# 谐振式集成光学陀螺三角波调制误差分析

粟 妮<sup>1,2,3</sup> 冯丽爽<sup>1,2,3</sup> 雷 明<sup>1,2,3</sup> 马迎建<sup>1,2,3</sup>

1北京航空航天大学微纳测控与低维物理教育部重点实验室,北京 100191

<sup>2</sup>北京航空航天大学惯性技术重点实验室,北京 100191

【<sup>3</sup>北京航空航大大学新型惯性仪表与导航系统技术国防重点学科实验室,北京 100191】

摘要 在基于模拟三角波相位调制技术的谐振式集成光学陀螺(IORG)调制方案中,调制三角波参数受外界环境 等变化而产生波动是陀螺输出误差的主要来源之一。给出了调制三角波参数与陀螺输出的特性关系;分析了调制 三角波参数波动与陀螺标度因数的变化关系;仿真计算了调制三角波参数波动与陀螺输出非线性度的关系。搭建 了 IORG 实验系统,通过采用精密高频波形产生器产生调制三角波,得到了1h零偏稳定性为0.69(°)/s, ±500(°)/s动态范围内非线性度为0.96%的陀螺输出。实验验证了理论分析计算方法的正确性以及采用模拟三 角波调制方法改善集成光学陀螺检测精度的可行性。

关键词 集成光学;谐振式集成光学陀螺;调制频率;调制峰峰值;调制误差 中图分类号 TN911.3;TN815 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.0805002

# Analysis of Triangle Wave Modulation Error in Integrated Optical Resonance Gyroscope

Su Ni<sup>1,2,3</sup> Feng Lishuang<sup>1,2,3</sup> Lei Ming<sup>1,2,3</sup> Ma Yingjian<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup> Key Laboratory of Micro-Nano Measurement-Manipulation and Physics, Ministry of Education, Beihang University, Beijing 100191, China

<sup>2</sup> Key Laboratory on Inertial Science and Technology, Beihang University, Beijing 100191, China

 ${}^{\scriptscriptstyle 3} \textit{Fundamental Science on Novel Inertial Instrument \& Navigation System Technology Laboratory}\,,$ 

Beihang University, Beijing 100191, China

**Abstract** A gyro output is influenced greatly by the fluctuation of a modulation triangle waveform in integrated optical resonator gyroscopes (IORG). The curve of scale factor *K* of the gyro with modulation waveform parameters (MWP) is induced. The influence on the output characteristics by MWP distortion is discussed. The relationship between the nonlinearity and MWP undulation is simulated. An IORG experimental system is carried out, and the triangle wave is generated by high-frequency waveform generator. Dynamic range of  $\pm 500(\degree)/s$  with nonlinearity of 0.96%, and bias drift of 0.69(°)/s with integration time of 1 s over 1 h are obtained. The testing result verifies correctness of the simulation.

Key words integrated optics; integrated optical resonator gyroscope; modulation frequency; modulation amplitude; modulation error

**OCIS codes** 060.2370; 060.2800; 060.5060; 130.0250

1 引

谐振式集成光学陀螺(IORG)是在微纳加工技

术不断发展的基础上产生的一种新型角速度传感器,已广泛应用于惯性导航、制导、工业自动化等领

言

收稿日期: 2012-03-13; 收到修改稿日期: 2012-04-26

基金项目:国家自然科学基金(61171004)资助课题。

**作者简介**: 栗 妮(1988—),女,硕士研究生,主要从事光电信号检测方面的研究。E-mail: woshisuni@126.com **导师简介**: 冯丽爽(1968—),女,研究员,博士生导师,主要从事光学惯性器件方面的研究。

域<sup>[1~3]</sup>。与目前发展较为成熟的干涉式光纤陀螺 (IFOG)相比,IORG采用单片集成光学谐振腔取代 光纤环,减小了系统光路体积,降低了温度不均匀分 布引入的误差<sup>[4]</sup>,在一定程度上实现了器件集成;与 目前发展迅速的微机电(MEMS)陀螺相比,IORG 基于光学萨格奈克效应,具有无运动部件、抗电磁干 扰能力强等优势<sup>[5]</sup>。因此,IORG 一直被视为光学 陀螺微小型化的重要发展方向。

在 IORG 中,受敏感环体积和加工工艺的限制, 转动引起的萨格奈克效应非常微弱,谐振腔中相向 传输两束光之间的谐振频率差极其微小,需要通过 相应的调制解调技术才能检测出陀螺转动角速度。 多个研究小组提出了不同的 IORG 调制方案,并对 调制缺陷对陀螺性能的影响进行了研究。其中, Hotate 等<sup>[6~8]</sup>提出了数字双频率锯齿波相位调制 方案;Strandjord 等<sup>[9]</sup>分析了不理想锯齿波对陀螺 输出的影响;Jin 等<sup>[10]</sup>采用了数字三角波相位调制 技术来消除传统双频率锯齿波调制引入的脉冲噪 声;洪灵菲等<sup>[11~13]</sup>提出了利用模拟三角波相位调制 技术来消除数字波调制中的台阶效应,并对三角波 非线性对陀螺输出的影响进行了研究。然而,还没 有对三角波调制下调制波参数波动对陀螺输出影响 的研究与讨论。

本文采用基于模拟三角波的相位调制方案,分 析了调制波参数与陀螺输出的关系,并根据谐振曲 线得到了满足最佳灵敏度的调制波参数。仿真计算 了调制波参数波动对陀螺输出的影响,包括由此产 生的陀螺标度因数及其非线性度的变化等。并进行 了相应的实验验证。

## 2 三角波相位调制原理

图 1 给出了基于模拟三角波相位调制(PM)技术的 IORG 系统结构示意图。由光纤激光器发出的 光经集成光学相位调制器被分成两束,经相位调制 后,通过谐振腔芯片上的方向耦合器 C1 和 C2,由谐 振腔耦合器 C3 耦合进入波导谐振腔,形成沿谐振 腔顺时针(CW)方向和逆时针(CCW)方向传播的两 束光,后又分别经 C2 和 C1 到达探测器 PD1 和 PD2。经过信号检测控制系统进行相应的信号处 理,得到激光器出射光频率的反馈控制信号和反映 转动角速度的陀螺输出<sup>[11]</sup>。





Fig. 1 Schematic illustration of IORG system

调制原理如图 2(a) 所示,设光源发出的光频率 为 *f*<sub>L</sub>,三角波相位调制信号与对应的频率调制信号 ± *f*<sub>fm</sub>满足关系

$$f_{\rm fm} = V_{\rm pp} F_{\rm p} / V_{\pi} , \qquad (1)$$

式中 $V_{pp}$ 为调制三角波峰峰值, $F_p$ 为调制三角波频 率, $V_{\pi}$ 为铌酸锂相位调制器半波电压。则经相位调 制后两路光信号将成为频率在 $f_L + f_{fm}$ 和 $f_L - f_{fm}$ 之间以交替变化的光波。由于陀螺转动时,两路光 的谐振频率发生偏离,故只能将 $f_L$ 锁定在一路光 的谐振频率点,假定将光源频率始终锁定在 CCW 方向的谐振频率<sup>[14]</sup>,则当陀螺处于静止状态时,CW 与 CCW 光谐振频率点相同,对应探测器 PD1 输出 为一直流量,如图 2(a)中实线所示;当陀螺转动时, CW 光偏离谐振频率点,PD1 输出对应为一方波信号,如图 2(a)中虚线所示。该方波信号的幅值反映 了萨格奈克效应引起的谐振频率偏移量,也即反映 了陀螺的旋转角速度。通过检测方波的幅值,并进 行一定的信号处理和数学运算,就可以解调出陀螺 的旋转角速度。而在实际的检测过程当中,由于三 角波发生器和集成运算放大器的本身性能稳定性、环 境变化等因素,都会导致调制三角波参数发生波动。 如图 2(b)所示,调制三角波峰峰值 V<sub>PP</sub>波动时,会导 致探测器端输出方波幅值发生改变;而当调制三角 波频率 F<sub>P</sub>波动时,如图 2(c)所示,会使探测器端输 出方波的重复频率发生改变,给方波幅值检测过程 中的同步解调造成误差,这些误差最终都会影响到



图 2 (a)三角波相位调制原理;(b)调制三角波峰峰值波动与陀螺输出关系;(c)调制三角波频率波动与陀螺输出关系 Fig. 2 (a) Theory of triangle modulation; (b) relationship between amplitude fluctuation and gyro output; (c) relationship between frequency fluctuation and gyro output

陀螺角速度检测的精度。因此,需要对调制三角波 波形参数的波动进行分析。

3 调制波参数波动分析

#### 3.1 理想调制波参数与标度因数关系

当调制波形为理想三角波时,由光波场叠加的 方法可得,PD1 探测到的方波电压幅值为<sup>[15]</sup>  $V_{PD} = P \times$ 





式中  $P = (1 - \alpha_e)^2 \rho N I_0$ ,  $I_0$  为谐振腔的入射光强,  $\alpha_e$ 为谐振腔耦合器损耗,  $\rho$  为谐振深度, N 为光电探测 器输入光功率与输出电压间的转换系数;  $\Delta f$  为两路 光的谐振频差;  $2C_0$  为谐振腔特性曲线的半峰全宽。 根据(2)式得到调制输出方波幅值与谐振频差的关 系曲线, 不同调制频率下的解调曲线如图 3 所示。

可见,在零频差点附近,两个最大输出光强差之间有很好的线性度,为陀螺工作区间,在该线性区间内,陀螺输出可以表示为

 $V_{\rm PD} = m\Delta f$ ,

式中

$$m = \frac{\mathrm{d}V_{\mathrm{PD}}}{\mathrm{d}\Delta f} = 2P \times \left\{ \frac{C_0^2 \left(\Delta f + f_{\mathrm{fm}}\right)}{\left[C_0^2 + \left(\Delta f + f_{\mathrm{fm}}\right)^2\right]^2} - \frac{C_0^2 \left(\Delta f - f_{\mathrm{fm}}\right)}{\left[C_0^2 + \left(\Delta f - f_{\mathrm{fm}}\right)^2\right]^2} \right\}.$$
(4)

在零频偏附近,满足  $\Delta f \ll f_{fm}$ ,(4)式可表示 为<sup>[11]</sup>

$$m \approx \frac{4P C_0^2 f_{\rm fm}}{(C_0^2 + f_{\rm fm}^2)^2} ,$$
 (5)

(3)

则陀螺转动角速度与探测器输出电压之间的关系可 以表示为<sup>[16]</sup>

$$V_{\rm PD} = m \, \frac{4A}{n\lambda L} \Omega \,, \tag{6}$$

式中 A 为谐振腔包围的面积;n 为谐振腔波导芯层 折射率;λ 为激光器出射波长;L 为谐振腔腔长;Ω 为 陀螺转动角速度。故谐振式集成光学陀螺标度因数 可以表示为

$$K = \frac{4mA}{n\lambda L}.$$
 (7)

由(1),(5)和(7)式可知,标度因数 K 与调制三 角波的峰峰值  $V_{pp}$ 和频率  $F_p$  密切相关,图 4 给出了 标度因数 K 与调制三角波参数的曲线图。图 4(a) 为标度因数 K 与调制峰峰值  $V_{pp}$ 的关系曲线。随着 调制峰峰值  $V_{pp}$ 的不断增加,标度因素 K 存在一个极大值,即陀螺的最佳灵敏度点,且对于不同的调制频率  $F_p$ ,到达最佳灵敏度点对应的调制峰峰值  $V_{pp}$ 不同,随着调制频率  $F_p$  的增加,到达最佳灵敏度点处所需的调制峰峰值  $V_{pp}$ 越小。图 4(b)为标度因数 K 与调制频率  $F_p$  的关系曲线,可见,标度因数 K 随着调制频率  $F_p$  的变化趋势与随着调制峰峰值  $V_{pp}$ 的变化趋势相同。计算可得,在陀螺最佳灵敏度点处,调制三角波的峰峰值  $V_{pp}$ 与频率  $F_p$  之间的乘积为一常数,如图 4(c)所示,即满足

$$V_{\rm pp}F_{\rm p}=C.$$
 (8)



图 4 (a)  $K 与 V_{pp}$ 关系曲线;(b)  $K 与 F_p$  关系曲线;(c)  $K 与 V_{pp}F_p$  关系曲线

Fig. 4 (a) Relationship between K and  $V_{pp}$ ; (b) relationship between K and  $F_p$ ; (c) relationship between K and  $V_{pp}F_p$ 

#### 3.2 调制波参数波动与标度因数误差

受三角波发生器、集成运放的性能以及外界环境 等因数的影响,调制三角波的波形参数会发生波动, 使其与设定值之间存在偏差,从而影响到陀螺的检测 精度。当调制三角波峰峰值波动  $\Delta v_{\rm pp}$ 时, $V_{\rm pp}$ 变为  $V'_{\rm pp}=V_{\rm pp}+\Delta v_{\rm pp}$ ,(1)式中  $f_{\rm fm}$ 也随之发生改变,则(2) 式中( $\Delta f \pm f_{\rm fm}$ )项变为( $\Delta f \pm f'_{\rm fm}$ )= $\left(\Delta f \pm \frac{\Delta v_{\rm pp}}{V_{\pi}}F_{\rm p}\right)\pm$  $f_{\rm fm}$ ;而当三角波频率波动  $\Delta f_{\rm p}$ 时, $F_{\rm p}$ 变为  $F'_{\rm p}=F_{\rm p}+$  $\Delta f_{\rm p}$ ,( $\Delta f \pm f_{\rm fm}$ )项变为( $\Delta f \pm f'_{\rm fm}$ )= $\left(\Delta f \pm \frac{V_{\rm pp}}{V_{\pi}}\Delta f_{\rm p}\right)\pm$  $f_{\rm fm}$ ,相 当于分别引入了额外频差 $\frac{\Delta v_{\rm pp}}{V_{\pi}}F_{\rm p}$ 和  $\frac{V_{\rm pp}}{V_{\pi}}\Delta f_{\rm p}^{[16]}$ ,导致检测到的陀螺转速存在误差。且由 图 3可知,陀螺检测的动态范围和非线性度也随之 发生改变。而由(8)式可知,三角波峰峰值与频率乘 积为一常数,即三角波峰峰值和频率波动相同百分 比时,对陀螺输出影响相同,故只对三角波峰峰值波

图 5 给出了调制三角波参数设定值满足最佳灵 敏度时,三角波峰峰值波动与标度因数变化的关系曲 线。从图 5 可知,当调制三角波峰峰值波动百分比较 小时,对标度因数影响很小;而随着峰峰值波动百分比较 小时,对标度因数会随着失真的变大而急剧下降。计 算得,当三角波峰峰值波动小于 1%时,标度因数偏 离最佳灵敏度点处的误差  $\Delta K$  为 0. 0178(°)/s<sup>-1</sup>,相 应的相对误差为  $\Delta K/K=0.0085\%$ ,而当三角波峰峰 值波动小于 5%时,标度因数偏离最佳灵敏度点处 的误差  $\Delta K$  为 0. 408(°)/s<sup>-1</sup>,相对误差为  $\Delta K/K=$ 0. 195%,为波动小于 1%时误差的 23 倍。



图 5 峰峰值失真与标度因数关系曲线 Fig. 5 Relationship between scale factor value and modulation amplitude distortion

由(3)式可知,解调曲线线性区斜率为近似线 性,当谐振频差  $\Delta f$  发生改变时,会引起该斜率 m 发 生微小变化,导致标度因数非线性,而调制三角波的 参数波动也会影响到标度因数的非线性度。图 6 给 出了调制三角波参数设定值满足最佳灵敏度时,调 制三角波峰峰值波动与标度因数非线性度的关系曲 线。图 6(a)为调制三角波峰峰值波动分别为 0%, 2%,6%时,调制标度因数非线性随  $\Delta f$  的变化关 系。可见,峰峰值正向波动使标度因数非线性度下降,即陀螺正向波动不会影响标度因数非线性度。 图 6(b)为调制三角波峰峰值波动分别为 0%, -2%,-6%时,调制标度因数非线性随 Δf 的变化 关系。可见反向波动不仅引起标度因数偏离其极大 值,也使标度因数非线性度进一步恶化。这与图 3 的解调曲线一致,即随着调制三角波峰峰值不断增 大,解调线性区斜率非线性度不断减小。





综上所述,调制参数波动对标度因数及其非线 性度都有影响。且系统对标度因数数值大小和标度 因数非线性度的要求相互矛盾,设计时需要保证合 适的调制参数及其波动范围,使标度因数数值大小 和标度因数非线性度都满足系统要求。计算可得, 当调制三角波参数满足最佳灵敏度时,为获得零偏 稳定性小于1(°)/s,标度因数非线性度小于1%的 陀螺输出,要求调制波形的频率和峰峰值波动都要 小于1.43%,且工作范围在-0.11~0.11 MHz。

### 4 实验结果与讨论

搭建如图 1 所示的 IORG 实验系统,包括中心 波长为 1550 nm、谱线宽度为 30 kHz 的分布反馈式 光纤激光器,腔长为 12.8 cm、清晰度为 58 的硅基 光波导谐振腔,LiNbO<sub>3</sub> 集成光学调制器以及信号 检测控制系统等。其中模拟三角波相位调制信号由 精密高频波形产生器产生,该芯片产生的波形波动 可以小于 0.75%,可以满足上述计算所需的调制三 角波的性能要求。根据上述计算可知,当相位调制 信号重复频率为 1 MHz 时,陀螺要工作在最佳灵敏 度点所需的调制信号幅值为 43.2 V。

综合考虑信号发生器和集成运算放大器性能以 及调制波形对陀螺标度因数的影响等,实验中采用 重复频率为1 MHz,峰峰值为20 V的三角波调制信



图 7 调制三角波信号

Fig. 7 Modulation triangle waveforms

号,图 7 给出了加在相位调制器 PM1 和 PM2 上的 模拟三角波相位调制信号,两调制信号频率相同幅 值相同相位相反,以达到抑制瑞利背向散射噪声的 目的<sup>[17]</sup>。

为了对调制波形性能进行评估,对陀螺输出结果 进行了测试。陀螺输出光信号经由光电探测器转换 成电压信号,经放大后由模数(AD)转换成数字信号, 再通过现场可编程门阵列(FPGA)滤波后由采集软件 采集输出,图 8(a)给出了转动角速度从(±100~ ±500)(°)/s 变化时的陀螺数字输出,图 8(b)为根 据图 8(a)的数字量得到的转动角速度与陀螺输出 之间的变化关系曲线,其非线性度为 0.96%。 图 8(c)给出了1 h的陀螺长期零偏稳定性测试结果 中 国 激 光

为 0.69(°)/s<1.00(°)/s(积分时间为 1 s)。因此,所使用的调制波形方案可以满足 IORG 的性能要求。



图 8 (a)陀螺模拟转速测试;(b)陀螺输出与转动角速度关系曲线;(c)陀螺静态测试结果 Fig. 8 (a) Rotation rate of gyro; (b) relationship between gyro output and rotation rate; (c) bias stability of the gyro when it is at rest

# 5 结 论

分析了基于模拟三角波相位调制的 IORG 调制 方案中调制三角波参数波动对陀螺输出的影响,包 括由此产生的陀螺标度因数及其非线性度的变化 等。仿真计算表明,为获得零偏稳定性小于1(°)/s、 非线性度小于1%的陀螺输出,要求调制三角波的 频率和峰峰值波动小于1.43%。实验采用波动小 于0.75%的精密高频波形产生器产生调制三角波, 得到1 h内为0.69(°)/s(积分时间为1 s)的陀螺零 偏稳定性和±500(°)/s的动态范围内为0.96%的 非线性度,从而验证了理论分析结果的正确性。为 谐振式集成光学陀螺检测系统的进一步优化设计提 供了依据。

#### 参考文献

- Hervé C. Lefèvre. The Fiber-Optic Gyroscope [M]. Zhang Guicai, Wang Wei Transl. Beijing: National Defence Industry Press, 2002. 172 Hervé C. Lefèvre. 光纤陀螺仪[M]. 张桂才, 王 魏译. 北京:
- 国防工业出版社, 2002. 172 2 K. Hotate. Future evolution of fiber optic gyros[J]. Opt. Rev.,
- 2 K. Hotate. Future evolution of fiber optic gyros [J]. Opt. Rev., 1997, 4:  $28 \sim 34$
- 3 N. Barbour, G. Schmidt. Inertial sensor technology trends[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2001, 1(4): 332~339
- 4 D. M. Shupe. Fiber resonator gyroscope: Sensitivity and thermal nonreciprocity[J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(2): 286~289
- 5 Lin Heng, Liu Huilan, Yang Dewei *et al.*. Technologies and development of MOEMS inertial sensors[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2005, **13**(2): 85~87
  林 恒,刘惠兰,杨德伟等. 微光机电(MOEMS)陀螺的技术及发展[J]. 中国惯性技术学报, 2005, **13**(2): 85~87
- 6 K. Hotate, M. Harumoto. Resonator fiber optic gyro using digital serrodynemodulation [J]. J. Lightwave Technol., 1997, 15(3), 466~473
- 7 Huilian Ma, Zuyuan He, K. Hotate. Reduction of backscattering induced noise by carrier suppression in waveguidetype optical ring resonator gyro[J]. J. Lightwave Technol., 2011, 29(1): 85~90
- 8 K. Hotate, K. Takiguchi, A. Hirose. Adjustment-free method

to eliminate the noise induced by the backscattering in an optical passive ring-resonator gyro[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1990,  $2(1): 75 \sim 77$ 

- 9 L. K. Strandjord, G. A. Sanders. Effect of imperfectserrodyne phase modulation in resonator fiber optic gyroscopes [J]. SPIE Fiber Optic and Laser Sensors, 1994, 2292: 272~282
- 10 Zhonghe Jin, Zhihuai Yang, Huilian Ma et al.. Open-loop experiments in a resonator fiber-optic gyro using digital trangle wave phase modulation [J]. IEEE Photon. Technol. Lett., 2007, 19(20): 1685~1687
- 11 Hong Lingfei, Zhang Chunxi, Feng Lishuang *et al.*. Bias-frequency-modulation used in resonator micro-optic gyro [J]. *Optical Technique*, 2011, **37**(5): 627~631
  洪灵菲,张春熹,冯丽爽等.谐振式微光学陀螺偏置频率调制技术研究[J]. 光学技术, 2011, **37**(5): 627~631
- 12 Feng Lishuang, Hong Lingfei, Du Zhefeng et al.. Research on the theory and experiment of double-frequency modulation for MOG[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2008, 21(2): 341~345
  冯丽爽,洪灵菲,杜哲峰等. 微光学陀螺双频率调制理论与实验 研究[J]. 传感技术学报, 2008, 21(2): 341~345
- 13 Hong Lingfei, Zhang Chunxi, Feng Lishuang *et al.*. Research on nonlinearity of phase modulation in resonator micro-optic gyro [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(11): 1105004 洪灵菲,张春熹,冯丽爽等. 谐振式微光学陀螺中相位调制非线 性研究[J]. 中国激光, 2011, **38**(11): 1105004
- 14 Hong Lingfei, Zhang Chunxi, Feng Lishuang et al.. Frequency tracking and locking methods in resonator mirco-optic gyro[J]. Chinese J. Lasers, 2011, 38(9): 0905003
  洪灵菲,张春熹,冯丽爽等.谐振式微光学陀螺频率跟踪与锁定技术研究[J].中国激光,2011,38(9): 0905003
- 15 Feng Xiang, Ma Yingjian, Yu Huaiyong *et al.*. Investigation on the modulation of the optimized sensitibity for the resonator optic gyroscope[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(4): 1064~1067
  冯 翔,马迎建,于怀勇等. 谐振式微光学陀螺最佳灵敏度调节的研究[J]. 中国激光, 2010, **37**(4): 1064~1067
- 16 Xu Yuxin, Zheng Guokang, Xia Junlei. Influence of modulation error on performance of resonator integrated optical gyro[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(2): 204~243 徐宇新,郑国康,夏军磊. 调制误差对谐振式集成光学陀螺性能 的影响[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(2): 204~243
- 17 Yu Huaiyong, Zhang Chunxi, Feng Lishuang *et al.*. Anlysis of rayleigh backscattering noise in micro-optical resonance gyroscope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 799~804
  于怀勇,张春熹,冯丽爽等. 硅基微光学谐振式陀螺瑞利背向散射噪声分析[J]. 光学学报,2009, **29**(3): 799~804