# 计算彩色彩虹全息术颜色复现机理分析

施逸乐<sup>1,2</sup> 王 辉<sup>2</sup> 吴 琼<sup>2</sup> 李 勇<sup>2</sup> 金洪震<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>苏州大学信息光学工程研究所,江苏 苏州 215006) <sup>2</sup>浙江师范大学信息光学研究所,浙江 金华 321004)

摘要 基于颜色传递和匹配原理,讨论了彩色计算全息色系和计算机显示色系下颜色量的一般转换关系,同时研 究了计算全息物光波振幅和其对应的颜色量之间的等色传递问题,建立了计算全息物光波振幅与计算机显示色系 下颜色量之间所应满足的关系。在此基础上对计算彩色彩虹全息术颜色复现机理进行了详细的讨论,给出了计算 彩色彩虹全息术颜色复现时的三原色。

关键词 全息;彩色全息;全息显示;颜色复现;色度学

中图分类号 O432 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.0909004

# Color Reproduction Mechanism Analysis of Computer-Generated Color Rainbow Holography

Shi Yile<sup>1,2</sup> Wang Hui<sup>2</sup> Wu Qiong<sup>2</sup> Li Yong<sup>2</sup> Jin Hongzhen<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Institute of Information Optical Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China <sup>2</sup> Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China

**Abstract** The relationship between color quantity in color computer-generated holography (CCGH) and computer display colorimetric system is discussed based on color transmission and matching theory. In addition, the relationship between color quantity in computer display colorimetric system and amplitude of object light field in (CCGH) is estabilished. Based on this research, the color reproduction mechanism of computer-generated color rainbow holography (CGCRH) is discussed. Then the calculation method of three primary colors and color quantity of holographic image is given.

Key words holography; color holography; holographic display; color reproduction; colorimetry OCIS codes 090.1760; 090.1705; 090.2870; 330.1730

### 1 引 言

计算彩虹全息术是一项有别于光学彩虹全息的 新型全息显示技术<sup>[1~6]</sup>,通过计算机模拟光学彩虹 全息形成的过程,采用计算机编程对数字化的物光 波信息进行编码从而得到彩虹全息图,它不仅可以 突破光学全息难以拍摄实际景物的限制,可进行诸 如大楼、人物、自发光物体(例如火焰)等的三维 (3D)显示,而且还可以实现自然界尚不存在的虚拟 三维物体的显示<sup>[7~10]</sup>。另外,计算彩虹全息还具有 灵活、方便、廉价以及可以进行完美的波前再现等诸 多优点,因此计算彩虹全息术已经成为实现三维显 示的重要技术,是目前三维显示的研究热点之一。

计算彩虹全息所用的颜色信息是彩色数字图像 信息。它既可以是计算机建模的彩色虚拟物体(图 像),也可以是通过照相或扫描设备采集的实际场景 彩色数字图像,它的颜色传递以及复现由计算机显 示器三原色红绿蓝(RGB)决定<sup>[11,12]</sup>。然而,彩虹全 息图再现是通过衍射成像,衍射像的颜色由计算全

收稿日期: 2012-05-07; 收到修改稿日期: 2012-06-13

基金项目:国家自然科学基金(60877002),浙江省自然科学基金(Z1080030)和浙江师范大学创新团队项目资助课题。

作者简介:施逸乐(1984—),男,博士研究生,主要从事光信息处理、彩色计算全息三维显示等方面的研究。

E-mail: znu\_syl@163.com

**导师简介:** 王 辉(1958—),男,博士,教授,主要从事光信息处理、彩色计算全息三维显示、微光学元件设计等方面的研究。E-mail: wh@zjnu. cn(通信联系人)

息图编码时原色物光波的振幅、全息图的空间频率 以及再现光的光谱分布等因素决定。计算彩虹全息 显示技术实际上是一项颜色复现技术,然而至今尚 未见有关计算彩虹全息术彩色复现机理分析的相关 报道。

本文基于颜色匹配及传递原理,讨论了彩色计 算全息色系和计算机显示色系下颜色量的一般转换 关系,同时研究了计算全息物光波振幅和其对应的 颜色量之间的等色传递问题,建立了计算全息物光 波振幅与计算机显示色系下颜色量之间所应满足的 关系。以此为基础,详细地分析了计算彩色彩虹全 息术颜色复现机理,并给出了计算彩色彩虹全息术 颜色复现时的三原色。

## 2 彩色计算全息术物光波振幅和计算 机显示色系下颜色量的关系

作为颜色标准,国际照明委员会制定了标准色 度学系统,即 1931 CIE-XYZ 系统,所有其他的颜色 系统都可以与之相互转换<sup>[13]</sup>。本节的研究目标是 将计算机显示色系[ $R_e$   $G_e$   $B_e$ ]转换为彩色计算 全息色系[ $R_h$   $G_h$   $B_h$ ]。设任一颜色 C 在[ $R_e$   $G_e$  $B_e$ ]色系下的颜色量为  $R_{e0}$ ,  $G_{e0}$ ,  $B_{e0}$ , 在 1931 CIE-XYZ 色系下的颜色量为 X, Y, Z, 根据色度学色系 的转换原理<sup>[14]</sup>,  $R_{e0}$ ,  $G_{e0}$ ,  $B_{e0}$ 和 X, Y, Z 之间的转化 关系为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5164 & 0.2789 & 0.1792 \\ 0.2963 & 0.6192 & 0.0845 \\ 0.0339 & 0.1426 & 1.0166 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{e0} \\ G_{e0} \\ B_{e0} \end{bmatrix}, \quad (1)$$
$$\begin{bmatrix} R_{e0} \\ G_{e0} \\ B_{e0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.579 & -1.077 & -0.365 \\ -1.246 & 2.167 & 0.040 \\ 0.089 & -0.268 & 0.990 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}.$$
(2)

通过(2)式可以得到[*R*。*G*。*B*。]色系的光谱 三刺激值为

$$\begin{bmatrix} \overline{r}_{e0}(\lambda) \\ \overline{g}_{e0}(\lambda) \\ \overline{b}_{e0}(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.579 & -1.077 & -0.365 \\ -1.246 & 2.167 & 0.040 \\ 0.089 & -0.268 & 0.990 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \overline{x}(\lambda) \\ \overline{y}(\lambda) \\ \overline{z}(\lambda) \end{bmatrix},$$
(3)

式中 $x(\lambda), \bar{y}(\lambda), \bar{z}(\lambda)$ 是 1931 CIE-XYZ 色系的光谱 三刺激值,图 1 为[ $R_e$   $G_e$   $B_e$ ] 色系的光谱色度 图,计算机显示色系和彩色计算全息色系[ $R_h$   $G_h$   $B_h$ ]的三原色分别为 $R_e, G_e, B_e$  和 $R_h, G_h, B_h, 为了$  $使得采用三原色<math>R_h, G_h, B_h$ 能够匹配[ $R_e$   $G_e$   $B_e$ ] 色系下的所有颜色,必须使得 $R_h, G_h, B_h$ 所围成的 色域大于 $R_e, G_e, B_e$ 所围成的色域,例如可选取计 算机显示三原色的主波长为三原色计算波长,即  $\lambda_r = 611 \text{ nm}, \lambda_e = 540 \text{ nm}, \lambda_b = 466 \text{ nm}.$ 



图 1 计算机显示色系的光谱色度图



设颜色 C 在  $[R_h G_h B_h]$ 下的颜色量为  $R_h$ ,  $G_h$ ,  $B_h$ , 根据色度学原理, 颜色量  $R_{e0}$ ,  $G_{e0}$ ,  $B_{e0}$ 和  $R_h$ ,  $G_h$ ,  $B_h$  间的转换方程可以写成

$$\begin{bmatrix} R_{e0} \\ G_{e0} \\ B_{e0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_{r}) & C_{eg}r_{eg}(\lambda_{g}) & C_{eb}r_{eb}(\lambda_{b}) \\ C_{er}g_{er}(\lambda_{r}) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_{g}) & C_{eb}g_{eb}(\lambda_{b}) \\ C_{er}b_{er}(\lambda_{r}) & C_{eg}b_{eg}(\lambda_{g}) & C_{eb}b_{eb}(\lambda_{b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{h} \\ G_{h} \\ B_{h} \end{bmatrix}, (4)$$

式中  $r_{er}(\lambda_r), g_{er}(\lambda_r), b_{er}(\lambda_r); r_{eg}(\lambda_g), g_{eg}(\lambda_g), b_{eg}(\lambda_g)$ 和  $r_{eb}(\lambda_b), g_{eb}(\lambda_b), b_{eb}(\lambda_b)$ 分别是[ $R_h \quad G_h \quad B_h$ ]色 系的三原色在[ $R_e \quad G_e \quad B_e$ ]色系下的色度坐标,即 彩色计算全息色系三原色计算波长所对应的 3 个光 谱色在计算机显示色系下的色度坐标, 色度坐标和 其对应的光谱三刺激值之间的关系为

$$\begin{cases} r_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) = \frac{\overline{r}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r})}{\overline{r}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r}) + \overline{g}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r}) + \overline{b}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r})} \\ g_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) = \frac{\overline{g}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r})}{\overline{r}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r}) + \overline{g}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r}) + \overline{b}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r})}, \quad (5) \\ b_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) = \frac{\overline{b}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r})}{\overline{r}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r}) + \overline{g}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r}) + \overline{b}_{\rm e0}(\lambda_{\rm r})} \end{cases}$$

式中的下标  $\tau$  分别代表 r,g,b,(4)式的逆方程为

$$\begin{bmatrix} R_{\rm h} \\ G_{\rm h} \\ B_{\rm h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{\rm e0} \\ G_{\rm e0} \\ B_{\rm e0} \end{bmatrix}.$$
 (6)

(4)式和(6)式的转化系数可表示为

$$C_{\rm er} = \frac{\Delta_{\rm sr}}{\Omega}, \quad C_{\rm eg} = \frac{\Delta_{\rm sg}}{\Omega} \quad C_{\rm eb} = \frac{\Delta_{\rm sb}}{\Omega}, \quad (7)$$

$$\Delta_{\rm sr} = \begin{vmatrix} 1 & r_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & r_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ 1 & g_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & g_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ 1 & b_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & b_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{\rm sg} = \begin{vmatrix} r_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & 1 & r_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ g_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & 1 & g_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ b_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & 1 & b_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{\rm sb} = \begin{vmatrix} r_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & 1 & g_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ g_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & 1 & g_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & 1 \\ g_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & g_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & 1 \\ b_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & g_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & 1 \end{vmatrix},$$

$$\Omega = \begin{vmatrix} r_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & r_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & r_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ g_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & g_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & g_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \\ b_{\rm er}(\lambda_{\rm r}) & b_{\rm eg}(\lambda_{\rm g}) & g_{\rm eb}(\lambda_{\rm b}) \end{vmatrix}.$$

$$\left\{ \begin{aligned} a_{1} = \frac{\Delta_{\rm 1r}}{\Delta}, & a_{2} = \frac{\Delta_{\rm 2r}}{\Delta}, & a_{3} = \frac{\Delta_{\rm 3r}}{\Delta} \\ b_{1} = \frac{\Delta_{\rm 1g}}{\Delta}, & b_{2} = \frac{\Delta_{\rm 2g}}{\Delta}, & b_{3} = \frac{\Delta_{\rm 3g}}{\Delta}, \\ c_{1} = \frac{\Delta_{\rm 1b}}{\Delta}, & c_{2} = \frac{\Delta_{\rm 2b}}{\Delta}, & c_{3} = \frac{\Delta_{\rm 3b}}{\Delta} \end{aligned} \right\}$$

式中

$$\begin{split} \Delta_{1r} &= \begin{vmatrix} C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) & C_{eb}g_{eb}(\lambda_b) \\ C_{eg}b_{eg}(\lambda_g) & C_{eb}b_{eb}(\lambda_b) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{2r} &= \begin{vmatrix} C_{eb}r_{eb}(\lambda_b) & C_{eg}r_{eg}(\lambda_g) \\ C_{eb}b_{eb}(\lambda_b) & C_{eg}b_{eg}(\lambda_g) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{3r} &= \begin{vmatrix} C_{eg}r_{eg}(\lambda_g) & C_{eb}r_{eb}(\lambda_b) \\ C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) & C_{eb}g_{eb}(\lambda_b) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{1g} &= \begin{vmatrix} C_{eb}g_{eb}(\lambda_b) & C_{er}g_{er}(\lambda_r) \\ C_{eb}b_{eb}(\lambda_b) & C_{er}b_{er}(\lambda_r) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{2g} &= \begin{vmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_r) & C_{eb}r_{eb}(\lambda_b) \\ C_{er}b_{er}(\lambda_r) & C_{eb}b_{eb}(\lambda_b) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{3g} &= \begin{vmatrix} C_{eb}r_{eb}(\lambda_b) & C_{er}r_{er}(\lambda_r) \\ C_{eb}g_{eb}(\lambda_b) & C_{er}g_{er}(\lambda_r) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{3g} &= \begin{vmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \\ C_{er}b_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{1b} &= \begin{vmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \\ C_{er}b_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{2b} &= \begin{vmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_r) & C_{eg}r_{eg}(\lambda_g) \\ C_{er}g_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \end{vmatrix}, \\ \Delta_{3b} &= \begin{vmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_r) & C_{eg}r_{eg}(\lambda_g) \\ C_{er}g_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \end{vmatrix}, \\ \Delta &= \begin{vmatrix} C_{er}r_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \\ C_{er}g_{er}(\lambda_r) & C_{eg}g_{eg}(\lambda_g) \end{vmatrix}, \end{split}$$

通过上述分析知,当计算机显示色系的三原色 以及计算全息的三原色计算波长已知的情况下,计 算机显示色系下任意颜色的颜色量与其在计算全息 色系下颜色量之间转换方程的转化系数就确定了, 因而可以通过(6)式将颜色量  $R_{e0}$ , $G_{e0}$ , $B_{e0}$ 转化成  $R_{h}$ , $G_{h}$ , $B_{h}$ 。

计算全息图形成过程是一个物理过程,在计算 全息时所涉及的与光有关的物理量是振幅或复振 幅,而且再现像的颜色既与计算时的光振幅有关,也 与再现光源功率谱分布有关。设对于某一颜色 C, 计算时三原色光的振幅分别为 A<sub>oCr</sub>,A<sub>oCg</sub>,A<sub>oCb</sub>,再现 光的振幅分别为 A<sub>iCr</sub>,A<sub>iCg</sub>,A<sub>iCb</sub>,再现光源功率谱为 P<sub>i</sub>(λ),假设再现时,只有波长为 λ<sub>r</sub>,λ<sub>g</sub>,λ<sub>b</sub> 的 3 个原 色光参与再现,根据全息衍射再现原理,3 个波长的 再现光强度满足关系式

$$\begin{cases} I_{iCr} = A_{iCr}^{2} = k\eta A_{oCr}^{2} P_{i}(\lambda_{r}) \\ I_{iCg} = A_{iCg}^{2} = k\eta A_{oCg}^{2} P_{i}(\lambda_{g}), \\ I_{iCb} = A_{iCb}^{2} = k\eta A_{oCb}^{2} P_{i}(\lambda_{b}) \end{cases}$$
(9)

式中 k 为常数, $\eta$  为全息图的衍射效率,这 3 个原色 光在[ $R_{e0}$   $G_{e0}$   $B_{e0}$ ]色系中的匹配方程为

$$\begin{bmatrix} R_{iCr} \\ G_{iCg} \\ B_{iCb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\eta A \rho r} \overline{r}_{e0} (\lambda_{r}) & C_{\eta A \rho r} \overline{g}_{e0} (\lambda_{r}) & C_{\eta A \rho r} \overline{b}_{e0} (\lambda_{r}) \\ C_{\eta A \rho g} \overline{r}_{e0} (\lambda_{g}) & C_{\eta A \rho g} \overline{g}_{e0} (\lambda_{g}) & C_{\eta A \rho g} \overline{b}_{e0} (\lambda_{g}) \\ C_{\eta A \rho b} \overline{r}_{e0} (\lambda_{b}) & C_{\eta A \rho b} \overline{g}_{e0} (\lambda_{b}) & C_{\eta A \rho b} \overline{b}_{e0} (\lambda_{b}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_{e0} \\ G_{e0} \\ B_{e0} \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

式中系数 $C_{\eta A p \tau}$ , $C_{\eta A p \sigma}$ , $C_{\eta A p b}$ 统一表示为 $C_{\eta A p \tau}$ , $C_{\eta A p \tau} = \eta A_{oCr}^2 P_i(\lambda_{\tau})$ ,则合成后的颜色在 $[R_e G_e B_e]$ 色系中的三刺激值为

$$\begin{bmatrix} R_{ei} \\ G_{ei} \\ B_{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{er}(\lambda_{r}) & r_{eg}(\lambda_{g}) & r_{eb}(\lambda_{b}) \\ g_{er}(\lambda_{r}) & g_{eg}(\lambda_{g}) & g_{eb}(\lambda_{b}) \\ b_{er}(\lambda_{r}) & b_{eg}(\lambda_{g}) & b_{eb}(\lambda_{b}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} C_{\eta A \rho r} c_{er}(\lambda_{r}) \\ C_{\eta A \rho g} c_{eg}(\lambda_{g}) \\ C_{\eta A \rho b} c_{eb}(\lambda_{b}) \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

式中系数  $c_{er}(\lambda_r), c_{eg}(\lambda_g), c_{eb}(\lambda_b)$ 统一表示为  $c_{er}(\lambda_{\tau}), c_{er}(\lambda_{\tau}) = \overline{r}_{e0}(\lambda_{\tau}) + \overline{g}_{e0}(\lambda_{\tau}) + \overline{b}_{e0}(\lambda_{\tau}),$ 为了使再现像的三刺激值与原来三刺激值相等,比较(11)式和(4)式,得

$$A_{ ext{oCr}}: A_{ ext{oCg}}: A_{ ext{oCb}} = \sqrt{rac{C_{ ext{er}}}{P_{ ext{i}}(\lambda_{ ext{r}})c_{ ext{er}}(\lambda_{ ext{r}})}R_{ ext{h}}}:$$

 $\sqrt{\frac{C_{eg}}{P_i(\lambda_g)c_{eg}(\lambda_g)}}G_h : \sqrt{\frac{C_{eb}}{P_i(\lambda_b)c_{eb}(\lambda_b)}}B_h.$  (12) (12)式就是在功率谱分布为  $P_i(\lambda)$  的光源照明全息 图时,以波长为  $\lambda_r, \lambda_g, \lambda_b$  的光谱色为三原色的色度 系统中,三原色光的振幅与其三刺激值的关系,此时 各原色再现像的振幅比为

$$A_{iCr} \cdot A_{iCg} \cdot A_{iCb} =$$

$$\sqrt{\frac{C_{\rm er}}{c_{\rm er}(\lambda_{\rm r})}}R_{\rm h}: \sqrt{\frac{C_{\rm eg}}{c_{\rm eg}(\lambda_{\rm g})}}G_{\rm h}: \sqrt{\frac{C_{\rm eb}}{c_{\rm eb}(\lambda_{\rm b})}}B_{\rm h}.$$
 (13)

上述讨论的意义是建立了计算机显示色系下颜 色量和其在计算全息时对应的物光波振幅之间的关 系,因而当计算全息色系的三原色计算波长、计算机 显示色系的三原色确定的情况下,即可首先由(6)式 确定颜色在彩色计算全息色系下的颜色量,再由 (12)式即可计算得到该颜色在计算全息时的三原色 物光波振幅。

## 3 计算彩色彩虹全息术颜色复现机理 及其三原色

采用计算机制彩色彩虹全息术算法<sup>[5~7]</sup>对上述 振幅为 $A_{oCr}$ , $A_{oCg}$ , $A_{oCb}$ 的物光波进行编码,即可得到 彩色彩虹全息图。彩色彩虹全息再现原理如图 2 所 示。在彩色彩虹全息图中,实际上有 3 个单色彩虹 全息图,在白光照明时,每一个单色彩虹全息图将在 眼睛观察位置形成水平条状彩虹光谱分布,3 个彩 虹图相对有一位移,把 3 个彩虹光分布展开如图 3 所示。图中虚线框内的部分是重合的,重合的位置 就是人眼观察再现像的位置。虚框内的光就是实际 进入人眼的三原色光,全息像的颜色由虚框内的光 谱色合成,虚框的宽度和人眼的瞳孔直径  $D_e$ 相等。 假设全息图在计算时参考光和物光的夹角为 $\theta$ ,对 于 3 个计算波长  $\lambda_r$ , $\lambda_g$ , $\lambda_b$ ,全息图对应的光栅主频 率分别为







#### 图 3 3 个彩虹狭缝像光分布展开图

Fig. 3 Expanding diagrams of the three rainbow spectra 单色全息图对照射光中波长为λ的光其衍射角正弦 值为

$$\begin{cases} \sin \theta_{r\lambda} = \frac{\lambda \sin \theta}{\lambda_r} - \sin \theta \\ \sin \theta_{g\lambda} = \frac{\lambda \sin \theta}{\lambda_g} - \sin \theta. \\ \sin \theta_{b\lambda} = \frac{\lambda \sin \theta}{\lambda_r} - \sin \theta \end{cases}$$
(15)

从(15)式可以看出,3个全息图的光栅结构对其计 算波长的衍射角为零。图4虚框上边缘和下边缘所 对应衍射角分别为

$$\sin\theta_{D_{\mathrm{e}}/2} = \frac{D_{\mathrm{e}}}{2z_{\mathrm{e}}}, \quad \sin\theta_{D_{\mathrm{e}}/2}' = -\frac{D_{\mathrm{e}}}{2z_{\mathrm{e}}}. \quad (16)$$

式中 z<sub>e</sub> 为全息图到观察点的距离,因而进入眼睛的 三原色光谱宽度为

红原色:

$$\lambda_{\rm rl} = \lambda_{\rm r} \Big( 1 - \frac{D_{\rm e}}{2z_{\rm e}\sin\theta} \Big), \quad \lambda_{\rm r2} = \lambda_{\rm r} \Big( 1 + \frac{D_{\rm e}}{2z_{\rm e}\sin\theta} \Big).$$
(17)

绿原色:

$$\lambda_{g1} = \lambda_{g} \left( 1 - \frac{D_{e}}{2z_{e}\sin\theta} \right), \quad \lambda_{g2} = \lambda_{g} \left( 1 + \frac{D_{e}}{2z_{e}\sin\theta} \right).$$
(18)

蓝原色:

$$\lambda_{b1} = \lambda_{b} \left( 1 - \frac{D_{e}}{2z_{e}\sin\theta} \right), \quad \lambda_{b2} = \lambda_{b} \left( 1 + \frac{D_{e}}{2z_{e}\sin\theta} \right).$$
(19)



#### 图 4 瞳孔宽度内的光谱展宽

Fig. 4 Spectral widening in range of pupil diameter
各谱段的混合色就是彩色彩虹全息再现时的三
原色,计算合成颜色的三刺激值 R'<sub>ei</sub>,G'<sub>ei</sub>,B'<sub>ei</sub>,根据全
息衍射再现原理,再现三原色光的振幅 A'<sub>icr</sub>,A'<sub>icg</sub>,
A'<sub>icb</sub>分别正比于 A<sub>oCr</sub>,A<sub>oCg</sub>,A<sub>oCb</sub>,但此时再现每一个

分全息图的光并不是单色光,而是由(17)~(19)式 决定的有一定带宽的复色光,设再现时照明光的实 际功率谱分布为 P<sub>i</sub>(λ),则再现的三色光的光强为

$$\begin{cases} A_{iCr}^{\prime 2} = k\eta A_{oCr}^{2} \int_{\lambda_{rl}}^{\lambda_{r2}} P_{i}^{\prime}(\lambda) d\lambda = k \frac{C_{er}R_{h}}{P_{i}(\lambda_{r})c_{er}(\lambda_{r})} \int_{\lambda_{rl}}^{\lambda_{r2}} P_{i}^{\prime}(\lambda) d\lambda \\ A_{iCg}^{\prime 2} = k\eta A_{oCg}^{2} \int_{\lambda_{gl}}^{\lambda_{g2}} P_{i}^{\prime}(\lambda) d\lambda = k \frac{C_{eg}G_{h}}{P_{i}(\lambda_{g})c_{eg}(\lambda_{g})} \int_{\lambda_{gl}}^{\lambda_{g2}} P_{i}^{\prime}(\lambda) d\lambda. \end{cases}$$
(20)  
$$A_{iCb}^{\prime 2} = k\eta A_{oCb}^{2} \int_{\lambda_{bl}}^{\lambda_{b2}} P_{i}^{\prime}(\lambda) d\lambda = k \frac{C_{eb}B_{h}}{P_{i}(\lambda_{b})c_{eb}(\lambda_{b})} \int_{\lambda_{bl}}^{\lambda_{b2}} P_{i}^{\prime}(\lambda) d\lambda.$$

实际再现的三原色光的颜色在[R。G。B。]色系中的匹配方程为

$$\begin{cases} R'_{iCr} = C_{R} \left[ \int_{\lambda_{r1}}^{\lambda_{r2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{r}_{e0}(\lambda) d\lambda R_{e0} + \int_{\lambda_{r1}}^{\lambda_{r2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda G_{e0} + \int_{\lambda_{r1}}^{\lambda_{r2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{b}_{e0}(\lambda) d\lambda B_{e0} \right] \\ \begin{cases} G'_{iCg} = C_{G} \left[ \int_{\lambda_{g1}}^{\lambda_{g2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{r}_{e0}(\lambda) d\lambda R_{e0} + \int_{\lambda_{g1}}^{\lambda_{g2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda G_{e0} + \int_{\lambda_{g1}}^{\lambda_{g2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{b}_{e0}(\lambda) d\lambda B_{e0} \right] \\ B'_{iCb} = C_{B} \left[ \int_{\mu_{i}}^{\lambda_{b2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{r}_{e0}(\lambda) d\lambda R_{e0} + \int_{\mu_{i}}^{\lambda_{b2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda G_{e0} + \int_{\mu_{i}}^{\lambda_{b2}} P'_{i}(\lambda) \ \overline{b}_{e0}(\lambda) d\lambda B_{e0} \right] \end{cases}$$
(21)

 $式中 C_{R} = \frac{C_{er}R_{h}}{P_{i}(\lambda_{r})c_{er}(\lambda_{r})}, C_{G} = \frac{C_{eg}G_{h}}{P_{i}(\lambda_{g})c_{eg}(\lambda_{g})}, C_{B} = \frac{C_{eb}B_{h}}{P_{i}(\lambda_{b})c_{eb}(\lambda_{b})}, 合成光在[R_{e} \quad G_{e} \quad B_{e}] 色系中的三刺激$ 值为

$$\begin{cases} R'_{ei} = C_{R} \int_{\lambda_{rl}}^{\lambda_{r2}} P'_{i}(\lambda) \overline{r}_{e0}(\lambda) d\lambda + C_{G} \int_{\lambda_{gl}}^{\lambda_{g2}} P'_{i}(\lambda) \overline{r}_{e0}(\lambda) d\lambda + C_{B} \int_{\lambda_{b1}}^{\lambda_{b2}} P'_{i}(\lambda) \overline{r}_{e0}(\lambda) d\lambda \\ G'_{ei} = C_{R} \int_{\lambda_{rl}}^{\lambda_{r2}} P'_{i}(\lambda) \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda + C_{G} \int_{\lambda_{gl}}^{\lambda_{g2}} P'_{i}(\lambda) \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda + C_{B} \int_{\lambda_{b1}}^{\lambda_{b2}} P'_{i}(\lambda) \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda. \end{cases}$$
(22)
$$B'_{ei} = C_{R} \int_{\lambda_{rl}}^{\lambda_{r2}} P'_{i}(\lambda) \overline{b}_{e0}(\lambda) d\lambda + C_{G} \int_{\lambda_{gl}}^{\lambda_{g2}} P'_{i}(\lambda) \overline{b}_{e0}(\lambda) d\lambda + C_{B} \int_{\lambda_{b1}}^{\lambda_{b2}} P'_{i}(\lambda) \overline{g}_{e0}(\lambda) d\lambda.$$
(22)

(21)式的 R'<sub>icr</sub>, G'<sub>icg</sub>, B'<sub>icb</sub>即是计算彩色彩虹全息 术再现时的三原色, 任意颜色的全息再现像都是由 该三原色以不同的比率匹配而成, 分析得到计算彩 色彩虹全息术再现色系三原色的意义在于全面掌握 计算彩色彩虹全息术的颜色复现特性, 为计算彩色 彩虹全息术的进一步实用化提供了技术依据。

以虚拟彩色三维物体为彩色彩虹全息图的计算 目标进行实验,设定全息图再现光源为射灯,实测得 到其光谱相对功率分布如图 5 所示。其在波长为 611、540、466 nm 的 3 个计算波长处相对功率比值  $P(\lambda_r):P(\lambda_g):P(\lambda_b)=1:0.782:0.188。首先,根据$ 第 2 节彩色计算全息术物光波振幅和计算机显示色系下颜色量的关系,得到计算目标所有物点原色物



#### 图 5 射灯的相对光谱功率分布

Fig. 5 Relative spectral distribution of reflector lamp 光波的振幅。其次,采用计算机彩色彩虹全息术算 法<sup>[5~7]</sup>,对物光波进行编码,得到数字化的彩色彩虹 全息图。然后,采用自行研发的计算全息图直写系统<sup>[15]</sup>,将数字化的全息图输出在全息记录介质上, 通过后处理就得到可光学再现的彩虹全息图。最后,采用射灯再现彩色彩虹全息图,并用彩色 CCD 相机(Canon EOS 450D)(镜头前加狭缝光阑)在不 同视角拍摄了全息再现像,原始彩色目标及拍摄得 到的彩色彩虹全息再现像如图 6 所示。



- 图 6 彩色三维目标及其彩色彩虹全息再现像。(a)彩色 三维目标;(b)全息像的左视图;(c)全息像的正视 图;(d)全息像的右视图
- Fig. 6 Color 3D object and its color rainbow holographic images. (a) Photo of color 3D object; (b) left holographic image; (b) front holographic image; (c) right holographic image

比较图 6 的彩色目标和其彩虹全息再现像,可 以看到全息再现像的色调和原始计算目标一致,然 而,彩色全息再现像的色饱和度有所下降,也就意味 着全息再现像和其在计算机显示器上的样本之间存 在色差。导致这一现象的主要原因是彩色彩虹全息 术颜色复现机理,在彩色彩虹全息图再现时,由于全 息图的空间频率是有限的,因而再现的三原色光在 人眼瞳孔范围内已不是起初计算时的单色光,而是 具有一定宽度的光谱,是这3个具有一定宽度的光 谱参与了颜色再现。另外,彩色全息再现像的颜色 与全息图的计算参数有密切关系,如参考光入射角、 瞳孔直径、观察距离等,这些计算参数将直接影响到 能够进入人眼的光谱成分,进而影响合成彩色像的 颜色。例如,当参考光入射角增大的时候,由于全息 图空间频率的增大,各彩虹光谱在空间分离得越明 显,能够进入人眼的光谱带宽也就越窄,全息再现像 的色饱和度也将提高,因而全息像和其原始彩色目 标之间的颜色误差也将越小。在全息图再现的时 候,若没有光谱的展宽,那么全息再现像的色饱和度 将和彩色计算全息的原始物体相等。

### 4 结 论

基于颜色传递和匹配原理,较详细地分析了计 算彩色彩虹全息术的颜色复现机理,给出了计算全 息的物光波振幅和计算机显示色系下颜色量之间的 关系,讨论了计算彩色彩虹全息术颜色复现机理,并 给出了计算彩色彩虹全息术实际再现时三原色的计 算方法。

#### 参考文献

- 1 S. A. Benton. Hologram reconstructions with extended incoherent sources [J]. J. Opt. Soc. Am., 1969, 59 (10): 1545~1546
- 2 Fan Cheng, Jiang Chaochuan, Gu Lürong. One-step rainbow holography with large viewing angle [J]. Chinese J. Lasers, 1992, A19(6): 459~462

范 诚, 江朝川, 郭履容. 大视角一步彩虹全息术[J]. 中国激 光, 1992, **A19**(6): 459~462

3 Liu Yi, Wang Shi. Recording the large viewing angle 2D/3D marking rainbow hologram [J]. Chinese J. Lasers, 1998, A25(6): 546~550

刘 艺,王 仕.大视角二维/三维彩虹全息标识记录[J].中国 激光,1998, **A25**(6):546~550

4 H. Yoshikawa, A. Kagotani. Full color computer-generated rainbow hologram with enlarged viewing angle[C]. SPIE, 2001, 4296: 145~152

5 Wang Hui, Li Yong, Jin Hongzhen *et al.*. A new method for computer-generated rainbow hologram [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(10): 1537~1541
王 辉,李 勇,金洪震等. 计算机制彩虹全息图的新算法[J].

光子学报,2005,**34**(10):1537~1541

6 Cai Xiaoou, Wang Hui, Li Yong. Study on computer color rainbow hologram coded by single wavelength[J]. Acta Photonica Sinica, 2006, **35**(7): 1013~1017 蔡晓鸥, 王 辉, 李 勇. 单波长编码计算机制彩色彩虹全息图 的研究[J]. 光子学报, 2006, **35**(7): 1013~1017

- 7 Y. L. Shi, H. Wang, Y. Li *et al.*. Practical method for color computer-generated rainbow holograms of real-existing objects [J]. *Appl. Opt.*, 2009, 48(21): 4219~4226
- 8 Y. Sando, M. Itoh, T. Yatagai. Holographic three-dimensional display synthesized from three-dimensional Fourier spectra of real existing objects[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(24): 2518~2520
- 9 K. Matsushima, Y. Arima, S. N. Nakahara. Digitized holography: modern holography for 3D imaging of virtual and real objects[J]. Appl. Opt., 2011, 50(34): H278~H284

10 Jin Hongzhen, Lou Yimin, Wang Hui *et al.*. Integral color hologram of virtual 3D object generated by integral photography [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(5): 1304~1309 金洪震, 楼益民, 王 辉等. 基于集成照相术制作虚拟三维物体 彩色全息图的新方法[J]. 中国激光, 2010, **37**(5): 1304~1309

- 11 Song Lei, Yue Huimin. Fourier transform profilometry of colorful composite grating based on point array projection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1368~1373 宋 雷, 岳慧敏. 基于点阵投影的彩色复合光栅傅里叶变换轮廓术[J]. 光学学报, 2010, **30**(5): 1368~1373
- 12 Dai Meiling, Yang Fujun, Du Xiaolei *et al.*. Three-dimensional shape measurement based on single-shot color fringe projection of sinusoidal grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0712002 戴美玲,杨福俊,杜晓磊等. 基于单幅彩色正弦光栅投影的三维形貌测量[J]. 光学学报,2011,**31**(7): 0712002

- 13 Jin Qicheng, Jiao Shulan, Yu Bolin *et al.*. Colorimetry[M].
  Beijing: Science Press, 1979
  荊其诚, 焦书兰, 喻柏林 等. 色度学[M]. 北京: 科学出版社, 1979
- 14 Cheng Jieming, Chen Xiajie, Gu Kai. Chromatology [M].
  Beijing: Science Press, 2006
  程杰铭,陈夏洁,顾 凯. 色彩学[M]. 北京:科学出版社, 2006
- 15 Jin Hongzhen, Li Yong, Wang Hui *et al.*. The design of automicrocopy system for digital holograms[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2006, 27(3): 233~236
  金洪震,李 勇,王 辉等. 数字全息图微缩输出系统设计[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(3): 233~236

栏目编辑:何卓铭