

透射虚栅计量法及其在液面微变形测量中的应用

赵玉臣¹ 黄先富¹ 刘战伟¹ 谢惠民² 何光³

¹ 北京理工大学宇航学院力学系, 北京 100081
² 清华大学工程力学系, 北京 100084
³ 北京理工大学机电学院, 北京 100081

摘要 提出了一种非接触式结构光测量液面微变形剖面曲线的方法。基于几何透射虚栅变形的原理, 推导了液面离面变形与水底虚栅面内位移之间的数学关系。将一张单向几何光栅(频率为 1~5 line/mm)置于盛有已发生变形的透明水槽下方, 并在水槽上方布置电荷耦合器件(CCD)相机, 记录下因液面离面变形而产生的透射虚栅变形图。使用条纹中心算法对所采集的变形栅图进行细化、赋级和插值运算, 可得到该虚栅图的位移矢量场。将之代入所推导的数学关系式中, 即可迭代求得液面的离面变形剖面曲线。运用该方法对一分硬币漂浮于水面时引起的液面离面变形剖面曲线进行求解绘制, 所测得结果与已有文献的结果相比较相差仅为 2%, 证明了该方法的有效性和可行性。

关键词 测量; 液面形貌; 透射虚栅; 离面位移; 硬币

中图分类号 O348 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201239.0908001

Transmission-Virtual Grating Method and Its Applications in Measuring Deformed Liquid Surface

Zhao Yuchen¹ Huang Xianfu¹ Liu Zhanwei¹ Xie Huimin² He Guang³

¹ School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China
² Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China
³ School of Mechatronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract A novel method based upon deformed transmission-virtual grating is proposed for determination of deformed liquid surface. Mathematic relations between out-of-plane displacement of deformed liquid surface and in-plane displacement of transmission-virtual grating for the method are derived. By addressing an orthogonal grating (1~5 line/mm) under the transparent water groove and then capturing images from upset of the deformed water surface, a displacement vector of full-field which directly associates the three-dimensional (3D) deformed liquid surface then can be evaluated by processing the recorded deformed fringe pattern by using special algorithm. By substituting the displacement field to the obtained equations then the out-of-plane displacement of 3D deformed liquid surface can be calculated. Validation test to measure the deformed water surface caused by a Chinese one-cent coin has been conducted. The result agrees with the previous literature, with except a slight difference of 2%, which demonstrates the feasibility of the developed method.

Key words measurement; deformed liquid surface; transmission-virtual grating; out-of-plane displacement; coin

OCIS codes 120.6650; 120.2830; 120.3940; 050.2770; 100.2650

收稿日期: 2012-03-05; **收到修改稿日期:** 2012-05-18

基金项目: 国家自然科学基金(11072033)和中国人民解放军总装备部武器装备预研基金(9140A05040610BQ0116)资助课题。

作者简介: 赵玉臣(1989—), 男, 本科, 主要从事工程力学方面的研究。E-mail: 20090148@bit.edu.cn

导师简介: 刘战伟(1973—), 男, 副教授, 博士生导师, 主要从事微纳测试技术及光测力学等方面的研究。

E-mail: liuzw@bit.edu.cn(通信联系人)

1 引 言

在自然界中,常常可以观察到这样一些有趣的现象,有些昆虫(如水蚊或水龟等)可以在水面上运动,完成一些高难度的动作如快速划泳、弹跳而不会沉入水中。水生昆虫的这种自漂浮本领引起了国内外一些知名学者极大的兴趣。Feng 等^[1]对水龟的水面上漂浮做了相关的数值模拟,并给出了一定的解释。Su 等^[2]推导了水龟腿导致的液面变形的解析公式。Hu 等^[3,4]也对水龟的漂浮机理做了相关的模拟和实验研究,但是对于固体漂浮的实验研究,目前尚缺乏有效的实验技术。这是由于微小浮力测量困难,表面张力实验复杂,导致微小物体的漂浮机理还不十分清楚。

固体漂浮等现象常被认为是重力与浮力、表面张力及毛细力的物理平衡的结果^[5]。其中表面张力和毛细力是与液面变形相关的两个极重要的物理量。因此精确测定液面变形,对于揭示固体漂浮及其与液面的相互作用机理是非常重要的。目前液面微形貌测试技术主要是激光扫描法^[6]。其主要利用激光反射光在接收屏上的偏移来定量求解液面形貌,可实现液位的快速测量。但是由于反射光受透明液体表面特性的影响,其测量精度并不高。原子力显微镜液面探针探测法^[7]可实现液面离面高度的高精度测量(达到纳米量级),但其属于探针接触式点测量,只能测量单点的离面变形高度,且测量效率极低、实时性差。这两种通用测量方法所用的设备价格昂贵、测量成本高、操作复杂,而且对外界环境要求极高,不利方法的推广、普及和通用。光学测量既有全场性、实时性和高精度等优点,一直是研究的热点。结构光测量固体形貌的方法已经发展得非常成熟^[8~10]。然而对于液面的离面变形测量,由于其流动性或不稳定性等特殊性质,的确给测量带来很多困难;再者,由于液体的透明型或高度光洁,在固体形貌测量中广泛应用的投影云纹法等方法在这种情况下也无法应用。

本文通过研究液面离面变形与透射虚栅的位移之间的数学关系,提出了一种简易非接触式结构光测量液面微形貌的方法,可实现液面微形貌的快速高精度测量。其实验装置简单、精度高、成本低。通过对硬币浮在水面引起的液面离面变形曲线进行测量,绘制了其液面变形的剖面曲线,验证了该方法的有效性。

2 透射虚栅计量法测量原理

2.1 虚栅变形及测量的基本原理

当水平液面在重力方向上发生变形时,在液面的上方观察水中或水底的物体,可发现物体的虚像会发生变形,该变形与液面的离面变形及物体所处的空间位置相关。如果在透明水槽底部放置一块成固定周期的规则单向几何光栅,透过水平液面的正上方向下观察,可看到规则的透射虚栅图。当液面受外部扰动而在重力方向上发生扰动或变形时,所观察到的水中透射虚栅将因出射液面的变形而产生偏移。该变形虚栅图可使用一定的光学仪器如电荷耦合器件(CCD)相机等记录下来,借助条纹处理技术如条纹中心法(FCM)^[11]、傅里叶变换(FFT)^[12]或相移技术(PST)^[13]等方法可定量求出虚栅图的位移。结合斯涅耳定律,可定量求得栅线变形位移量与液面偏离水平面高度的数学关系。

2.2 虚栅变形的数学关系

如图 1 所示,取沿漂浮物体的边缘外法线方向且垂直于栅线方向的变形剖面为研究对象。将变形的液面曲线分割并近似成无限多段微小折线。

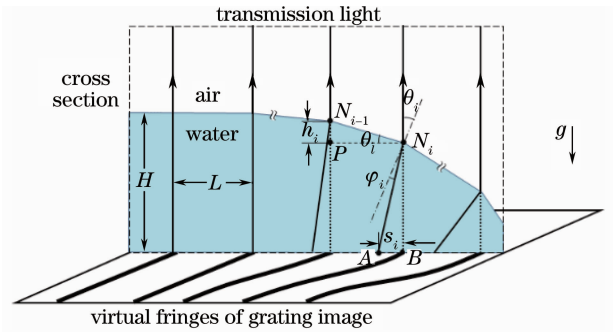


图 1 透射虚光栅计量法测量原理剖面示意图
Fig. 1 Cross section of transmission-virtual-grating method in measuring deformed liquid surface

从栅线做为水中物体,它反射的光线出射液面时,光的传播遵循斯涅耳定律:

$$n_{\text{air}} \sin \theta_i = n_{\text{water}} \sin \varphi_i, \quad (1)$$

式中 n_{air} 和 n_{water} 分别为空气和水的折射率; i 表示分割液面变形曲线的折点序列, $i = 1, 2, \dots$; φ_i 和 θ_i 分别为第 i 段分割折线上透射光线的入射角和出射角。图 1 中,直角 $\triangle N_i P N_{i-1}$ 满足的几何三角关系:

$$\tan \theta_i = h_i / L, \quad (2)$$

式中 h_i 表示第 $i-1$ 个分割点与第 i 个分割点间的高度差,即各分割点间的变形梯度; L 为计算步长,其

取值长短与计算精度相关(取 $L = 1$ pixel); θ_i 表示第 i 段液面分割折线与水平面的夹角(等于出射角)。图 1 中, 直角 $\triangle AN_i B$ 满足几何三角关系:

$$\tan(\theta_i - \varphi_i) = s_i / (H - \sum h_{i-1}), \quad (3)$$

式中 s_i 为透射虚栅变形的水平位移; H 为初始液面深度; $\sum h_{i-1}$ 表示第 1 个分割点与第 $i-1$ ($i \geq 2$) 个分割点间的高度差, 也即第 $i-1$ 个分割点偏离水平面的高度。(1)~(3) 式中, n, L, H 为初始已知量或可直接测得量, φ_i, θ_i, h_i 为未知变量, 其初始量均为 0 (在水平面处, $\varphi_0 = \theta_0 = h_0 = 0$), 因此, 只需求出虚栅位移 s_i , 即可根据以上推导的数学方程式迭代求出液面的变形曲线的 h_i , 进而求出位移量 $\sum h_{i-1}$ 。

为了计算条纹场的全场位移, 需得到条纹图像全场各点的条纹级数值。使用 Rosenfeld 算法^[14] 对获取的变形虚栅图进行条纹细化, 提取中心线, 并对条纹进行常规修整、光滑, 确定其边界。对条纹进行赋级数之后, 可求出栅线的位移为

$$s = Np_1 - Np, \quad (4)$$

式中 N 为栅线的级数, p_1 为变形虚栅的节距(即试件栅), p 为虚栅变形前的节距(即参考栅)。可是对于栅线法的位移场的求解来说, 仅由整数级栅线来得到全场位移, 其精度还是过低, 这就需要条纹级数进行插值运算。使用一种改进的一维插值方式, 对两个方向的一维插值方式结合进行。若某一维的插值精度很高, 则可将该维的插值结果的较精确部分在另维插值时作为已知条纹级数^[7]。条纹级数的插值对于条纹图像的计算处理结果具有重要意义, 在插值算法中必须利用尽可能多的已知级数信息。

通过插值计算得到了全场的条纹级数值后, 也就相当于得到了全场的透射虚栅受液面离面变形调制而产生的位移场 s 。将所得剖面线上各折点所对应的 s_i 值代入(1)~(3)式中, 利用牛顿迭代算法, 从液面水平面(未变形处)开始求解, 可逐步确定 3 个未知数 θ_i, φ_i, h_i 随 i 的变化序列。根据所求的

液面离面变形剖面曲线的梯度 h_i (各分割点间的高度差), 进而绘制出液面离面变形的剖面曲线。

2.3 灵敏度与误差评估

由(1)~(3)式可知, 变形梯度 h_i 和总偏离水平面的变形 $\sum h_{i-1}$ 的求解主要依赖于栅线位移场 s 的求解, 即栅线法所能达到的灵敏度决定了透射虚栅计量法的灵敏度。在实际运用中, 所使用栅线的频率在 1~5 线之间, 便于普通 CCD 的探测。在这个频率范围内的栅线, 一般地, 栅线法所能达到的最高灵敏度为 0.025 mm, 最高分辨率为 0.5 mm。这就意味着, 理论上来说透射虚栅计量法所能达到的灵敏度为 0.1 μm 。

实际处理栅线图时, 由于使用的是透射光采集的实验图像, 图像的质量好, 栅线的对比度非常高且噪音极少, 提取条纹中心时几乎不用对图像做太多的预处理, 这就保证了位移场的求解精度。在迭代计算时, 使用牛顿迭代法进行方程迭代求解, 完全可以保证未知量的求解精度。当然, 还可以使用频率更高的栅线以增加栅线位移场的测量精度, 也可以使用相移技术来提高测量灵敏度。

3 实验与实验结果

3.1 液面形貌测量实验

在生活中, 像硬币和曲别针等密度大于水的轻质金属也能漂浮在水面上, 若仅从重力和浮力角度来考虑其平衡, 显然是不够全面的。漂浮物体受重力影响, 其轮廓边缘与液面相互作用, 使液面产生微小变形, 以提供维持平衡的所需的表面张力。实验的目的是要测出此微小液面变形。将硬币轻置于水槽中, 使其漂浮在水面上。此时液面受硬币重力的影响而产生变形, 以提供维持新平衡的所需的表面张力和浮力。实验中使用的实验器材有: CCD 相机、冷光源、水槽、壹分硬币以及几何光栅等。初始实验参数设置如表 1 所示。

表 1 初始实验参数设置

Table 1 Setup of the initial experimental parameters

Depth of water /mm	Refractivity of water	Diameter of coin /mm	Thickness of coin /mm	Mass of coin /g	Frequency of optical grating/(line/mm)
16.0	4/3	18.00	1.42	0.683	2.0

具体实验步骤: 1) 将几何光栅置于盛有适量清水的透明水槽底部; 2) 将壹分硬币轻置于水槽中, 使其漂浮于水槽中央附近处; 3) 将 CCD 相机与冷光源如图 2 所示布置。通过交替调整冷光源亮度和

相机焦距, 使相机能拍摄到清楚的变形虚栅; 4) 拍摄一幅图像并存入计算机内存, 用于后续计算。实验布置如图 2 所示。

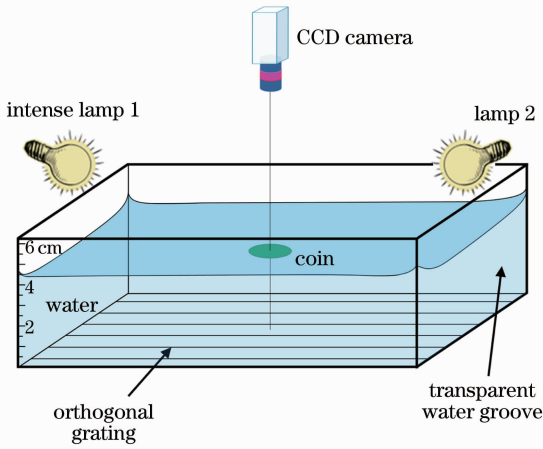


图 2 实验布置示意图

Fig. 2 Experimental setup

3.2 实验结果

如图 3(b)所示,透射虚栅受液面离面变形调制

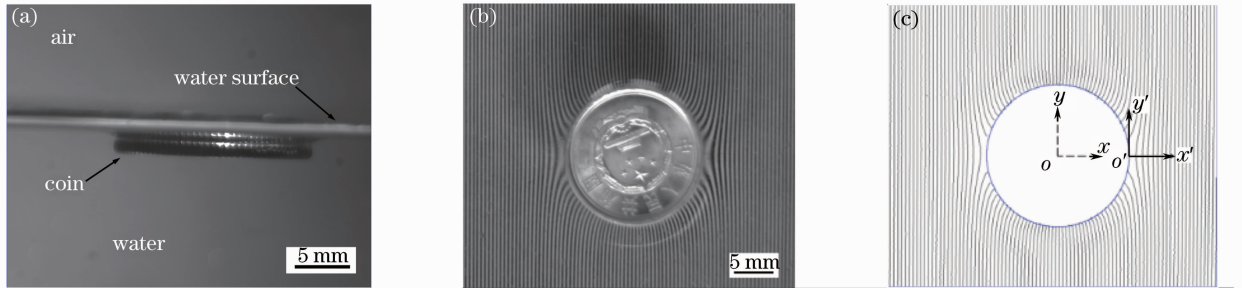


图 3 (a) 漂浮在水面上的壹分硬币;(b) 变形虚栅图;(c) 细化的栅线图

Fig. 3 (a) One-cent coin floating on the water surface; (b) deformed transmission-virtual fringe pattern; (c) thinned fringe pattern

表 2 沿 x' 正方向的透射虚栅位移与液面离面深度的部分取值

Table 2 In-plane displacement of transmission-virtual grating and out-of-plane displacement of deformed liquid along x' direction

x' / mm	Displacement /mm	Depth /mm	x' / mm	Displacement /mm	Depth /mm
0.00	-1.70	-0.98	45.00	-0.24	-0.10
5.00	-1.40	-0.79	50.00	-0.19	-0.08
10.00	-1.11	-0.62	55.00	-0.16	-0.05
15.00	-0.89	-0.50	60.00	-0.13	-0.04
20.00	-0.69	-0.38	65.00	-0.09	-0.02
25.00	-0.56	-0.31	70.00	-0.06	-0.01
30.00	-0.50	-0.24	75.00	-0.05	-0.006
35.00	-0.40	-0.18	80.00	-0.04	-0.00
40.00	-0.32	-0.14	85.00	-0.02	-0.00

据此绘制出沿 x' 轴正方向的栅线位移和液面深度的变化剖面曲线,如图 4 所示。

杨玉光等^[15]用探针式表面张力系数仪器测得由壹分硬币引起的液面最低深度值为 1.00 mm。

而发生面内变形。由于水的透射性好,故所得的变形虚栅图对比度高、噪音小,可用条纹中心处理的方法来对其进行变形求解。先对图像进行滤波、消噪,然后提取条纹中心线,得到细化条纹图[如图 3(c)所示]。对条纹进行赋级、插值求解即可得到透射虚栅的位移场。

以硬币边缘与透射栅线的相切点为局部坐标原点,建立局部坐标系 $o'x'y'$ 如图 3(c)所示。将所求的沿 x' 轴正方向的位移值代入到(1)式中,利用 Matlab 软件进行牛顿迭代求解可得到液面高度数值。为便于直观地观察沿 x' 轴正方向对应的栅线位移和液面深度,表 2 中列出了所求的部分特定点的数值。此处特定点的取值范围为距离 o' 点 0~85.00 mm,取值步长为 5 mm。

本文用所发展的透射虚栅计量法测得的液面最低深度值为 0.98 mm,相差仅为 2%,从另一方面说明了该方法的有效性。由于硬币是旋转对称的,其液面变形轮廓也是关于硬币中心对称的,故只需将所绘

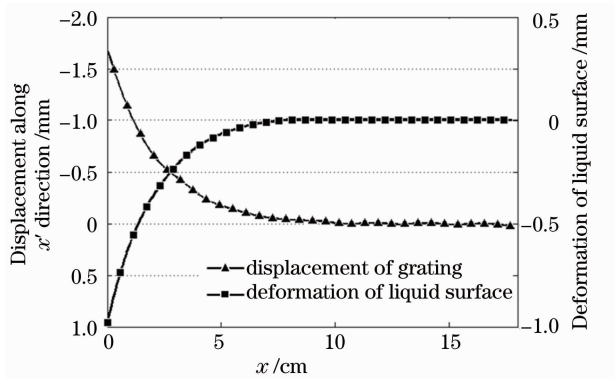


图4 沿 x' 正方向的栅线位移和液面深度的变化剖面曲线

Fig. 4 Displacement curve of transmission-virtual grating and depth curve of deformed liquid surface along x' direction

制的液面深度曲线绕硬币中心轴旋转 360° ，即可得到硬币引起的全场的液面变形轮廓。而对于一般的漂浮而言，其引起的液面变形轮廓视其本身的轮廓而定。对于其液面形貌的测量，只需做多组旋转光栅，测出多组变形剖面，然后再根据物体的边缘轮廓即可拟合出其全场的三维形貌。

4 结 论

本文提出了一种简易可行的液面微形貌测量方法，建立了虚栅位移与液面离面变形之间的数学关系。通过硬币引起的液面变形的测量实验，验证了该方法的有效性。实验装置简单、操作方便、测量精确度高，为以后研究不规则多连通光滑液面微形貌测量提供了一种简易思路。

参 考 文 献

- 1 X. Q. Feng, X. F. Gao, Z. N. Wu *et al.*. Superior water repellency of water strider legs with hierarchical structures: experiments and analysis [J]. *Langmuir*, 2007, **23**(9): 4892~4896
- 2 Y. W. Su, S. J. He, B. H. Ji *et al.*. More evidence of the crucial roles of surface superhydrophobicity in free and safe maneuver of water strider [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2011, **99**(26): 3704~3707
- 3 D. L. Hu, B. Chan, J. W. M. Bush. The hydrodynamics of water strider locomotion [J]. *Nature*, 2003, **424**(6949): 663~666

- 4 D. L. Hu, J. W. M. Bush. Meniscus-climbing insects [J]. *Nature*, 2005, **437**(2059): 733~736
- 5 Li Gaobin, Han Lixin, Dai Yongxia *et al.*. Experimental study on some issues about liquid surface tension [J]. *Physics Teacher*, 2007, **28**(9): 32~34
李高斌, 韩立新, 戴永侠等. 关于液体表面张力的几个问题的实验探究 [J]. *物理教师*, 2007, **28**(9): 32~34
- 6 Zhuang Qiren, Gong Dongmei, Tao Haimin *et al.*. A quick measuring method for liquid surface tension by laser beam [J]. *Optics & Precision Engineering*, 2007, **15**(5): 662~667
庄其仁, 龚冬梅, 陶海敏等. 液体表面张力激光快速测量法 [J]. *光学精密工程*, 2007, **15**(5): 662~667
- 7 Lin Jing. Effects of Liquid Film on Interactions Between AFM Tip and Surface [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009
林 静. 样品表面液膜对原子力显微镜测量影响的研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009
- 8 Shi Hongjian, Ji Hongwei, He Xiaoyuan. Optical 3D deformation measurement system and its application to investigation of mechanical behaviors of micro-structure [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(3): 0312007
史红健, 计宏伟, 何小元. 一种三维变形光学测量系统及微结构力学性能测试应用 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(3): 0312007
- 9 Ye Hongna, Cao Yiping. Phase measuring profilometry based on triangular pattern grating [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(11): 1108001
叶虹呐, 曹益平. 基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术 [J]. *中国激光*, 2011, **38**(11): 1108001
- 10 Xie Zexiao, Li Xuyong, Xin Shaohui *et al.*. Underwater line structured-light self-scan three-dimension measuring technology [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(8): 2010~2014
解则晓, 李绪勇, 辛少辉等. 水下线结构光自扫描三维测量技术 [J]. *中国激光*, 2010, **37**(8): 2010~2014
- 11 Dai Fulong, Wang Zhaoyang. Automatic fringe patterns analysis using digital processing techniques: I fringe center method [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1999, **28**(8): 700~706
戴福隆, 王朝阳. 条纹图象的数字化自动分析处理技术之一: 条纹中心法 [J]. *光子学报*, 1999, **28**(8): 700~706
- 12 Z. W. Liu, X. F. Huang, H. M. Xie *et al.*. The artificial periodic lattice phase analysis method applied to deformation evaluation of TiNi shape memory alloy in micro scale [J]. *Meas. Sci. Technol.*, 2011, **22**(12): 125702
- 13 H. M. Xie, Z. W. Liu, D. N. Fang *et al.*. A study on the digital nano-moiré method and its phase shifting technique [J]. *Meas. Sci. & Technol.*, 2004, **15**(9): 1716~1721
- 14 Wang Xunfa. Image Processing Program Design of C Programming Language [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1994. 253~314
王绚法. C语言图像处理程序设计 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1994. 253~314
- 15 Yang Yuguang, Sun Jianpeng. Experimental study on floating coin when tolerance of stress [J]. *Physics Bulletin*, 1997, (3): 34
杨玉光, 孙建鹏. 浮币受力的实验研究 [J]. *物理通报*, 1997, (3): 34

栏目编辑: 何卓铭