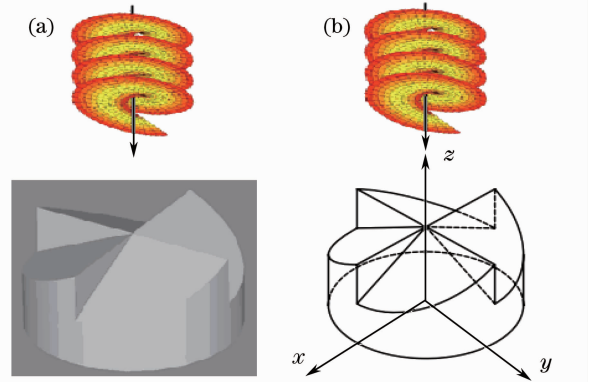


图1 光束与微型物体的(a)三维图和(b)二维图
Fig. 1 (a) Three-dimensional and (b) two-dimensional schematic of beam and the specially shaped rotator

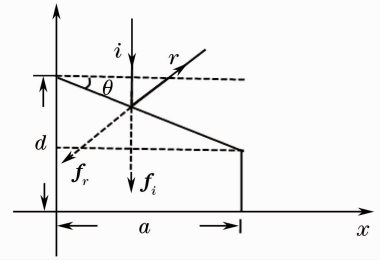


图2 光束打在微型物体表面光束传播方向与受力方向
Fig. 2 Propagation and stress direction of a single ray striking on the rotator

当单根光线打在微型物体表面某一点 (x, y, z) 时,根据动量守恒定理,求得入射光线和反射光线产生的光辐射压力分别为^[16,17]

$$f_i = \left(0, 0, -\frac{I}{nc} \right), \quad (3a)$$

$$f_r = \left(-\frac{I}{nc} \sin 2\theta_1, 0, -\frac{I}{nc} \cos 2\theta_1 \right). \quad (3b)$$

根据力矩公式 $\tau = \mathbf{R} \times \mathbf{F}$,求出在这一点上,由光线动量改变量产生的旋转力矩为

$$\tau = \left[-\frac{I}{nc} y (1 + \cos 2\theta_1), \frac{I}{nc} x (1 + \cos 2\theta_1), \frac{I}{nc} y \sin 2\theta_1 \right]. \quad (4)$$

对(4)式进行积分,可以求出拉盖尔-高斯光束在第一象限内由动量改变量产生的总的力矩为

$$\tau_1 = \left[\int_0^{\pi/2} \int_0^a -\frac{2I r^2 \cos \theta_1}{nc} \sin \phi dr d\phi, \int_0^{\pi/2} \int_0^a \frac{2I r^2 \cos \theta_1}{nc} \cos \phi dr d\phi, \int_0^{\pi/2} \int_0^a \frac{2I r^2 \sin \theta_1}{nc} \sin \phi dr d\phi \right]. \quad (5a)$$

同理可求出第二、三、四象限由光束动量改变量产生的力矩分别为

$$\boldsymbol{\tau}_2 = \left[\int_{-\pi/2}^0 \int_0^a -\frac{2Ir^2 \cos \theta_2}{nc} \sin \phi dr d\phi, \int_{-\pi/2}^0 \int_0^a \frac{2Ir^2 \cos \theta_2}{nc} \cos \phi dr d\phi, \int_{-\pi/2}^0 \int_0^a \frac{2xxIr^2 \sin \theta_2}{nc} \cos \phi dr d\phi \right], \quad (5b)$$

$$\boldsymbol{\tau}_3 = \left[\int_{-\pi/2}^{\pi} \int_0^a -\frac{2Ir^2 \cos \theta_3}{nc} \sin \phi dr d\phi, \int_{-\pi/2}^{\pi} \int_0^a \frac{2Ir^2 \cos \theta_3}{nc} \cos \phi dr d\phi, \int_{-\pi/2}^{\pi} \int_0^a -\frac{2xIr^2 \sin \theta_3}{nc} \sin \phi dr d\phi \right], \quad (5c)$$

$$\boldsymbol{\tau}_4 = \left[\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^a -\frac{2nIr^2 \cos \theta_4}{c} \sin \phi dr d\phi, \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^a \frac{2nIr^2 \cos \theta_4}{c} \cos \phi dr d\phi, \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^a -\frac{2nIr^2 \sin \theta_4}{c} \cos \phi dr d\phi \right]. \quad (5d)$$

对于光束的轨道角动量而言,其轨道角动量的增量对应力矩的冲量,即 $\mathbf{L} = \frac{d\mathbf{J}}{dt}$,在涡旋光束中,每个光子都具有 lh 的轨道角动量。根据角动量守恒定理,当涡旋光束打在微型物体表面时,单位时间内轨道角动量所产生的力矩可表示为^[18,19]

$$\mathbf{L}_1 = N_1 lh [\sin 2\theta_1 \mathbf{e}_x + (1 + \cos 2\theta_1) \mathbf{e}_z], \quad (6a)$$

式中 \mathbf{e}_x 和 \mathbf{e}_z 分别为 x 、 z 轴的方向矢量, N_1 为光子的个数。同理可求得在其他三个象限由轨道角动量的改变而产生的力矩分别为

$$\mathbf{L}_2 = N_2 lh [-\sin 2\theta_2 \mathbf{e}_y + (1 + \cos 2\theta_2) \mathbf{e}_z], \quad (6b)$$

$$\mathbf{L}_3 = N_3 lh [-\sin 2\theta_3 \mathbf{e}_x + (1 + \cos 2\theta_3) \mathbf{e}_z], \quad (6c)$$

$$\mathbf{L}_4 = N_4 lh [\sin 2\theta_4 \mathbf{e}_y + (1 + \cos 2\theta_4) \mathbf{e}_z], \quad (6d)$$

式中 N_2 、 N_3 和 N_4 分别为第二、三、四象限的光子数。

由上可知,在第一象限内产生的旋转力矩由光束动量和轨道角动量共同产生,其和为

$$\mathbf{T}_1 = \boldsymbol{\tau}_1 + \mathbf{L}_1. \quad (7)$$

那么在整个系统中,微型物体所受到的旋转力矩可表示为

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_3 + \mathbf{T}_4. \quad (8)$$

3 数值分析

数值计算中各种参量取值如下: $a = 1 \mu\text{m}$, $d = 1 \mu\text{m}$, $p = 1$, $n = 1$, $\omega_0 = 1 \text{ mm}$, $I_0 = 200 \text{ mW}/\mu\text{m}^2$ ($I_0 = U_0^2$)。为了能够更直观地讨论轨道角动量与光束动量改变量产生的力矩之间的相互作用,首先讨论微型物体在第一象限内受到的旋转力矩。为了计算简便,取 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \theta$ 。

图3给出了微型物体在第一象限内的旋转力矩在不同拓扑电荷数 l 下随倾斜角度 θ 变化的曲线。 $\boldsymbol{\tau}$ 为光束动量产生的旋转扭矩, \mathbf{L} 为光束轨道角动量产生的旋转扭矩, \mathbf{T} 为合力矩。图3(a), (c) 给出了 $\boldsymbol{\tau}$ 和 \mathbf{L} 的 x 、 y 、 z 分量随 θ 的变化曲线,图3(b), (d) 给出了 $\boldsymbol{\tau}$ 和 \mathbf{L} 的合力矩 \mathbf{T} 的各分量随 θ 的变化曲线。当

$l = 1$ 时, $\boldsymbol{\tau}_{1x}$ 、 $\boldsymbol{\tau}_{1z}$ 、 \mathbf{L}_{1x} 随倾斜角度 θ 的增大而增大, $\boldsymbol{\tau}_{1y}$ 、 \mathbf{L}_{1z} 随倾斜角度 θ 的增大而减小。当 $\theta = 0$ 时,即微型物体为一理想圆柱体时, $\boldsymbol{\tau}_{1z}$ 和 \mathbf{L}_{1x} 的值均为零,在这种情况下, $\boldsymbol{\tau}$ 没有 z 向分量, \mathbf{L} 也没有 x 向分量。从图3(a)中可以看出, $\boldsymbol{\tau}_{1x}$ 为负值而 \mathbf{L}_{1x} 为正值,它们产生的旋转力矩相互减弱,当 $\theta \in (0^\circ, 30^\circ)$ 之间时,由于 \mathbf{L}_{1x} 的值很小,合力矩受 \mathbf{L}_{1x} 的影响很小,微型物体主要受 $\boldsymbol{\tau}_{1x}$ 的影响,使微型物体沿 $-x$ 方向旋转。由于 $\boldsymbol{\tau}_{1z}$ 和 \mathbf{L}_{1z} 均为正值,它们之间的作用相互加强,共同使微型物体朝正 z 方向旋转。由图3(b)可以看出,随着 θ 的不断增大,合力矩的 z 向分量和 x 向分量也不断地增大。由于在第一象限内,轨道角动量在 y 方向上没有分量,所以合力矩的 y 向分量主要受光束动量改变量的影响。

图3(c), (d)给出了当 $l = -1$ 时, $\boldsymbol{\tau}$ 和 \mathbf{L} 的3个分量以及合力矩 \mathbf{T} 随 θ 的变化曲线。此时, \mathbf{L}_{1x} 和 \mathbf{L}_{1z} 均变为负值且 \mathbf{L}_{1x} 随着倾斜角度 θ 的不断增大而减小,而 \mathbf{L}_{1z} 则不断地增大。从图中可以看到, \mathbf{L}_{1x} 和 $\boldsymbol{\tau}_{1x}$ 均为负值, \mathbf{L}_{1x} 和 $\boldsymbol{\tau}_{1x}$ 作用相互加强,使微型物体绕着 $-x$ 方向旋转,从图3(c)中可以看到, $\boldsymbol{\tau}_{1z}$ 和 \mathbf{L}_{1z} 在 $\theta = 20^\circ$ 时相互抵消为零,微型物体将不会沿着 z 轴旋转。当倾斜角度 θ 继续增大时, $\boldsymbol{\tau}_{1z}$ 逐渐增大。

以上只讨论了涡旋光束在第一象限内产生的旋转扭矩。图4给出了当 $l = 1$ 和 $l = -1$ 时,微型物体在整个系统中所受到的总的扭矩随 θ 变化的分布曲线,为了计算简便,取 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \theta$ 。从图4中可以看到,在整个系统中,由光束的轨道角动量和光束的线动量所产生的旋转扭矩在 x 、 y 方向上相互抵消为零,只在 z 方向上有分量,即微型物体仅沿 z 轴旋转。在图4(a)中,当 $l = 1$ 时, $\boldsymbol{\tau}'_z$ 随 θ 的不断增大而增大,而 \mathbf{L}'_z 随 θ 的不断增大而减小,它们的扭矩和 \mathbf{T} 为正值,没有零点,即微型物体沿 $+z$ 方向旋转。在图4(b)中,当 $l = -1$ 时, \mathbf{L}'_z 为负, $\boldsymbol{\tau}'_z$ 为正,当 $\theta = 20^\circ$ 时总扭矩 \mathbf{T} 为零,这个时候,微型物体并不旋转,保持静止。

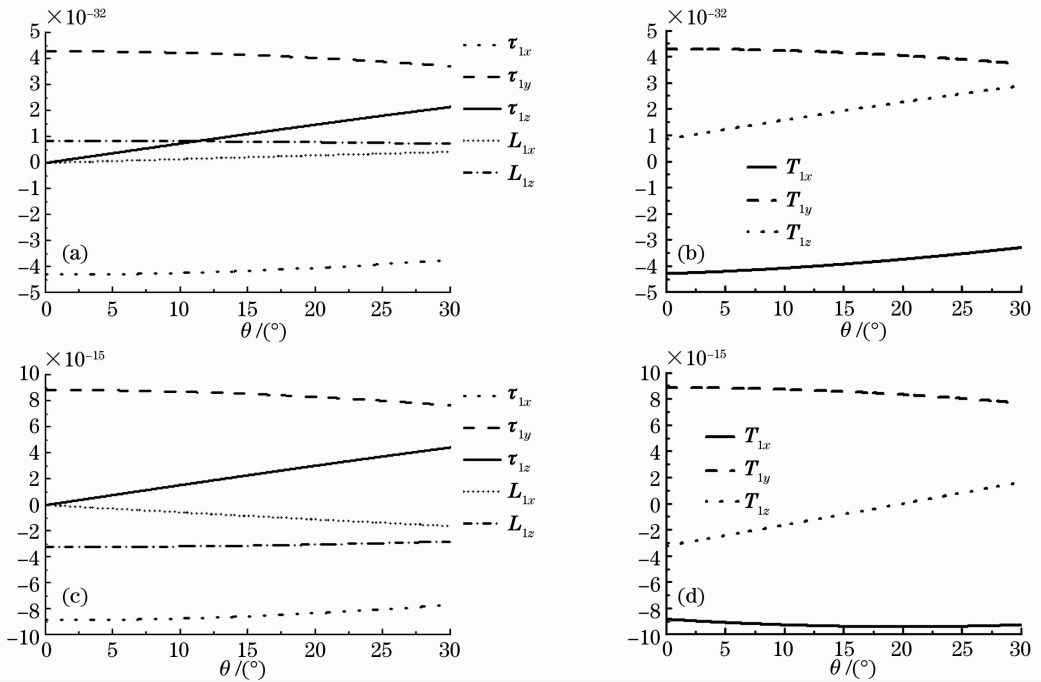


图 3 微型物体所受旋转扭矩随倾斜角度 θ 变化的分布图。(a), (b) $l=1$; (c), (d) $l=-1$

Fig. 3 Distributions of torques as a function of θ . (a), (b) $l=1$; (c), (d) $l=-1$

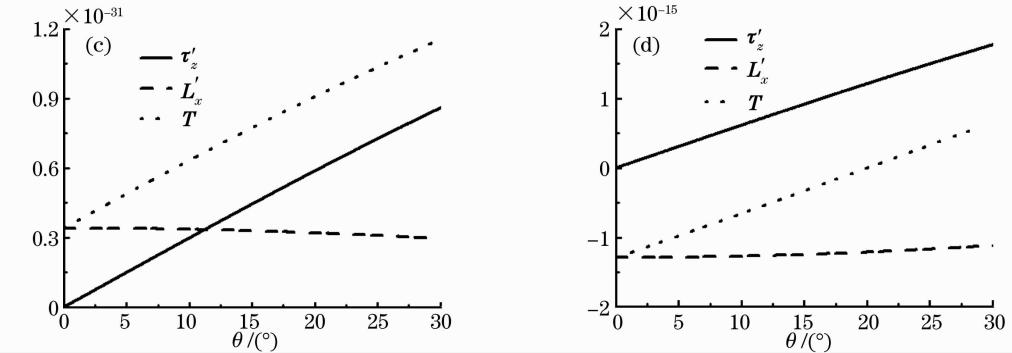


图 4 微型物体在整个系统中受到的总的旋转扭矩随倾斜角度 θ 变化的分布图。(a) $l=1$; (b) $l=-1$

Fig. 4 Distributions of the total torque as a function of θ . (a) $l=1$; (b) $l=-1$

4 结 论

以射线光学模型为基础,研究了一特殊形状的微型物体在涡旋光束照射下的旋转情况。分别推导了力矩在 x 、 y 和 z 方向上的公式并进行了数值计算。在涡旋光束的照射下,微型物体所受到的旋转力矩不仅跟拉盖尔-高斯光束的拓扑电荷数有关,还与微型物体表面倾斜角度有关。微型物体所受到的旋转力矩由光束的线动量和轨道角动量共同决定,可以通过控制高斯光束的拓扑电荷数或者使各个象限倾斜的角度不同来控制微型物体的旋转情况。当取适当的参数时,可以使微型物体停止旋转,保持静止。这种方法为涡旋光束操控粒子提供了理论依据,对微观机械力学的研究具有十分重要的意义。

参 考 文 献

- 1 A. Boivin, J. Dow, E. Wolf. Energy flow in the neighborhood of the focus of a coherent beam[J]. *J. Opt. Soc. A*, 1976, **57**(10): 1171~1175
- 2 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45** (11): 8185~8189
- 3 S. M. Barnett, L. Allen. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams[J]. *Opt. Commun.*, 1994, **110**(5-6): 679~688
- 4 H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Directobservation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5): 826~829
- 5 I. P. Ivanov, V. G. Serbo. Scattering of twisted particles: Extension to wave packets and orbital helicity[J]. *Phys. Rev. A*, 2011, **84**(3): 033804
- 6 M. Mansuripur, A. R. Zakharian, M. Ewan. Spin and orbital

- angular momenta of light reflected from a cone[J]. *Phys. Rev. A*, 2011, **84**(3): 033803
- 7 Jack Ng, Z. F. Lin, C. T. Chan. Theory of optical trapping by an optical vortex beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, **104**(10): 103601
- 8 S. F. Arnold, L. Allen, M. Padgett. Advances in optical angular momentum[J]. *Laser & Photon. Rev.*, 2008, **2**(4): 299~313
- 9 G. C. G. Berkhout, M. W. Beijersbergen. Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**(10): 100801
- 10 C. Paterson. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(15): 153901
- 11 S. Feng, P. Kumar. Spatial symmetry and conservation of orbital angular momentum in spontaneous parametric down-conversion[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**(16): 163602
- 12 E. Santamato, A. Sasso, B. Piccirillo *et al.*. Optical angular momentum transfer to transparent isotropic particles using laser beam carrying zero average angular momentum [J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(17): 871~878
- 13 Gao Qiujuan, Zhu Yanying, Shi Jinshan *et al.*. Rotation of particles by using the beam with spin angular momentum[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(10): 1505~1509
高秋娟, 朱艳英, 史锦珊等. 利用具有自旋角动量的光束实现微粒的旋转[J]. *中国激光*, 2008, **35**(10): 1505~1509
- 14 Sun Yufen, Li Yinmei, Lou Liren. Optical rotation of crystal CaCO₃ micro-particle in optical tweezers[J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(3): 315~318
孙玉芬, 李银妹, 楼立人. 光阱中的 CaCO₃ 晶体微粒的光致旋转[J]. *中国激光*, 2005, **32**(3): 315~318
- 15 Y. Harada, T. Asakura. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **124**(5-6): 529~541
- 16 J. H. Zhou, H. L. Ren, J. Cai *et al.*. Ray-tracing methodology: application of spatial analytic geometry in the ray-optic model of optical tweezers[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(33): 6307~6314
- 17 Zhu Yanying, Ding Xifeng, Gao Qiujuan *et al.*. The calculation and numerical simulation on optical trapping force in lateral way of one-beam laser optical tweezers [J]. *Laser Journal*, 2006, **27**(1): 69~70
朱艳英, 丁喜峰, 高秋娟等. 单光束光镊横向光阱力的计算与仿真分析[J]. *激光杂志*, 2006, **27**(1): 69~70
- 18 A. L. Porta, M. D. Wang. Optical torque wrench: angular trapping, rotation, and torque detection of quartz microparticles [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(19): 190801
- 19 Cao Qing, Guo Hong, Deng Ximing. The axial component of beam cross-section angular momentum is conserved[J]. *Chinese J. Lasers*, 1996, **A23**(2): 161~165
曹清, 郭弘, 邓锡铭. 光束截面角动量的轴向分量是守恒量[J]. *中国激光*, 1996, **A23**(2): 161~165