

单光子和双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子间纠缠突然死亡的研究

廖庆洪¹ 刘 晔¹ 贾书磊²

(¹南昌大学电子信息工程系, 江西 南昌 330031)

²南昌大学护理系, 江西 南昌 330031

摘要 通过计算并发度和线性熵研究了单光子和双光子 Jaynes-Cummings 模型中两原子系统的纠缠随时间的演化特性, 分析了原子初始纠缠度和不同腔场初态对并发度的影响。结果表明, 当腔场初始处于 $|11\rangle$ 态时, 两原子之间的纠缠出现突然死亡现象, 纠缠死亡的持续时间依赖于原子初始纠缠度; 并且发现两原子和腔场之间在整个时间演化过程中一直保持着纠缠状态。

关键词 量子光学; 纠缠; 并发度; 纠缠突然死亡; 量子通信

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.0618001

Study of Entanglement Sudden Death Between Two Atoms in the One-Photon and Two-Photon Jaynes-Cummings Models

Liao Qinghong¹ Liu Ye¹ Jia Shulei²

(¹Department of Electronic Information Engineering, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China)

²Nursing College, Nanchang University, Nanchang, Jiangxi 330031, China

Abstract The entanglement dynamics of two atoms in the one-photon and two-photon Jaynes-Cummings models are studied by employing the concurrence and linear entropy. The effect of the initial entanglement degree of two atoms and the initial state of the cavity field on the time evolution of concurrence is analyzed. The results show that the phenomenon of sudden death of entanglement between two atoms happens when the field is initially in the state $|11\rangle$. The length of the death time interval is dependent on the initial entanglement degree of two atoms. Moreover, it is found that the atom and the field are entangled in the overall time evolution process.

Key words quantum optics; entanglement; concurrence; sudden death of entanglement; quantum communication

OCIS codes 270.5565; 270.5585; 020.5580

1 引 言

在量子信息领域中, 量子纠缠作为一种物理资源, 在量子隐形传态、量子密集编码、纠缠交换和量子计算等各方面起着重要作用^[1]。纠缠时间长和关联度高的量子纠缠态在大范围量子网络工作和量子中继站的应用中起着重要作用。但在实际应用中, 原子体系不可避免地与周围环境发生相互作用, 从而减弱甚至消除体系的纠缠。Yu 等^[2]在 2004 年发现在自发辐射环境的影响下非局域解纠缠时间比局域退相干时间要短, 并且用并发度表征的两原子之

间的纠缠会在有限的时间内完全消失, 即纠缠突然死亡(ESD)。接着该组继续研究了空间上分离的两个独立 Jaynes-Cummings(J-C)模型中原子之间的纠缠动力学特性^[3], 发现处于特定条件下的两原子之间的纠缠也可以出现突然死亡现象, 并且纠缠死亡的持续时间依赖于两原子的初始纠缠度, 两原子的初始纠缠度越小, 纠缠死亡时间越长。Ficek 等^[4]发现两原子之间的纠缠不但会出现突然死亡, 并且一段时间之后纠缠还会复苏; 而对于初始解纠缠的两原子, 通过自发辐射, 在经过一段时间之后会发生

收稿日期: 2012-01-11; 收到修改稿日期: 2012-02-13

基金项目: 国家自然科学基金(61141007)和江西省教育厅科技项目(GJJ11339, GJJ12137)资助课题。

作者简介: 廖庆洪(1982—), 男, 博士, 讲师, 主要从事量子光学和量子信息等方面的研究。E-mail: nculqh@163.com

纠缠,即纠缠突然产生(ESB)现象^[5]。Huang等^[6]研究了两比特系统在振幅阻尼和相位阻尼环境作用下发生ESD的充要条件。Li等^[7]发现两原子之间的纠缠死亡的持续时间与两原子初始纠缠度无关。文献[8]发现除了在真空库外,两原子之间ESD现象不管在热库还是压缩库总是能够发生。A1-Qasimi等^[9]发现只要热库处于有限温度的情况下,体系的ESD现象总是会发生。Yan等^[10]发现不管场的统计性质如何,两原子之间的ESD现象总是可以发生。2010年Chotorlishvili等^[11]发现两个原子初始处于不同的贝尔态时,斯塔克位移对ESD的影响是不一样的,并且给出了斯塔克位移值和ESD之间的关系。韩美等^[12~16]对经典驱动Tavis-Cummings模型、开放多体系统以及耦合腔等系统中的纠缠特性进行了深入的研究。近年来,人们对许多其他的不同系统中的ESD现象进行了研究,例如囚禁离子系统^[17]、量子点系统^[18]、超导约瑟夫森结系统^[19]、海森堡自旋链系统^[20]、Yang-Baxter系统^[21]等。文献[22]利用全光学设备在实验上证实了两比特系统在独立环境影响下的ESD现象。

本文在文献[3]的基础上,研究单光子和双光子J-C模型中两原子之间纠缠随时间的演化特性,讨论原子初始纠缠度和不同腔场初态对两原子之间纠缠的影响。结果表明,两腔场初始都处于单光子态时,两原子之间的纠缠出现突然死亡现象,纠缠死亡的持续时间依赖于原子初始纠缠度,并且发现两原子和腔场之间在整个的时间演化过程中一直保持着纠缠状态。

2 物理模型与理论推导

考虑一个单光子J-C模型原子 A_1 和一个双光子J-C模型原子 A_2 分别与腔场A和B相互作用的理论模型,假设原子和场之间是通过共振发生相互作用的,如图1所示,相比于Yönaç等^[3]研究的双单光子J-C模型,该模型的不同点是原子 A_2 与腔场B是通过双光子过程发生非线性相互作用的。

在旋波近似下,在相互作用绘景中,假设两原子

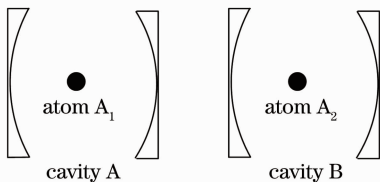


图1 物理模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the physical model

和场的耦合强度相等,两原子 A_1, A_2 和场构成的系统的哈密顿量表达式为

$$H_I = g(a\sigma_+^1 + a^+ \sigma_-^1) + g(b^2 \sigma_+^2 + b^{+2} \sigma_-^2), \quad (\hbar = 1) \quad (1)$$

式中 $\sigma_+^i = |e_i\rangle\langle g_i|$ 和 $\sigma_-^i = |g_i\rangle\langle e_i|$ 为原子 $i(i=1, 2)$ 的上升和下降算符, a^+ (b^+)和 a (b)为腔场A(B)的产生和湮灭算符, g 为原子和场的耦合强度。

考虑第一种情况,假设原子初始处于纠缠态

$$|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos\alpha |e_1 g_2\rangle + \sin\alpha |g_1 e_2\rangle, \quad (2)$$

腔场A和B初始分别处于数态 $|n_1\rangle$ 和 $|n_2\rangle$,则系统初始时刻的态矢量为

$$|\psi(0)\rangle_{A_1 A_2 f} = \cos\alpha |e_1 g_2 n_1 n_2\rangle + \sin\alpha |g_1 e_2 n_1 n_2\rangle. \quad (3)$$

在 $t>0$ 的任意时刻,由于原子和场的相互作用,系统的态矢量演变为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f} = & M_1 |e_1 g_2 n_1 n_2\rangle + \\ & M_2 |g_1 e_2 n_1 n_2\rangle + M_3 |g_1 g_2 n_1 + n_2\rangle + \\ & M_4 |e_1 e_2 n_1 - n_2\rangle + M_5 |e_1 e_2 n_1 n_2 - 2\rangle + \\ & M_6 |g_1 g_2 n_1 n_2 + 2\rangle + M_7 |g_1 e_2 n_1 + n_2 - 2\rangle + \\ & M_8 |e_1 g_2 n_1 - n_2 + 2\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

在相互作用绘景中,系统任意时刻态矢量 $|\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}$ 所满足的薛定谔方程为

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f} = H_I |\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}, \quad (5)$$

将(4)式代入(5)式,得到

$$iM'_1 = g \sqrt{n_1 + 1} M_3 + g \sqrt{n_2(n_2 - 1)} M_5, \quad (6)$$

$$iM'_2 = g \sqrt{n_1} M_4 + g \sqrt{(n_2 + 2)(n_2 + 1)} M_6, \quad (7)$$

$$iM'_3 = g \sqrt{n_1 + 1} M_1 + g \sqrt{n_2(n_2 - 1)} M_7, \quad (8)$$

$$iM'_4 = g \sqrt{n_1} M_2 + g \sqrt{(n_2 + 2)(n_2 + 1)} M_8, \quad (9)$$

$$iM'_5 = g \sqrt{n_1 + 1} M_7 + g \sqrt{n_2(n_2 - 1)} M_1, \quad (10)$$

$$iM'_6 = g \sqrt{n_1} M_8 + g \sqrt{(n_2 + 2)(n_2 + 1)} M_2, \quad (11)$$

$$iM'_7 = g \sqrt{n_1 + 1} M_5 + g \sqrt{n_2(n_2 - 1)} M_3, \quad (12)$$

$$iM'_8 = g \sqrt{n_1} M_6 + g \sqrt{(n_2 + 2)(n_2 + 1)} M_4, \quad (13)$$

当腔场A和B初始处于 $|00\rangle$ 时,求(6)~(13)式,可以得到 $M_1 = \cos\alpha \cos(gt)$, $M_2 = \sin\alpha \cos(\sqrt{2}gt)$, $M_3 = -i \cos\alpha \sin(gt)$, $M_6 = -i \sin\alpha \sin(\sqrt{2}gt)$, $M_4 = M_5 = M_7 = M_8 = 0$ 。则系统任意时刻的态矢量为

$$|\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}^I = M_1 |e_1 g_2 00\rangle + M_2 |g_1 e_2 00\rangle + M_3 |g_1 g_2 10\rangle + M_6 |g_1 g_2 02\rangle. \quad (14)$$

系统的密度矩阵为 $\rho_{A_1 A_2 f}^I(t) = |\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}^I \langle\psi(t)|_{A_1 A_2 f}^I$,由于只讨论两个原子 A_1 和 A_2 纠缠,则

要求对场自由度进行取迹,得到两个原子 A_1 和 A_2 的约化密度矩阵 $\rho_{A_1 A_2}^l(t)$,从而得到两个原子 A_1 和 A_2 的纠缠信息。在标准基 $|e_1 e_2\rangle, |e_1 g_2\rangle, |g_1 e_2\rangle$ 和 $|g_1 g_2\rangle$ 下,两个原子 A_1 和 A_2 的约化密度矩阵具有表达式

$$\rho_{A_1 A_2}^l(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & 0 \\ 0 & \rho_{32}(t) & \rho_{33}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

式中密度矩阵元 $\rho_{22}(t) = M_1 M_1^*, \rho_{23}(t) = M_1 M_2^*, \rho_{32}(t) = M_2 M_1^*, \rho_{33}(t) = M_2 M_2^*, \rho_{44}(t) = M_3 M_3^* + M_6 M_6^*$ 。

利用 Wootters^[23] 在 1998 年提出的并发度来度量两原子之间的纠缠,并发度的定义为

$$C(t) = \max[0, \lambda_1(t) - \lambda_2(t) - \lambda_3(t) - \lambda_4(t)], \quad (16)$$

式中 $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t)$ 是算符 $[\sqrt{\rho} \bar{\rho} \sqrt{\rho}]^{1/2}$ 的本征值的降序排列, $\bar{\rho}$ 是 ρ 的时间反演矩阵,表达式为

$$\bar{\rho} = \sigma_y \otimes \sigma_y \rho^* \sigma_y \otimes \sigma_y, \quad (17)$$

式中 $*$ 表示取复共轭。并发度 C 的取值范围为 $0 \leq C \leq 1$, 其中 $C = 0$ 说明两个原子是解纠缠的, $C = 1$ 说明两个原子处于最大纠缠态。对于密度矩阵(15)式描述的两个原子系统,并发度有一个简单的解析表达式^[24]

$$C(t) = 2 |\rho_{23}(t)| = |\sin(2\alpha) \cos(gt) \cos(\sqrt{2}gt)|, \quad (18)$$

考虑当腔场 A 和 B 初始处于 $|11\rangle$ 时,求(6)~(13)式可以得到 $M_1 = \cos \alpha \cos(\sqrt{2}gt), M_2 = \sin \alpha \cos(gt) \cos(\sqrt{6}gt), M_3 = -i \cos \alpha \sin(\sqrt{2}gt), M_4 = -i \sin \alpha \sin(gt) \cos(\sqrt{6}gt), M_5 = M_7 = 0, M_6 = -i \sin \alpha \cos(gt) \sin(\sqrt{6}gt), M_8 = -\sin \alpha \sin(gt) \sin(\sqrt{6}gt)$ 。则系统任意时刻的态矢量为

$$|\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}^2 = M_1 |e_1 g_2 11\rangle + M_2 |g_1 e_2 11\rangle + M_3 |g_1 g_2 21\rangle + M_4 |e_1 e_2 01\rangle + M_6 |g_1 g_2 13\rangle + M_8 |e_1 g_2 03\rangle. \quad (19)$$

使用相同的计算过程可以得到两个原子 A_1 和 A_2 的约化密度矩阵为

$$\rho_{A_1 A_2}^2(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & 0 \\ 0 & \rho_{32}(t) & \rho_{33}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

式中密度矩阵元 $\rho_{11}(t) = M_1 M_1^*, \rho_{22}(t) = M_1 M_1^* + M_8 M_8^*, \rho_{23}(t) = M_1 M_2^*, \rho_{32}(t) = M_2 M_1^*, \rho_{33}(t) = M_2 M_2^*, \rho_{44}(t) = M_3 M_3^* + M_6 M_6^*$ 。

可以得到两个原子 A_1 和 A_2 的并发度为

$$C(t) = \max[0, C_1(t)], \quad (21)$$

式中

$$C_1(t) = 2 |\rho_{23}| - 2 \sqrt{\rho_{11} \rho_{44}} = |\sin(2\alpha) \cos(gt) \cos(\sqrt{2}gt) \cos(\sqrt{6}gt)| - 2 \sqrt{\cos^2 \alpha \cos^2(\sqrt{2}gt) [\cos^2 \alpha \sin^2(\sqrt{2}gt) + \sin^2 \alpha \cos^2(gt) \sin^2(\sqrt{6}gt)]}. \quad (22)$$

考虑第二种情况,假设原子初始处于纠缠态

$$|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |e_1 e_2\rangle + \sin \alpha |g_1 g_2\rangle, \quad (23)$$

当腔场 A 和 B 初始处于 $|00\rangle$ 时,使用和第一种情况相同的计算方法和过程,可以得到系统任意时刻的态矢量为

$$|\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}^3 = M_1 |e_1 e_2 00\rangle + M_2 |g_1 g_2 00\rangle + M_3 |g_1 e_2 10\rangle + M_4 |e_1 g_2 02\rangle + M_5 |g_1 g_2 12\rangle. \quad (24)$$

式中 $M_1 = \cos \alpha \cos(gt) \cos(\sqrt{2}gt), M_2 = \sin \alpha, M_3 = -i \cos \alpha \sin(gt) \cos(\sqrt{2}gt), M_4 = -i \cos \alpha \cos(gt) \sin(\sqrt{2}gt), M_5 = -\cos \alpha \sin(gt) \sin(\sqrt{2}gt)$ 。

两个原子 A_1 和 A_2 的并发度为

$$C(t) = \max\left[0, |\sin(2\alpha) \cos(\sqrt{2}gt) \cos(gt)| - \frac{1}{2} \cos^2 \alpha |\sin(2\sqrt{2}gt) \sin(2gt)|\right], \quad (25)$$

当腔场 A 和 B 初始处于 $|11\rangle$ 时,系统任意时刻的态矢量为

$$|\psi(t)\rangle_{A_1 A_2 f}^4 = M_1 |e_1 e_2 11\rangle + M_2 |g_1 g_2 11\rangle + M_3 |g_1 e_2 21\rangle + M_4 |e_1 g_2 01\rangle + M_5 |e_1 g_2 13\rangle + M_6 |g_1 g_2 23\rangle. \quad (26)$$

式中

式中 $M_1 = \frac{1}{4} \cos \alpha \exp(-2i\sqrt{6}gt) \{ \exp(2i\sqrt{14-3\sqrt{3}}gt) + \exp[i(-\sqrt{2}+\sqrt{6})gt] + \exp(2i\sqrt{2+\sqrt{3}}gt) + \exp[i(\sqrt{2}+3\sqrt{6})gt] \}$, $M_2 = \sin \alpha \cos(gt)$, $M_4 = -i \sin \alpha \sin(gt)$, $M_3 = \frac{1}{4} \cos \alpha \exp(-2i\sqrt{6}gt) \{ \exp(2i\sqrt{14-3\sqrt{3}}gt) + \exp[i(-\sqrt{2}+\sqrt{6})gt] - \exp(2i\sqrt{2+\sqrt{3}}gt) - \exp[i(\sqrt{2}+3\sqrt{6})gt] \}$, $M_5 = \frac{1}{4} \cos \alpha \exp(-2i\sqrt{6}gt) \{ -\exp(2i\sqrt{14-3\sqrt{3}}gt) + \exp[i(-\sqrt{2}+\sqrt{6})gt] + \exp(2i\sqrt{2+\sqrt{3}}gt) - \exp[i(\sqrt{2}+3\sqrt{6})gt] \}$, $M_6 = \frac{1}{4} \cos \alpha \exp(-2i\sqrt{6}gt) \{ -\exp(2i\sqrt{14-3\sqrt{3}}gt) + \exp[i(-\sqrt{2}+\sqrt{6})gt] - \exp(2i\sqrt{2+\sqrt{3}}gt) + \exp[i(\sqrt{2}+3\sqrt{6})gt] \}$.

两个原子 A_1 和 A_2 约化密度矩阵的非零密度矩阵元为 $\rho_{11}(t) = M_1 M_1^*$, $\rho_{14}(t) = M_1 M_2^*$, $\rho_{22}(t) = M_4 M_4^* + M_5 M_5^*$, $\rho_{33}(t) = M_3 M_3^*$, $\rho_{44}(t) = M_2 M_2^* + M_6 M_6^*$.

则两个原子 A_1 和 A_2 的并发度为

$$C(t) = 2 \max(0, |\rho_{14}| - \sqrt{\rho_{22}\rho_{33}}). \quad (27)$$

利用线性熵来度量两原子 A_1, A_2 和场 f 之间的纠缠,可以得到两原子 A_1 和 A_2 的线性熵为^[25-27]

$$S(t) = 1 - \text{Tr}[\rho_{A_2 A_3}^2(t)] = 1 - [\rho_{11}^2(t) + \rho_{22}^2(t) + \rho_{33}^2(t) + \rho_{44}^2(t) + 2\rho_{14}(t)\rho_{41}(t)], \quad (28)$$

式中线性熵 $S(t)$ 的取值范围为 $0 \leq S(t) \leq 0.75$, $S=0$ 对应为解纠缠, $S=0.75$ 对应为最大纠缠。

3 结果与讨论

基于(18)式,图2给出了原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$, 场初始处于 $|00\rangle$ 态时,并发度随时间的演化规律。由图2可知,两原子之间纠缠随时间的演化没有出现突然死亡现象。然而腔场初始都处于单光子态时候,并发度随时间的演化表现出不一样的规律,利用(22)式,图3展示了场初始处于 $|11\rangle$ 态时,并发度随时间演化的动力学特性。由图3可知,两原子之间的纠缠可以突然减小到零,并且在纠缠复苏之前纠缠为零的值可以

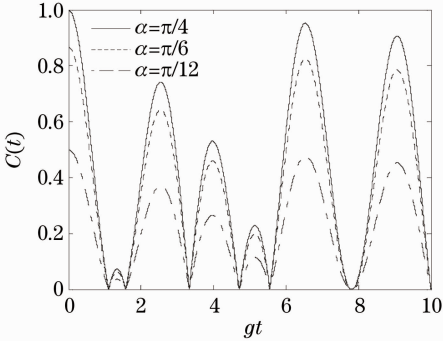


图2 腔场初始处于 $|00\rangle$ 态,原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$ 时,并发度随时间的演化
Fig.2 Time evolution of the concurrence with the initial field state $|00\rangle$ and the atomic state $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$

保持一段有限时间,发生纠缠死亡现象的主要原因是由于原子和腔场相互作用,原子和腔场之间信息和能量不断地交换和转移,从而导致两原子之间的纠缠转移到腔场^[28]。随着相互作用时间的推移,并发度出现大于零的值,即两原子之间发生了ESB。当相互作用继续进行,ESD和ESB现象交替出现。并且对比图3插图中的实线和点线发现两原子之间纠缠死亡持续的时间长度依赖于原子初始的纠缠度,原子初始纠缠度越小,两原子之间第一次发生纠缠死亡持续的时间长度越短。

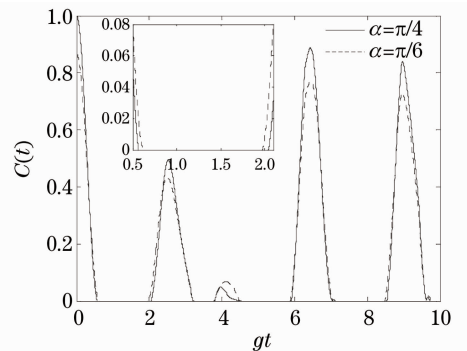


图3 腔场初始处于 $|11\rangle$ 态,原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$ 时,并发度随时间的演化
Fig.3 Time evolution of the concurrence with the initial field state $|11\rangle$ and the atomic state $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$

利用(25)式和(27)式,可以得出原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |ee\rangle + \sin \alpha |gg\rangle$, 场初始处于 $|00\rangle$ 态和 $|11\rangle$ 态时,两原子之间纠缠随时间的演化规律,

分别如图 4 和 5 所示。由图 4 可知,当场初始处于 $|00\rangle$ 态,原子处于非最大纠缠态时,两原子之间纠缠出现突然死亡现象,纠缠死亡持续时间依赖于原子初始纠缠度,原子初始纠缠度越小,纠缠死亡持续时间越长,这个结果与 Yönaç 等^[3]研究的双单光子 J-C 模型中 ESD 性质类似。由图 5 可知,腔场初始处于 $|11\rangle$ 态时,不管原子初始纠缠度如何,两原子之间 ESD 现象总是可以发生。

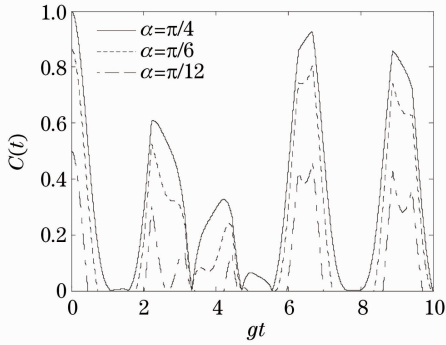


图 4 腔场初始处于 $|00\rangle$ 态,原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |ee\rangle + \sin \alpha |gg\rangle$ 时,并发度随时间的演化

Fig. 4 Time evolution of the concurrence with the initial field state $|00\rangle$ and the atomic state $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |ee\rangle + \sin \alpha |gg\rangle$

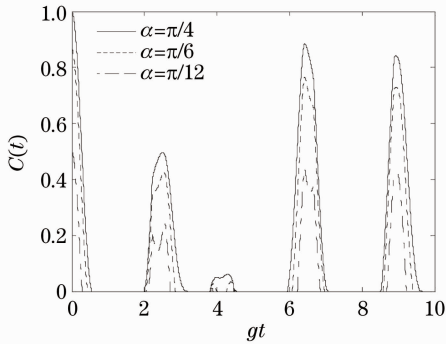


图 5 腔场初始处于 $|11\rangle$ 态,原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |ee\rangle + \sin \alpha |gg\rangle$ 时,并发度随时间的演化

Fig. 5 Time evolution of the concurrence with the initial field state $|11\rangle$ and the atomic state $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |ee\rangle + \sin \alpha |gg\rangle$

基于(28)式,图 6 给出了原子初始处于最大纠缠态 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ee\rangle + |gg\rangle)$,腔场初始处于

$|11\rangle$ 态时,两原子 A_1 和 A_2 的线性熵随时间的演化特性。两原子 A_1 和 A_2 的线性熵随时间的演化规律反映了两原子 A_1, A_2 子系统和腔场 f 子系统之间纠缠的时间演化特性。由图 6 可知,线性熵随着时间的演化立刻就出现大于零的值,也就是说当原子和腔场一旦开始发生相互作用,场和原子间能量

就发生交换,两子系统之间立即就产生纠缠,当相互作用继续进行,线性熵渐渐地达到局部最大值,此时两原子 A_1, A_2 子系统和腔场 f 子系统之间呈现强纠缠特性。随着相互作用的继续进行,两原子 A_1 和 A_2 的线性熵随时间的演化呈现振荡行为,并且由图 6 可知,两原子 A_1 和 A_2 的线性熵在整个时间演化过程中都是大于零,也就是说两原子 A_1, A_2 子系统和腔场 f 子系统之间在时间的演化过程中一直保持着纠缠状态。该结果对原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$,腔场初始处于 $|00\rangle$ 态和 $|11\rangle$ 态时同样适用。

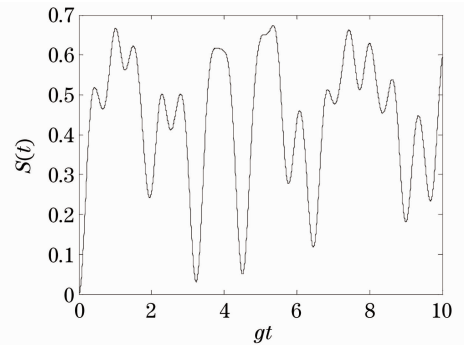


图 6 原子初始处于最大纠缠态 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ee\rangle + |gg\rangle)$,腔场初始处于 $|11\rangle$ 态时,线性熵随时间的演化

Fig. 6 Time evolution of the linear entropy with the atomic state $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|ee\rangle + |gg\rangle)$ and the initial field state $|11\rangle$

最后给出该方案在实验上实现的可行性分析与讨论,文献[29]在实验上依次让两个原子陆续地通过一个高 Q 值的超导微波腔制备了两原子的 EPR 态。而文献[30]研究了在实验上制备可以任意操控的两量子比特的纠缠态方案。腔量子电动力学实验上^[31]已经显示原子和场的有效相互作用时间长度可以从 100 ns 变化到 100 μ s,并且,实验上里得伯格原子的寿命和高 Q 值超导腔的寿命可以远远大于原子和场的相互作用时间,因此可以为该方案利用里得伯格原子和高 Q 值微波超导腔在实验上具备可行性。

4 结 论

利用并发度和线性熵作为纠缠度量研究了空间上独立的分别处于单光子和双光子 J-C 模型中两原子系统的纠缠动力学性质,其中原子 A_1 与腔场 A 通过单光子跃迁发生相互作用,而原子 A_2 与腔场 B 通过双光子跃迁发生非线性相互作用,讨论了原子初始

纠缠度和不同腔场初态对并发度的影响。结果表明,当原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |eg\rangle + \sin \alpha |ge\rangle$,腔场处于 $|00\rangle$ 态时,两原子之间的纠缠不会出现突然死亡现象,然而当腔场初始处于 $|11\rangle$ 态时,两原子之间的纠缠出现突然死亡现象,纠缠死亡的持续时间依赖于原子初始的纠缠度,原子初始纠缠度越小,纠缠死亡的持续时间越短;当原子初始处于 $|\psi(0)\rangle_{\text{atom}} = \cos \alpha |ee\rangle + \sin \alpha |gg\rangle$,不管腔场初始处于 $|00\rangle$ 态或 $|11\rangle$ 态时,两原子之间的纠缠出现突然死亡现象,纠缠死亡的持续时间依赖于原子初始纠缠度,原子初始纠缠度越小,纠缠死亡的持续时间越长。并且发现两原子 A_1, A_2 子系统和腔场 f 子系统之间在整个的时间演化过程中一直保持着纠缠状态。研究结果为量子纠缠的操控以及远程量子通信等领域的研究提供一定的参考。

参 考 文 献

- 1 M. A. Nielsen, I. L. Chuang. Quantum Computation and Information[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- 2 T. Yu, J. H. Eberly. Finite-time disentanglement via spontaneous emission[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(14): 140404
- 3 M. Yönaç, T. Yu, J. H. Eberly. Sudden death of entanglement of two Jaynes-Cummings atoms[J]. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2006, **39**(15): S621~S625
- 4 Z. Ficek, R. Tanasacuta. Dark periods and revivals of entanglement in a two-qubit system[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **74**(2): 024304
- 5 Z. Ficek, R. Tanasacuta. Delayed sudden birth of entanglement[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **77**(5): 054301
- 6 J. H. Huang, S. Y. Zhu. Necessary and sufficient conditions for the entanglement sudden death under amplitude damping and phase damping[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **76**(6): 062322
- 7 Z. J. Li, J. Q. Li, Y. H. Jin *et al.*. Time evolution and transfer of entanglement between an isolated atom and a Jaynes-Cummings atom[J]. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2007, **40**(17): 3401~3411
- 8 M. Ikram, F. L. Li, M. S. Zubairy. Disentanglement in a two-qubit system subjected to dissipation environments[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **75**(6): 062336
- 9 A. Al-Qasimi, D. F. V. James. Sudden death of entanglement at finite temperature[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **77**(1): 012117
- 10 X. Q. Yan. Entanglement sudden death of two atoms successive passing a cavity[J]. *Chaos. Soliton. Fract.*, 2009, **41**(4): 1645~1650
- 11 L. Chotorlishvili, P. Schwab, Z. Toklikishvili *et al.*. Entanglement sudden death and influence of the dynamical Stark shift for two Tavis-Cummings atoms[J]. *Phys. Lett. A*, 2010, **374**(15-16): 1642~1647
- 12 Han Mei, Zhang Yinjie, Xia Yunjie. Entanglement characteristics of two entangled atoms in classical driven Tavis-Cummings model[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0427002
- 韩美, 张英杰, 夏云杰. 经典驱动 Tavis-Cummings 模型中原子纠缠特性的研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0427002
- 13 Sun Chao, Zhang Yingjie, Meng Xiangshui *et al.*. A study on the pairwise concurrence entanglement in the multipartite open

- system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(12): 3604~3609
- 孙超, 张英杰, 孟祥水等. 开放多体系统中共生纠缠的研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(12): 3604~3609
- 14 Lu Daoming. Influences of selective atomic measurement on entanglement properties in a system of atoms interacting with coupled cavities[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(7): 0727002
- 卢道明. 原子测量对耦合腔系统中纠缠特性的影响[J]. *光学学报*, 2011, **31**(7): 0727002
- 15 Chen Jing, Guo Yanqing, Shi Xuguang. Study on preparation and characteristics of quantum entanglement in double wells using a spin-1/2 approximation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0427002
- 陈菁, 郭彦青, 史旭光. 自旋-1/2 近似下双势阱中纠缠制备和特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0427002
- 16 Peng Kunchi, Jia Xiaojun, Su Xiaolong *et al.*. Optical manipulations of quantum states with continuous variables[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900107
- 彭堃焯, 贾晓军, 苏晓龙等. 连续变量量子态的光学操控[J]. *光学学报*, 2011, **31**(9): 0900107
- 17 M. Abdel-Aty, H. Moya-Cessa. Sudden death and long-lived entanglement of two trapped ions[J]. *Phys. Lett. A*, 2007, **369**(5-6): 372~376
- 18 C. A. Vera. Characterization of dynamical regimes and entanglement sudden death in a microcavity quantum dot system[J]. *J. Phys-Condens Mat*, 2009, **21**(39): 395603
- 19 M. Abdel-Aty. Synthesis of maximally entangled mixed states and disentanglement in coupled Josephson charge qubits[J]. *Eur. Phys. J. D*, 2008, **46**(3): 537~543
- 20 C. J. Shan, W. W. Cheng, T. K. Liu *et al.*. Sudden death, birth and stable entanglement in a two-qubit Heisenberg XY spin chain[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2008, **25**(9): 3115~3118
- 21 T. T. Hu, C. F. Sun, K. Xue. The sudden death of entanglement in constructed Yang-Baxter systems[J]. *Quantum Inf. Process*, 2010, **9**(1): 27~35
- 22 M. P. Almeida, F. de Melo, M. Hor-Meyll *et al.*. Environment-induced sudden death of entanglement[J]. *Science*, 2007, **316**(5824): 579~582
- 23 W. K. Wootters. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(10): 2245~2248
- 24 T. Yu, J. H. Eberly. Evolution from entanglement to decoherence of bipartite mixed "X" states[J]. *Quantum Inf. Comput.*, 2007, **7**(5-6): 459~468
- 25 F. A. A. El-orany. Relationship between the linear entropy, the von Neumann entropy and the atomic Wehrl entropy for the Jaynes-Cummings model[J]. 2007, Preprint quant-ph/07054373
- 26 W. J. Munro, D. F. V. James, A. G. White *et al.*. Maximizing the entanglement of two mixed qubits[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **64**(3): 030302
- 27 D. W. Berry, B. C. Sanders. Bounds on general entropy measures[J]. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 2003, **36**(49): 12255~12265
- 28 C. E. López, G. Romero, F. Lastra *et al.*. Sudden birth versus sudden death of entanglement in multipartite systems[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**(8): 080503
- 29 E. Hagley, X. Maitre, G. Nogues *et al.*. Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(1): 1~5
- 30 V. S. Malinovskiy, I. R. Sola. Quantum phase control of entanglement[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(19): 190502
- 31 J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2001, **73**(3): 565~582

栏目编辑:李文喆