

基于圆形四象限光电探测器的条纹形状识别方法研究

周 浩¹ 王选择^{1,2} 翟中生^{1,2} 杨练根^{1,2} 刘文超^{1,2}

(¹ 湖北工业大学机械工程学院, 湖北 武汉 430068
² 湖北省现代制造质量工程重点实验室, 湖北 武汉 430068)

摘要 为了实现二维小角度的测量,采用压电陶瓷(PZT)驱动方式,获取运动的干涉条纹。利用数值积分法推导了理想干涉条纹下,条纹宽度、条纹方向角与光电探测器各象限信号相位的关系,解出了各象限相位等效点,并建立了激光光束夹角与条纹形状之间的模型。应用椭圆最小二乘拟合算法,实现了四象限探测器相位信息的有效提取,达到识别条纹宽度和方向角的目的。二维偏转角的测量实验结果表明,该方法能够满足对工作台角度偏转量等精密测量的要求,即使是在干涉条纹形状不规则、工作台运动频率不严格一致的环境下,对条纹形状的识别精度也很高,重复性好。

关键词 测量;四象限光电探测器;条纹形状识别;数值积分;最小二乘椭圆拟合

中图分类号 TH741 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.0708002

Research on Fringe Shape Recognition Methods Based on Circular Four-Quadrant Photoelectric Detector

Zhou Hao¹ Wang Xuanze^{1,2} Zhai Zhongsheng^{1,2} Yang Liangen^{1,2} Liu Wenchao^{1,2}

(¹ School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China)
(² Hubei Key Laboratory of Modern Manufacture Quality Engineering, Wuhan, Hubei 430068, China)

Abstract For realizing two-dimensional angle measurement, PZT driving method is used to get dynamic interference fringes. According to ideal interference fringes, the relationships of fringe width, orientation angle and each phase of four-quadrant photoelectric detector are deduced with the method of numerical integration, and the approximation points of each quadrant phase are obtained. Moreover, the model between laser beam angle and the fringe shape is established. Ellipse least squares fitting algorithm is used to extract phase information from four quadrants detector. Recognition of width and orientation angle of the fringe is realized. Experimental results of two-dimensional angle measurement indicate that the method meets the requirement of high precision angle measurement. Even with the irregular shape of interference fringes or an inconsistent movement frequency of the worktable, the method can still keep high accuracy and good repeatability.

Key words measurement; four-quadrant photoelectric detector; fringe shape recognition; numerical integration; ellipse least-squares fitting

OCIS codes 120.1680; 040.5160; 120.2650; 140.2020; 140.3300

1 引 言

通过对干涉条纹信号的处理,获取干涉条纹的

形状与相移信息,可得到被测量的位移和角度偏转量^[1]。该方法已被应用于对微小角度的精密测量

收稿日期: 2012-02-05; **收到修改稿日期**: 2012-03-30

基金项目: 国家自然科学基金(51175154, 51005072)、湖北省杰出青年人才基金(2010CDA088)、教育厅中青年项目(Q20101405, Q20101407)和湖北省科技厅项目(2010CDB03104)资助课题。

作者简介: 周 浩(1987—),男,硕士研究生,主要从事光电检测方面的研究。E-mail: z668182@126.com

导师简介: 王选择(1971—),男,博士,教授,主要从事精密测量、光电检测等方面的研究。

E-mail: wangxz@mail.hbut.edu.cn

中,尤其是在对工作台角偏、跳动量或导轨运动直线度等误差的测量以及微纳米测量与加工中具有重要的意义。

目前对条纹形状的识别主要采用 CCD 识别方法^[2,3],其主要思想是通过对静态干涉条纹的采集,采用模板匹配法和快速傅里叶变换(FFT)及滤波方法对条纹信息进行处理,以达到识别条纹形状的目的^[4]。但采用 CCD 识别对条纹本身要求较高,如需要条纹静止、形状清晰、数目多且周期性好,否则将极大地降低测量结果的精度。同时 CCD 响应速度慢,且容易受到背景光强及噪声影响,不适合动态测量。

本文在保证测量精度和分辨率的情况下,为了提高响应速度和放宽条纹形状的要求,采用对称四象限光电探测器识别干涉条纹的形状。对称四象限光电探测器有田字形和圆形之分^[5]。王淑珍等^[6]提出了一种 PIN 田字形四象限探测器接收条纹的空间布置法,推导了条纹形状与光电探测器正交差分信号幅值与相差的关系;黄强辉等^[7]则提出了采用圆形四象限探测器检测干涉条纹正交信号的新方法,给出了获取干涉条纹正交信号的条件参数。本文结合圆形四象限探测器对干涉条纹的接收特点,提出采用该探测器进行条纹形状测量的方法。较 CCD 的接收,四象限光电探测器具有对干涉条纹的要求低,并且在采集运动干涉条纹时获取信息量大、重复性高、适合动态测量等优点^[8,9]。

2 干涉条纹的四象限接收及形状的识别方法

2.1 四象限光电探测器空间布置方法

如图 1 所示,圆形四象限光电探测器置于干涉条纹阵列面上,其四个区域依次命名为 1、2、3、4。为了便于理论仿真,假设光电探测器中心与条纹光斑中心重合,条纹初始状态竖直不动[如图 1(a)所示],圆形光电探测器半径为 R ,条纹宽度为 d ,当干

涉条纹方向变化时,方向角 α 变化[如图 1(b)所示]。四个探测器理论上接收到频率与幅值相同、相位各不相同的光电信号。实际实验光斑为 $\phi 8$ mm,而圆形光电管为 $\phi 1$ mm,只需要光斑对准光电探测器即可,二者中心是否重合对实验结果没有影响。

一般干涉面上的光强信号表达为

$$g(x, y) = g_0(x, y) + b(x, y) \sin \left[\frac{2\pi x}{d} + r(x, y) \right], \quad (1)$$

式中 $g_0(x, y)$, $b(x, y)$, $r(x, y)$ 分别为含有噪声的背景光强、交流幅值与相位噪声。

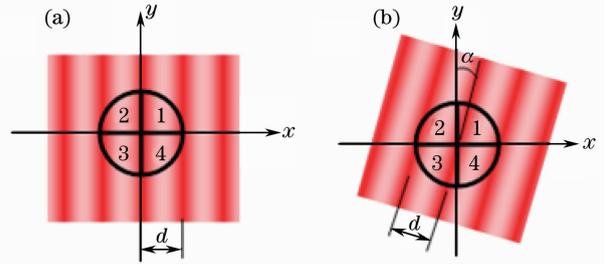


图 1 条纹坐标系及光电探测器布置法。(a) 条纹初始状态;(b) 方向角为 α 时的条纹状态

Fig. 1 Fringe coordinates system and photoelectric detector arrangement pattern. (a) Initial state of fringe; (b) fringe state with α angle

2.2 光电探测器各象限信号相位的理论推导与仿真分析

假设干涉条纹理想,即无光强噪声、无直流漂移;相位噪声 $r(x, y) = 0$;交流幅值 $b(x, y) = 1$;为了便于计算,假定条纹竖直不动,光电探测器旋转;此时光强信号表达式即为

$$g(x, y) = \sin \frac{2\pi x}{d}. \quad (2)$$

实验过程中,采用电路去噪及软件滤波等方法,可以减小直至忽略背景光强和相位噪声对激光光强信号的影响,从而符合理论仿真的要求。

这里对每个光电探测器运用极坐标形式进行光强积分,公式为

$$P_i(R, \alpha) = \int_0^{\frac{\pi}{2} + \alpha} \int_{\frac{\pi}{2} + \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \alpha} \rho \sin \frac{2\pi \rho \cos \theta}{d} d\theta d\rho = \int_{\frac{\pi}{2} + \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \alpha} \frac{d}{2\pi \cos \theta} \left[\frac{d \sin(2\pi R \cos \theta) / d}{2\pi \cos \theta} - R \cos \frac{2\pi R \cos \theta}{d} \right] d\theta, \quad (3)$$

式中 $i=1, 2, 3, 4$, 分别对应每个光电探测器。

由傅里叶积分变换的性质可知,其积分结果应仍满足正余弦规律,且其相位幅值及相位信息与探测器半径和方向角有关,可以假设为

$$P_i(R, \alpha) = A(R, \alpha) \sin[\varphi_i(R, \alpha)], \quad (4)$$

式中 $\varphi_i(R, \alpha)$ 对应光电探测器各象限的相位, $A(R, \alpha)$ 对应相位幅值。

显然,仅凭一个积分结果不能得出相位信息,其

相位幅值无法确定。为了获取积分信号的初相位信息,通过引进与上述干涉条纹正交的条纹信号,即假设光电探测器不动,条纹移动 90° ,得到一个新的干

涉条纹信号,再对新的干涉条纹信号进行区域面积分,就可以得到为

$$P'_i(R, \alpha) = \int_0^R \int_{\frac{\pi}{2}i+\alpha}^{\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{2}+\alpha} \rho \cos \frac{2\pi\rho \cos \theta}{d} d\theta d\rho = \int_{\frac{\pi}{2}i+\alpha}^{\frac{\pi}{2}i+\frac{\pi}{2}+\alpha} \frac{d}{2\pi \cos \theta} \left[\frac{d \cos(2\pi R \cos \theta)/d}{2\pi \cos \theta} + R \sin \frac{2\pi R \cos \theta}{d} - \frac{d}{2\pi R \cos \theta} \right] d\theta. \quad (5)$$

比较(4)式此时应有

$$P'_i(R, \alpha) = A(R, \alpha) \cos[\varphi_i(R, \alpha)]. \quad (6)$$

通过(4)式和(6)式,直接应用双参数反正切函数,可得到各象限的相位为

$$\varphi_i = \arctan 2(P_i, P'_i). \quad (7)$$

显然由(3)式与(5)式,利用初等函数积分,无法直接得到解析结果。为此,本文利用 Matlab 的数值积分

进行数值计算。

实验采用日本滨松公司型号为 S7379-01 的圆形四象限探测器,其直径为 $\phi 1$ mm 即光电探测器半径 $R=0.5$ mm。仿真得到各象限相位与条纹形状关系如图 2 所示:其中条纹的方向角设置变化范围 $\alpha \in (0, 2\pi)$ rad,变化步长 0.01 rad,条纹宽度 $d \in (0.5, 3)$ mm,变化步长 0.05 mm。

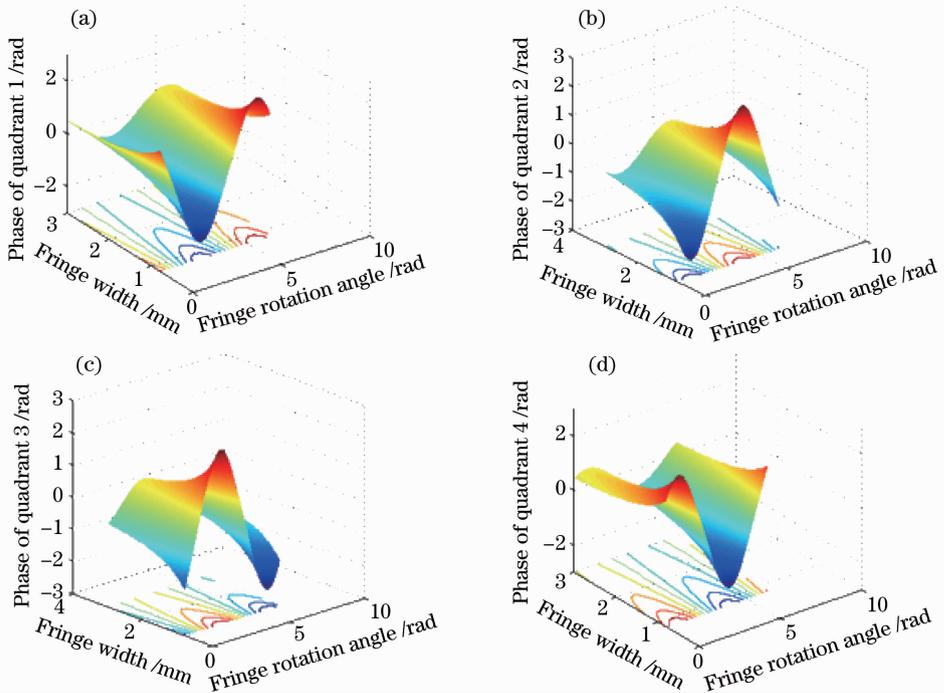


图 2 相差与条纹形状的关系。(a) 1 象限; (b) 2 象限; (c) 3 象限; (d) 4 象限

Fig. 2 Relation between phase difference and fringe shape. (a) Quadrant 1; (b) quadrant 2; (c) quadrant 3; (d) quadrant 4

从图中投影曲线可以看出:四个象限相位随条纹宽度和方向角的变化具有相似变化规律,只有相位差的区别。

2.3 相位差的数值计算与理论近似分析

根据 Matlab 数值积分求得的各象限相位,可进一步求解不同象限的相差,如表 1、表 2 所示,分别表示不同条纹宽度及方向角时,1-2 象限的水平相

差以及 1-4 象限的竖直相差。

结合相位差的数值计算结果,理论分析如下。当条纹宽度与方向一定时,由积分中值定理可知,探测器所接收条纹信号的相位必等效于其积分区域内某点的相位,假设 1、2 象限相位等效点的距离与 1、4 象限相位等效点的距离相等,且为 a ,将它们分别沿条纹宽度方向投影,可得相差

表 1 不同条纹方向和条纹宽度下的 1-2 象限的相差(单位:rad)

Table 1 Phase difference of 1-2 quadrants with different fringe angles and widths (unit: rad)

Fringe angle \ Fringe width	0°	30°	45°	60°	90°
0.8 mm	3.2142	2.8606	2.4071	1.7579	0
1.5 mm	1.7645	1.5373	1.2638	0.8998	0
3.0 mm	0.8878	0.7696	0.6293	0.4457	0

表 2 不同条纹方向和条纹宽度下的 1-4 象限的相差(单位:rad)

Table 2 Phase difference of 1-4 quadrants with different fringe angles and widths (unit: rad)

Fringe angle \ Fringe width	0°	30°	45°	60°	90°
0.8 mm	0	-1.7579	-2.4071	1.7579	-3.2142
1.5 mm	0	-0.8998	-1.2638	0.8998	-1.7645
3.0 mm	0	-0.4457	-0.6293	0.4457	-0.8878

$$\begin{cases} \varphi_x = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_4 - \varphi_3 = \frac{2a\pi\sin\alpha}{d} \\ \varphi_y = \varphi_3 - \varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_4 = \frac{2a\pi\cos\alpha}{d} \end{cases} \quad (8)$$

那么水平相差 φ_x 与竖直相差 φ_y 的合相差与相位等效点的距离的表达式为

$$\frac{a}{d}2\pi = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}. \quad (9)$$

显然,若 a/d 为常数,则合相差与条纹方向角无关。

Matlab 仿真计算表明,对于圆形四象限探测器,实质上相位等效点的间距不是一个常数,它随条纹宽度与方向而变化,计算结果如图 3 所示:相位等效间距 a 随条纹宽度与方向角而变化,且条纹宽度 d 越大,波动越小。

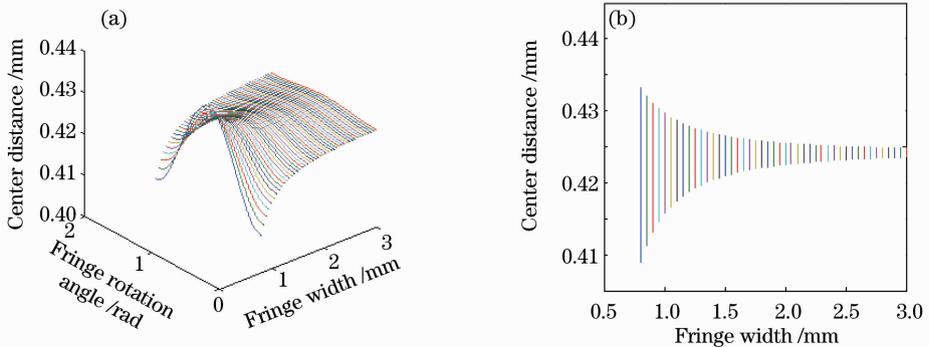


图 3 中心距与条纹形状的关系

Fig. 3 Relation between center distance and fringe shape

从图 3 可知,尽管相位等效距有微小波动,但是对称中心是一致的,大约 $a=0.424$ mm;此时对应的条纹方向角 $\alpha \in (0.425, 0.470)$ rad,在此范围内,相位等效间距最稳定,并且条纹宽度 d 越大越好。

相位等效间距对应的相差不能超过 π ,否则识别无效,即相位的识别需要满足 $a \leq d/2$ 。对于 $R=0.5$ mm 的光电探测器,对应的相位等效间距 $a=0.424$ mm。因此,水平和竖直相差对应的最小条纹宽度为 $d=0.848$ mm,而斜对角相位等效间距可近似为 $a'=\sqrt{2}a=0.6$ mm,对应的最小条纹宽度为 $d=1.2$ mm。

因此,(8)式可以作为相位差的理论近似计算公式,并取中间值 $a=0.424$ 作为相位差计算的等效间距。

2.4 相差的提取及条纹宽度和方向角的计算

条纹宽度和方向角的计算关键在于相位差的提取,其关系如(8)式所示。根据以上理论推导,光电探测器对光强的积分仍然是一个三角函数的信号,对两路信号相差的获取,当信号频率较稳定或变化平稳时[如图 4(a)所示],通过比较对应零点位置或波峰、波谷位置,根据其超前、滞后大小来计算相位差。如果频率变化很快时[如图 4(b)所示],该方法

存在很大计算误差,因此,本文提出采用椭圆最小二乘拟合的方法实现与频率变化无关的相位差计算,

具体算法思路如下。

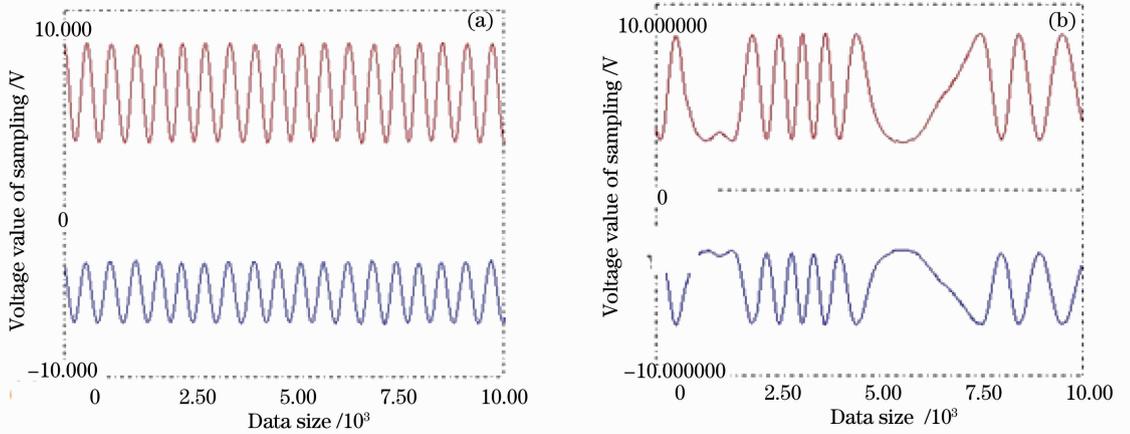


图4 1-2象限光强波形图。(a)频率稳定;(b)频率不稳

Fig. 4 1-2 quadrant light intensity waveform. (a) Frequency stability; (b) frequency instability

光电探测器1、2两象限信号分别为

$$\begin{cases} S_1 = x = k_1 \cos \phi + c_1 \\ S_2 = y = k_2 \cos(\phi + \varphi_{12}) + c_2 \end{cases} \quad (10)$$

以上参数方程实质为椭圆方程,其对应的直角坐标方程为

$$x^2 + a_0 xy + a_1 y^2 + a_2 x + a_3 y + a_4 = 0. \quad (11)$$

在最小二乘拟合椭圆方法解出坐标方程的基础上^[10],应用参数方程与坐标方程各参数之间的关

系,很容易得到相位差的拟合结果 φ_{12} 。

为了进一步提高条纹方向与宽度的识别精度,这里对四个象限两两组合的6组不同信号分别进行拟合,得到相位差 φ_{12} 、 φ_{14} 、 φ_{32} 、 φ_{34} 、 φ_{13} 、 φ_{24} 。结合(8)式,并充分运用6组相位差计算结果,将拟合后的相位值再进行拟合,就可以得出条纹方向角、宽度与相差的关系,拟合过程为

$$\begin{cases} \alpha = \arctan \frac{\varphi_{12} + \varphi_{34} + \varphi_{24} - \varphi_{13}}{\varphi_{14} + \varphi_{23} + \varphi_{24} + \varphi_{13}} \\ d = \frac{16\pi a}{(\varphi_{14} + \varphi_{23} + \varphi_{24} + \varphi_{13}) \cos \alpha + (\varphi_{12} + \varphi_{34} + \varphi_{24} - \varphi_{13}) \sin \alpha} \end{cases} \quad (12)$$

根据(12)式即可求出条纹宽度和条纹方向角的值。

3 实验结果及分析

为了验证理论的有效性,实验将圆形光电探测器对条纹形状的识别法应用于二维实验台对微小角度的测量中,测量干涉系统光路如图5所示。

准直半导体激光器发出的光经偏振分光镜分为两束,参考光束A经1/4波片,由 M_1 反射,再沿原路返回到偏振分光镜,透射后由四象限光电探测器接收;另一路光束B作为测量光束,经1/4波片,由 M_2 反射,再沿原路返回到偏振分光镜,反射后两路光束发生干涉,其干涉条纹由四象限光电探测器接收,经去噪、调零、软件滤波后,再用16位PCI高速采集卡(采样频率 $2.5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$)进行同步采集,获取模/数(A/D)转换信号。通过相位差的拟合,计算

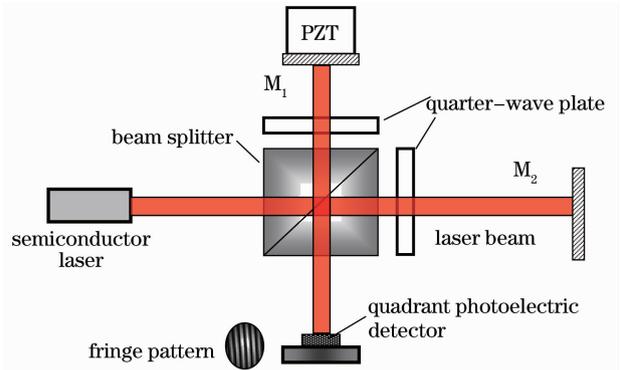


图5 激光干涉系统光路图

Fig. 5 Optical path of laser interferometer system
条纹方向角和宽度以及实际工作台偏摆角。

工作台偏转角与干涉条纹方向角、条纹宽度满足如下关系^[11]:

$$\begin{cases} \beta_x = \frac{\lambda \tan \alpha}{2d \sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} \\ \beta_y = \frac{\lambda}{2d \sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} \end{cases}, \quad (13)$$

式中 β_x, β_y 分别表示光束水平偏角和竖直偏角, λ 为西安华科公司生产的型号 DA635-2-3 半导体激光器的激光波长。

通过(13)式, 结合拟合求解的条纹宽度和方向角, 即可求出二维微小偏转角 β_x, β_y 。

图 6 是在实验过程中获取的一组干涉图样, 图 6(a)中的条纹较为弯曲, CCD 在处理的时候因为

是寻找相似像素点来识别条纹, 从而难以处理准确; 图 6(b)中, 在条纹较宽时 CCD 上显现的条纹信息太少, 也不好识别; 图 6(c)中的干涉条纹较密但间距不等, CCD 接收后仍然难以准确处理。实验时采用的四象限圆形探测器直径为 1 mm, 而光斑直径为 8 mm, 即光斑完全可以覆盖光电探测器。由以上理论推导及仿真可知, 该光电探测器所能识别的最小条纹宽度 $d=1.2$ mm, 因此只要满足要求的条纹都能够很准确地识别。

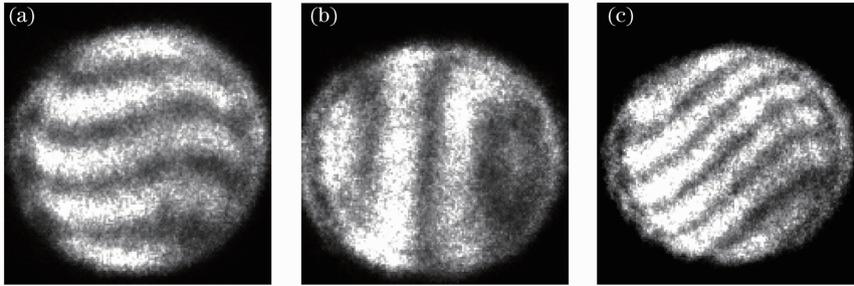


图 6 不同宽度和方向角下干涉条纹图样。(a) $d=3.214$ mm, $\alpha=15.612^\circ$; (b) $d=3.813$ mm, $\alpha=87.025^\circ$; (c) $d=2.238$ mm, $\alpha=50.146^\circ$

Fig. 6 Interference fringe patterns with different widths and rotation angles. (a) $d=3.214$ mm, $\alpha=15.612^\circ$; (b) $d=3.813$ mm, $\alpha=87.025^\circ$; (c) $d=2.238$ mm, $\alpha=50.146^\circ$

为了验证实验去噪、滤波措施对相位差提取精度的影响, 以 1、2 象限相差为例, 通过调整条纹方向角, 在 PZT 驱动的情况下, 对每一个方向角分别获取 100 组数据, 测得其均方差如表 3 所示。从表 1

可知, 相位差的波动量很小, 滤波效果很好, 相差识别精度较高, 满足二维小角度测量的要求。图 7 为 1、2 象限两路信号在不同相差时的李萨如图。

表 3 1-2 象限对应不同相差时的均方差

Table 3 Mean square error of 1-2 quadrants with different phase differences

	1	2	3	4	5	6
φ_{12}/rad	0.70641	1.22507	1.59751	2.13187	2.60588	3.05967
σ	0.00637	0.00397	0.00669	0.00557	0.00432	0.00648

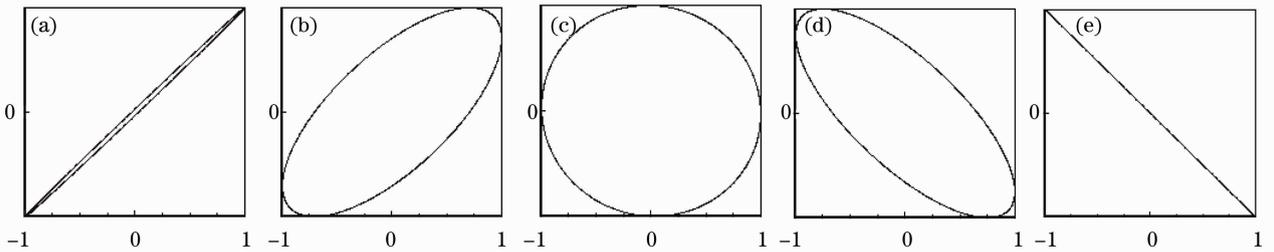


图 7 高速采集获取的李萨如图。(a) $\Delta\varphi=0.01\pi$; (b) $\Delta\varphi=0.25\pi$; (c) $\Delta\varphi=0.5\pi$; (d) $\Delta\varphi=0.75\pi$; (e) $\Delta\varphi=\pi$

Fig. 7 Some Lissajous figures of high-speed sampling. (a) $\Delta\varphi=0.01\pi$; (b) $\Delta\varphi=0.25\pi$; (c) $\Delta\varphi=0.5\pi$; (d) $\Delta\varphi=0.75\pi$; (e) $\Delta\varphi=\pi$

最后应用德国 MOLLER 公司 ELCOMAT 3000 双轴电子自准直仪,进行同步测量,对该方法进行了验证。应用软件 Visual C++6.0 编写程序,采集自准直仪测得的二维小角度值,并同时运用 PCI 高速采集卡对四象限光电探测器数据进行采集,利用上述方法进行分析后,就可以求解另一组二维小角度值。将两组角度值进行线性拟合,结果如图 8 所示。

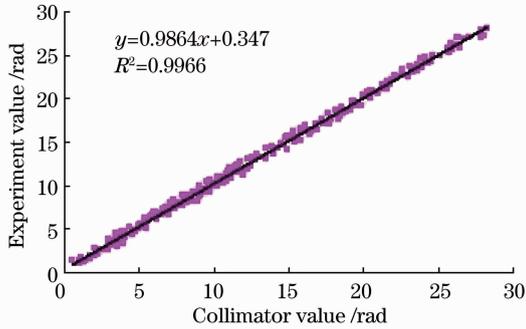


图 8 自准直仪值与实验值拟合曲线

Fig. 8 Fitting curve between the collimator value and the experimental value

从图 8 可知,二者线性程度很好,利用该方法对条纹形状的识别具有与 ELCOMAT3000 双轴电子自准直仪同等级别的精度 $0.1''$ 。

4 结 论

通过建模和仿真建立了圆形四象限光电探测器积分相差的计算方法,利用数值积分法推导了理想干涉条纹下,条纹宽度 d 和条纹方向角 α 与光电探测器各象限信号相差的关系。以椭圆最小二乘拟合的算法有效地提取四象限的相位信息。即使是在干涉条纹形状不规则、工作台运动频率不严格一致的环境下,对条纹形状的识别精度也高,重复性好。通过对工作台二维偏转角的实验测量,验证了该方法是可行的,并且具有与 ELCOMAT3000 双轴电子自准直仪同等级别的精度。四象限光电探测器本身对称性好,参数一致,能有效抵制背景光强的影响和四象限探测器共模噪声的影响,而且对条纹宽度的识别范围大。本文提出的四象限光电探测器对条纹

形状的识别方法,对微小角度测量具有重要的意义。

参 考 文 献

- 1 Yuan Qun, Gao Zhishan, Li Jianxin *et al.*. Phase extraction algorithms of multi-beam interference based on $\pi/4$ phase-shifting averaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112004
- 2 Z. Wang, P. J. Bryanston-Cross, D. J. Whitehouse. Phase difference determination by fringe pattern matching[J]. *Opt. Laser Technol.*, 1996, **28**(6): 417~422
- 3 Daodang Wang, Yongying Yang, Dong Liu *et al.*. High-precision technique for in-situ testing of the PZT scanner based on fringe analysis[J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(16): 3115~3121
- 4 Zongtao Ge, Mitsuo Takeda. High-resolution two-dimensional angle measurement technique based on fringe analysis[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(34): 6859~6868
- 5 Zhang Zhaoyun, Gao Yang, Zhao Xinghai *et al.*. FFT phase detection method for self-mixing laser diode micro-displacement measurement [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(7): 071201
- 6 Wang Shuzhen, Xie Tiebang, Chang Suping *et al.*. Study on four-quadrant optoelectronic detector in surface topography measurement[J]. *China Mechanical Engineering*, 2008, **19**(19): 2348~2351
- 7 Huang Qianghui, Cao Yiping. New method for detecting orthogonal signals of laser interference fringes using four-quadrant detector [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(5): 1166~1170
- 8 Huang Lu, Guo Honglian, Qu E *et al.*. Method for displacement calibration of four-quadrant photodetector in optical tweezers system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(10): 1004001
- 9 C. J. Tay, C. Quan, F. J. Yang *et al.*. A new method for phase extraction from a single fringe pattern[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **239**(4-5): 251~258
- 10 Wang Xuanze, Zhao Xinze, Xie Tiebang. Research on direct digital process of inductance sensor [J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2005, **26**(12): 1248~1253
- 11 Wang Xuanze, Cao Hongduan, Zhai Zhongsheng. Measurement of two-dimensional small angles based on interference fringes[C]. 2nd International Congress on Image and Signal Processing, 2009

栏目编辑:何卓铭