

# 径向偏振光束经三角形点阵列板衍射的偏振奇点

贺 萌<sup>1</sup> 刘永欣<sup>1,2</sup> 蒲继雄<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>华侨大学信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021)  
(<sup>2</sup>四川大学激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064)

**摘要** 根据夫琅禾费衍射积分公式推导出径向偏振光束通过三角形点阵列板(TMP)衍射后的传输表达式,通过理论计算模拟并进行实验验证,得到衍射场光强分布图,衍射场光强成周期性排列。并用复 Stokes 场来分析径向偏振光束衍射场偏振奇点的变化规律。结果表明,衍射场的光强分布随着三角形点阵列板  $N$  值的改变而改变,偏振奇点的数目随着三角形点阵列板的  $N$  值的增大而增多。另外,光束参数(波长和光束束宽)、传输距离和三角形点阵列板的参数(三角板边长)均对偏振奇点的位置产生影响。改变三角形点阵列板的  $N$  值,伴随有偏振奇点的产生和湮灭现象。

**关键词** 激光光学;光强分布;偏振奇点;径向偏振光;三角形点阵列板

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.s102008

## Polarization Singularities of Radially Polarized Beam Diffracted by a Triangular Multipoint Plate

He Meng<sup>1</sup> Liu Yongxin<sup>1,2</sup> Pu Jixiong<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>Department of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)  
(<sup>2</sup>Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract** Based on the Fraunhofer diffraction integral formula, the propagation expressions for radially polarized beam diffracted by a triangular multipoint plate (TMP) are derived. Through the theoretical calculation and experiments, the intensity distribution in the diffraction field arranged periodically is got. The polarization singularities of radially polarized beam in the diffraction field by using the complex Stokes fields is analyzed. It is shown that the light intensity patterns varies with the  $N$ -value of the TMP. The number of the polarization singularities increases with the  $N$ -value of the TMP. The beam parameters (the wavelength and the waist width of the beam), transmission distance and the parameters of the TMP (the size of each side of the triangle) have influences on the positions of the polarization singularities. The creation and annihilation of the polarization singularities may appear as the  $N$ -value of the TMP varies.

**Key words** laser optics; intensity distribution; polarization singularities; radially polarized beam; triangular multipoint plate

**OCIS codes** 260.5430; 050.1940; 350.5500; 260.1960

## 1 引 言

近年来,对径向偏振光束的研究引起了人们的广泛关注<sup>[1~3]</sup>。径向偏振光可以用来测定单一粒子的方向,也可以用于粒子的导引与诱捕,即光镊。基于

其聚焦光斑非常小,径向偏振光还可被开发用于激光切割、光学显微、光刻和光学数据存储。

随着对奇点光学研究的广泛深入,偏振奇点成为矢量场领域里一个重要的研究对象,国内外学者对此

**收稿日期**: 2012-01-01; **收到修改稿日期**: 2012-02-21

**基金项目**: 国家自然科学基金(60977068,61178015)资助课题。

**作者简介**: 贺 萌(1985—),男,硕士研究生,主要从事激光传输与光束变换方面的研究。E-mail: he978meng@163.com

**导师简介**: 蒲继雄(1962—),男,博士,教授,主要从事光束传输与非线性光学方面的研究。E-mail: jixiong@hqu.edu.cn

(通信联系人)

已做了大量理论和实验研究工作<sup>[3~12]</sup>。Schoonover等<sup>[3]</sup>研究了径向偏振光束经聚焦后的偏振奇点,分析了C点的类型、L线以及V点。Angelsky等<sup>[6]</sup>提出了用马赫-曾德尔干涉测量方法来分析偏振奇点,利用干涉图样数据重组得到C点和L线的特征。Liu等<sup>[12]</sup>研究了非傍轴高斯涡旋光束经过环状光阑衍射后产生的偏振奇点。环状光阑是文献中常用的具有普遍性意义的光阑,而目前对阵列型光阑的研究也引起了人们的兴趣,例如人们利用涡旋光束通过环形多孔阵列、三角形多孔阵列等阵列型光阑后的衍射图案可探测轨道角动量<sup>[13~16]</sup>。因此当径向偏振光束通过阵列型光阑后,对于其偏振奇点的研究也具有一定的意义。本文推导了径向偏振光束经三角形点阵列板衍射后的光强表达式,研究其光强分布以及偏振奇点,讨论了光束波长、光束束宽以及三角点阵列板参数对偏振奇点的数目和位置的影响。

## 2 衍射场光强分布

### 2.1 理论分析

假设在源平面  $z=0$  处的径向偏振光束电场分布表达式为<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{E}_{\rho 1}(r, 0) = E_0 \sqrt{2r} / w_0 L_p^1 \left( \frac{2r^2}{w_0^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w_0^2} \right) \mathbf{e}_r, \quad (1)$$

式中  $E_0$  为任意的振幅常数,  $w_0$  为光束束宽,  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ,  $L_p^1(\cdot)$  为相关的拉盖尔多项式,  $p$  为径向指数, 角向指数为 1,  $\mathbf{e}_r$  为沿径向的单位矢量。将柱坐标转换为直角坐标, 在  $z=0$  平面任一点的  $x$ 、 $y$  分量分别为

$$E_{\rho 1x}(x, y, 0) = E_0 \sqrt{2} / w_0 L_p^1 \left[ \frac{2(x^2 + y^2)}{w_0^2} \right] \times \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} \right) x, \quad (2)$$

$$E_{\rho 1y}(x, y, 0) = E_0 \sqrt{2} / w_0 L_p^1 \left[ \frac{2(x^2 + y^2)}{w_0^2} \right] \times \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} \right) y. \quad (3)$$

取  $p=0$  作简化, 即有  $L_p^1(\cdot) = 1$ 。将一个三角形点阵列板(TMP)放置在  $z=0$  平面处, 每一个三角边上有  $N$  个圆孔。

取  $N=4$  为例, 如图 1 所示, 原点  $O$  位于等边三角形的几何中心。由于位于三角形边上的圆孔直径很小, 因此通过 TMP 的透射率方程可以看作是狄拉克增量的叠加, 那么其传输的透射率方程为<sup>[16]</sup>

$$\tau(x, y) = \sum_{m=1}^{N-1} \delta(x - x_0, y - y_{01}) + \sum_{m=1}^{N-2} \delta(x - x_0, y - y_{02}) + \sum_{m=0}^{N-1} \delta(x - x_0, y - y_{03}), \quad (4)$$

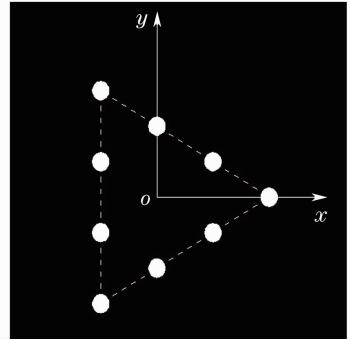


图 1 三角形点阵列板的几何图形, 每个三角边上有  $N=4$  个圆孔, 其中白色点代表圆孔

Fig. 1 Geometry and notation of a TMP with  $N$  points on each side ( $N=4$ ). The points are indicated by white dots

设  $a$  为 TMP 的边长, 则有

$$x_0 = -\frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{n}{N-1} \frac{\sqrt{3}}{2}a, \quad (5)$$

$$y_{01} = -\frac{\sqrt{3}}{3}x_0 + \frac{a}{3}, \quad (6)$$

$$y_{02} = \frac{\sqrt{3}}{3}x_0 - \frac{a}{3}, \quad (7)$$

$$y_{03} = -\frac{a}{2} + \frac{n}{N-1}a. \quad (8)$$

将一束径向偏振光束照射在 TMP 的中心  $O$  处。根据夫琅禾费衍射积分<sup>[17]</sup>, 推导出径向偏振光束通过 TMP 后衍射场的电场分布表达式为

$$E_x(x, y, z) = \left( -\frac{i}{\lambda z} \right) \exp \left[ ik \left( z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \right) \right] \sqrt{2} E_0 \left\{ \sum_{m=1}^{N-1} \exp \left( -\frac{x_0^2 + y_{01}^2}{w_0^2} \right) \times \exp \left[ -\frac{ik}{z} (x_0 x + y_{01} y) \right] \frac{x_0}{w_0} + \sum_{m=1}^{N-2} \exp \left( -\frac{x_0^2 + y_{02}^2}{w_0^2} \right) \exp \left[ -\frac{ik}{z} (x_0 x + y_{02} y) \right] \frac{x_0}{w_0} + \sum_{m=0}^{N-1} \exp \left( -\frac{x_0^2 + y_{03}^2}{w_0^2} \right) \exp \left[ -\frac{ik}{z} (x_0 x + y_{03} y) \right] \frac{x_0}{w_0} \right\}$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{a^2 + 12y_{03}^2}{12w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{ik}{z}\left(-\frac{\sqrt{3}ax}{6} + y_{03}y\right)\right] \left(-\frac{\sqrt{3}a}{6w_0}\right), \quad (9)$$

$$E_y(x, y, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp\left[ik\left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z}\right)\right] \sqrt{2}E_0 \left\{ \sum_{m=1}^{N-1} \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_{01}^2}{w_0^2}\right) \times \right. \\ \left. \exp\left[-\frac{ik}{z}(x_0x + y_{01}y)\right] \frac{y_{01}}{w_0} + \sum_{m=1}^{N-2} \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_{02}^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{ik}{z}(x_0x + y_{02}y)\right] \frac{y_{02}}{w_0} + \right. \\ \left. \sum_{m=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{a^2 + 12y_{03}^2}{12w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{ik}{z}\left(-\frac{\sqrt{3}ax}{6} + y_{03}y\right)\right] \frac{y_{03}}{w_0} \right\}, \quad (10)$$

$$E_z(x, y, z) = 0, \quad (11)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长, 可以推导出径向偏振光束通过 TMP 后的衍射场光强表达式为

$$I(x, y, z) \propto |E_x^2| + |E_y^2|. \quad (12)$$

## 2.2 数据模拟

通过数值模拟(12)式, 可以得到径向偏振光束通过不同  $N$  值的 TMP 的衍射场光强分布, 如图 2 所示。在数值计算中取入射的径向偏振光束波长  $\lambda$  为 632.8 nm, 其他参数为:  $w_0 = 0.5$  mm,  $a = 0.8w_0$ ,  $z = 1$  m。

当  $N=2$  时, 相当于 3 个圆孔衍射, 如图 2(a) 光强成点阵式分布; 当  $N=3$  时, 如图 2(b) 光强分布

成蜂窝状周期性排列。随着  $N$  值的进一步增大, 当  $N \geq 4$  时(推广模拟至  $N=20$ ), 如图 2(c)~(f) 光强分布成周期性排列, 每个三角区域为一个单元。讨论一个三角形单元区域, 顶点处光强分布与径向偏振光外表基本一致, 但具体偏振形态有待进一步研究。另外, 出现一定的规律性: 每个三角形单元区域内, 沿三角边分布的次级亮条纹的个数为  $N-3$  个, 且次级亮纹沿三角边从中心至顶点的光强逐级递减。进一步观察光强分布图, 很容易发现随着  $N$  值的增大, 每个三角形单元中心暗区比例逐渐增大。

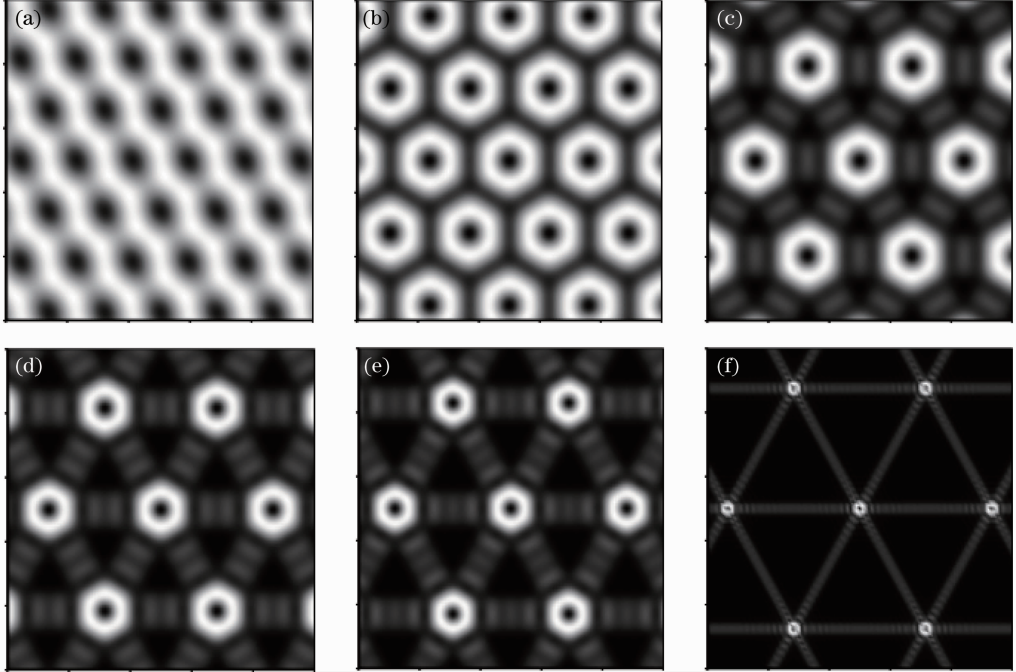


图 2 径向偏振光束通过 TMP 衍射后的光强分布理论模拟图。(a)  $N=2$ ; (b)  $N=3$ ;  
(c)  $N=4$ ; (d)  $N=5$ ; (e)  $N=6$ ; (f)  $N=20$

Fig. 2 Theoretical intensity distribution of radially polarized beam diffracted by a TMP.  
(a)  $N=2$ ; (b)  $N=3$ ; (c)  $N=4$ ; (d)  $N=5$ ; (e)  $N=6$ ; (f)  $N=20$

## 2.3 实验结果

实验装置如图 3 所示, 实验采用瑞士 ARCOptix 公司的径向偏振转换器 (RPC) 来获得径向偏振光束。

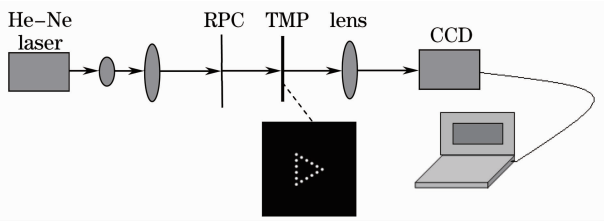


图 3 实验装置图

Fig. 3 Experimental setup

一束高斯光束经过准直扩束系统后,经 RPC 转换后产生径向偏振光束,将 TMP 放置在 RPC 之

后,通过一个透镜聚焦后,将 CCD 放置在透镜焦平面附近用来采集信息,得到径向偏振光束经过三角形点阵列板衍射后的光强分布图,在实验中入射的径向偏振光束波长  $\lambda$  为 632.8 nm,其他参数为:  $w_0=0.5$  mm,  $a=0.8w_0$ ,  $f=30$  cm ( $f$  为透镜焦距)。所得实验结果如图 4 所示。

将实验测量结果图 4(a)~(d)与理论模拟结果图 3(a)~(d)对应比较发现,实验所得结果跟理论计算吻合的较好。

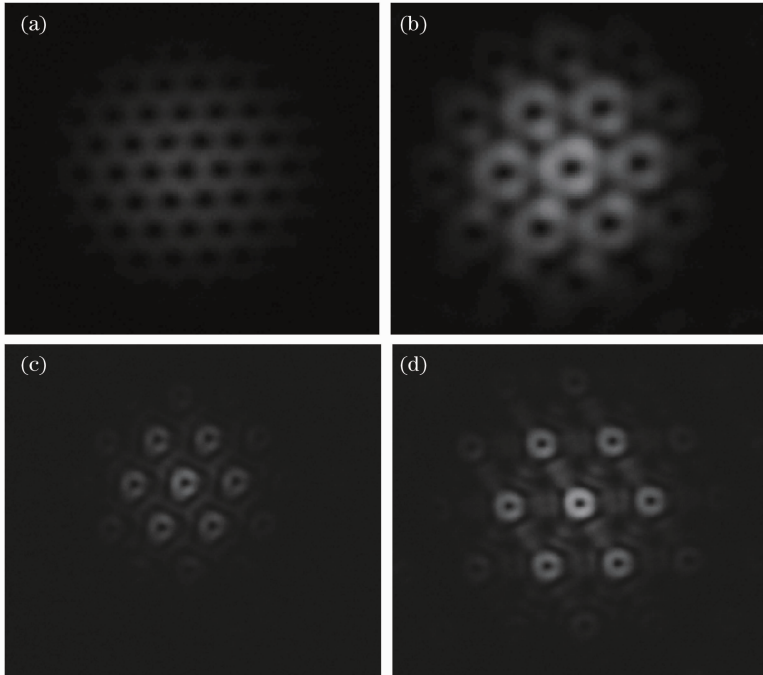


图 4 径向偏振光束通过 TMP 衍射后的光强分布实验图。(a)  $N=2$ ; (b)  $N=3$ ; (c)  $N=4$ ; (d)  $N=5$

Fig. 4 Experimental intensity distribution of radially polarized beam diffracted by a TMP. (a)  $N=2$ ; (b)  $N=3$ ; (c)  $N=4$ ; (d)  $N=5$

### 3 偏振奇点

#### 3.1 理论分析

由(9)~(11)式可写出衍射后矢量场分布为

$$\mathbf{E}(x, y, z) = E_x(x, y, z)\mathbf{e}_x + E_y(x, y, z)\mathbf{e}_y, \quad (13)$$

可见该矢量场是  $x, y$  方向的,这与文献[9]中分析傍轴矢量场  $\mathbf{E} = E_x\mathbf{e}_x + E_y\mathbf{e}_y$  偏振奇点相同,可将 Stokes 场表示为

$$s_0 = |E_x|^2 + |E_y|^2, \quad (14)$$

$$S_1 = s_0^{-1}(|E_x|^2 - |E_y|^2), \quad (15)$$

$$S_2 = 2s_0^{-1}\text{Re}(E_x^*E_y), \quad (16)$$

$$S_3 = 2s_0^{-1}\text{Im}(E_x^*E_y), \quad (17)$$

并且满足  $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$  的关系式,取  $S_1, S_2, S_3$  为

零的等值线分别为  $Z_1, Z_2, Z_3$  曲线,可知  $Z_3$  曲线即为  $L$  线。引入复 Stokes 场<sup>[3]</sup>:

$$S_{12} = S_1 + iS_2, \quad (18)$$

$$S_{23} = S_2 + iS_3, \quad (19)$$

$$S_{31} = S_3 + iS_1. \quad (20)$$

$Z_1, Z_2$  曲线的交点为  $S_{12}$  奇点即  $C$  点,  $S_{12} = 0$ ,  $|S_3| = 1$ ,其偏振状态为圆偏振。 $Z_2, Z_3$  曲线的交点是  $S_{23}$  奇点,  $S_{23} = 0$ ,  $|S_1| = 1$ 。 $Z_3, Z_1$  曲线的交点是  $S_{31}$  奇点即  $L$  点,  $S_{31} = 0$ ,  $|S_2| = 1$ 。 $S_{23}$  奇点和  $S_{31}$  奇点都在  $S_3 = 0$  等值线上,即为线偏振。

#### 3.2 数值计算与分析

利用上节计算结果可得到图 5,用以分析径向偏振光束经过三角形点阵列板衍射后的偏振奇点。

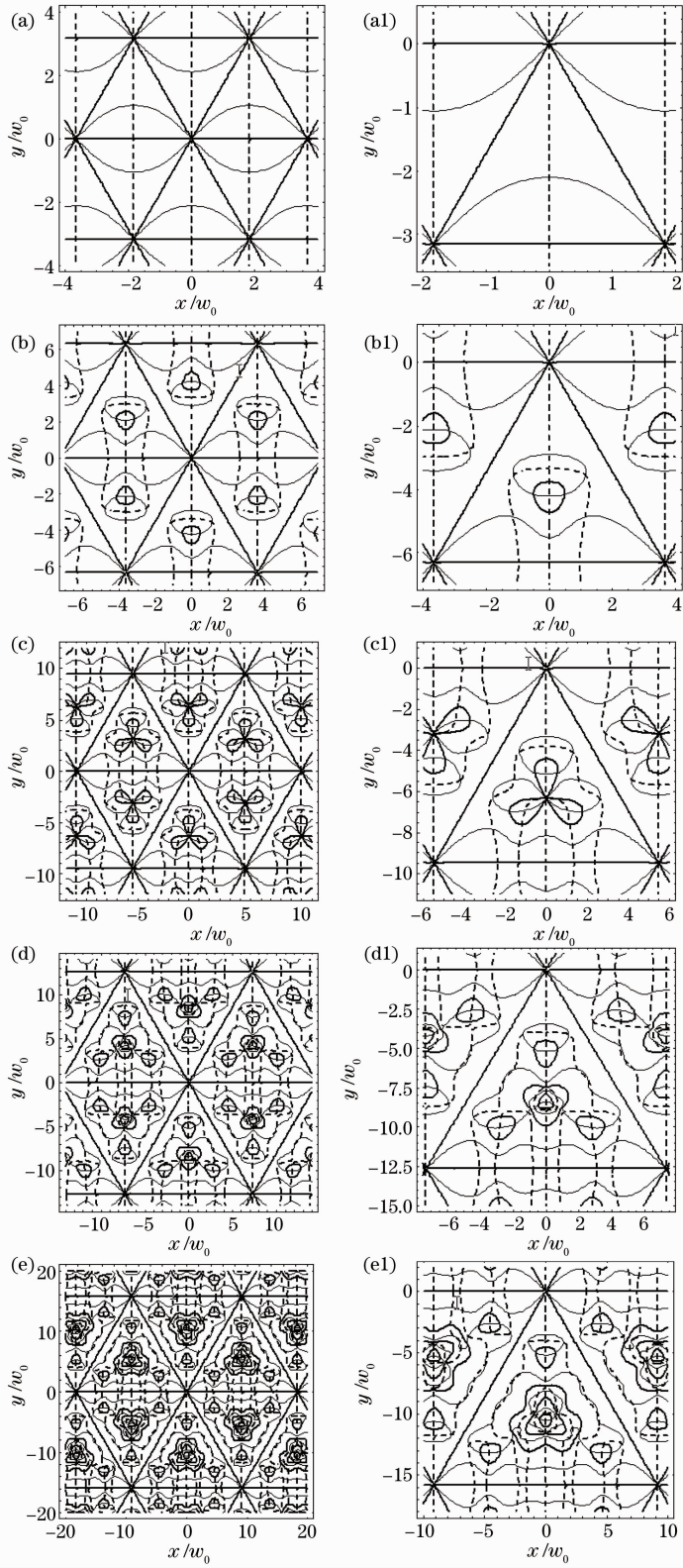


图 5 径向偏振光束经不同  $N$  值的三角阵列板衍射后传输到  $z=1$  m 时的  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  曲线(分别用细实线、虚线、粗实线表示) $\lambda=632.8$  nm。(a)和(a1)  $N=2$ ；(b)和(b1)  $N=3$ ；(c)和(c1)  $N=4$ ；(d)和(d1)  $N=5$ ；(e)和(e1)  $N=6$

Fig. 5 Contour lines  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  of the diffracted radially polarized beam in  $z=1$  m plane diffracted by a TMP with different  $N$  (with thin, dashed and thick curves, respectively)  $\lambda=632.8$  nm. (a) and (a1)  $N=2$ ；(b) and (b1)  $N=3$ ；(c) and (c1)  $N=4$ ；(d) and (d1)  $N=5$ ；(e) and (e1)  $N=6$

图 5 是不同  $N$  值的径向偏振光束经三角形点阵列板衍射后传输至  $z = 1$  m 时的  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  曲线, 分别用细实线、虚线、粗实线表示, 细实线与虚线的交点为  $C$  点, 虚线与粗实线的交点为  $S_{23}$  奇点, 细实线与粗实线的交点为  $L$  点。其中(a1)、(b1)、(c1)、(d1)、(e1)分别为(a)、(b)、(c)、(d)、(e)的局部放大图。

由图 5 可知, 径向偏振光束经三角形点阵列板衍射后, 会产生  $C$  点、 $S_{23}$  奇点、 $L$  点。如图中所示, 由于径向偏振光是轴对称的偏振光, 所以图中每个三角单元都相同, 故只需研究一个单元即可。

如表 1 所示当  $N = 2$  时, 一个三角单元只有一个  $C$  点和一个  $S_{23}$  奇点; 随着三角形点阵列板三角边上圆孔的数量  $N$  值从 2 增加到 3, 新产生了 6 个  $C$  点、4 个  $S_{23}$  奇点、2 个  $L$  点; 随着  $N$  值从 3 增加到 4, 新产生了 10 个  $C$  点、6 个  $S_{23}$  奇点、4 个  $L$  点; 随着  $N$  值从 4 增加到 5, 新产生了 14 个  $C$  点、6 个  $S_{23}$  奇点、4 个  $L$  点; 随着  $N$  值从 5 增加到 6, 新产生了 18 个  $C$  点、4 个  $S_{23}$  奇点、2 个  $L$  点(以上均不考虑三角形顶点处的奇点分布)。由此可见, 三角形点阵列板上圆孔的数目对偏振奇点的产生具有影响, 随着  $N$  值的

增加, 伴随有偏振奇点的产生,  $N$  值越大, 产生的偏振奇点个数越多。

表 1 偏振奇点  
Table 1 Polarization singularities

$N$	$C$	$S_{23}$	$L$
2	1	1	0
3	7	5	2
4	17	11	6
5	31	17	10
6	49	21	12

改变波长  $\lambda$ , 由图 5 的  $\lambda = 632.8$  nm 减小为图 6 的  $\lambda = 532$  nm, 观察发现产生偏振奇点的模式和数目不变, 但偏振奇点的位置发生了变化。例如当  $N = 2$  时, 偏振奇点的位置均发生移动,  $C$  点和  $S_{23}$  奇点分别由图 5(a1) 中  $(0, -2.17w_0)$ 、 $(0, -3.17w_0)$  移动到图 6(a) 的  $(0, -1.72w_0)$ 、 $(0, -2.66w_0)$ 。同样的将图 5(b1)、(c1)、(d1) 与图 6(b)、(c)、(d) 依次对比发现, 偏振奇点的模式和数目不变偏振奇点的位置均发生了变化。同时研究发现, 改变光束束宽、传输距离或三角形点阵列板尺寸也不改变偏振奇点的模式, 只对偏振奇点的位置变化有影响。

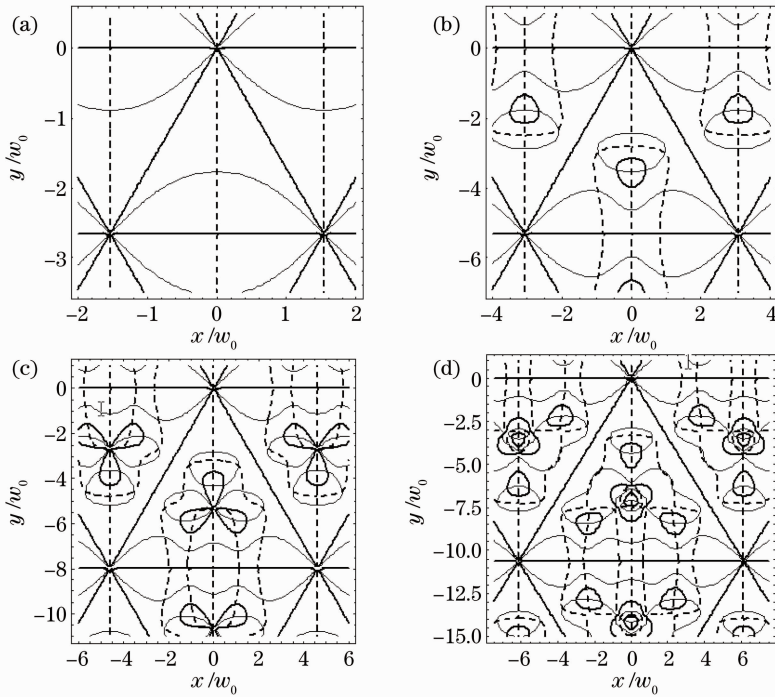


图 6 径向偏振光束经不同  $N$  值的三角阵列板衍射后传输到  $z = 1$  m 时的  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  曲线(分别用细实线、虚线、粗实线表示)  $\lambda = 532$  nm。(a)  $N = 2$ ; (b)  $N = 3$ ; (c)  $N = 4$ ; (d)  $N = 5$

Fig. 6 Contour lines  $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$  of the diffracted radially polarized beam in  $z = 1$  m plane for different  $N$  (with thin, dashed and thick curves, respectively)  $\lambda = 532$  nm. (a)  $N = 2$ ; (b)  $N = 3$ ; (c)  $N = 4$ ; (d)  $N = 5$

## 4 结 论

根据夫琅禾费衍射积分公式推导出了径向偏振光束通过三角形点阵列板衍射后的传输表达式,从理论上模拟得到其相应的衍射场光强分布图,并通过实验进行了验证,与理论模拟基本相吻合。并用复 Stokes 场来分析径向偏振光束远场的偏振奇点的变化规律。结果表明,衍射场光强分布主要与三角形点阵列板上圆孔的数目有关,偏振奇点的数目和位置与光束参数和 TMP 的参数有关。改变三角形点阵列板的  $N$  值,伴随有偏振奇点的产生和湮灭现象。随着光束波长、光束束宽、传输距离、TMP 参数的改变,对偏振奇点的位置变化有影响。所得结果对径向偏振光及其偏振奇点的研究具有一定的参考价值。

## 参 考 文 献

- Dongmei Deng. Nonparaxial propagation of radially polarized light beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 2006, **23**(6): 1228~1234
- Lin Huichuan, Liu Hui, Pu Jixiong. Extra cavity coherent superposition for generation of radially polarized beam [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(s1): 251~256  
林惠川, 刘 辉, 蒲继雄. 腔外相干叠加产生径向偏振光[J]. *中国激光*, 2009, **36**(s1): 251~256
- R. W. Schoonover, T. D. Visser. Polarization singularities of focused, radially polarized fields [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(12): 5733~5745
- I. Freund. Poincaré vortices [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(24): 1996~1998
- I. Freund, A. I. Mokhun, M. S. Soskin *et al.*. Stokes singularity relations [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(7): 545~547
- O. V. Angelsky, I. I. Mokhun, A. I. Mokhun *et al.*. Interferometric methods in diagnostics of polarization singularities [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **65**(3): 036602
- Yamei Luo, Baida Lü. Polarization singularities of Gaussian vortex beams diffracted at a half-plane screen beyond the paraxial approximation [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**(9): 1961~1966
- M. S. Soskin, V. Denisenko, I. Freund. Optical polarization singularities and elliptic stationary points [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(16): 1475~1477
- Hongwei Yan, Baida Lü. Spectral Stokes singularities of stochastic electromagnetic beams [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(13): 1933~1935
- M. R. Dennis. Polarization singularities in paraxial vector fields: morphology and statistics [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **213**(4-6): 201~221
- I. Freund. Polarization singularity indices in Gaussian laser beams [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **201**(4-6): 251~270
- Yongxin Liu, Jixiong Pu, Baida Lü. Polarization singularities of non-paraxial Gaussian vortex beams diffracted by an annular aperture [J]. *Journal of Modern Optics*, 2011, **58**(8): 657~664
- G. C. G. Berkhout, M. W. Beijersbergen. Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**(10): 100801
- Y. Li, H. Liu, Z. Chen *et al.*. Measuring the topological charge of integer and fraction vortices by using multipoint plates [J]. *Opt. Rev.*, 2011, **18**(1): 7~12
- C. S. Guo, S. J. Yue, G. X. Wei. Measuring the orbital angular momentum of optical vortices using a multipinhole plate [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2009, **94**: 231104
- Yongxin Liu, Jixiong Pu, Baida Lü. Method for exploring the orbital angular momentum of an optical vortex with a triangular multipoint plate [J]. *Appl. Opt.*, 2011, **50**(24): 4844~4847
- Lü Baida. Laser Optics [M]. Beijing: High Education Press, 2003. 9~13  
吕百达. 激光光学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003. 9~13

栏目编辑: 马 沂