

连续相位滤波器缩小径向偏振光束焦斑

陈慧芳^{1,2} 刘涛² 张在宣²

(¹浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 浙江 310027)
(²中国计量学院光学与电子科技学院, 杭州 浙江 310018)

摘要 基于矢量衍射理论, 计算了径向偏振光束在焦点处光强分布。在径向偏振光束的聚焦过程中, 焦斑大小主要取决于视场边缘的光线。根据这一特点, 设计了以视场角正切值为自变量的连续型相位滤波函数。利用非线性规化算法, 以缩小焦平面上横向宽度为目标, 在不同的斯特尔比的约束条件下, 优化得到一组相位滤波参数。计算结果表明, 径向偏振光束通过此种相位滤波器再聚焦后, 在保持相同斯特尔比的条件下, 可获得更小的聚焦光斑。

关键词 衍射; 超分辨; 相位滤波器; 矢量衍射; 径向偏振光束

中图分类号 O439 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.0616001

Shaper Focus of Radially Polarized Beam with a Continuous Phase Filter

Chen Huifang^{1,2} Liu Tao² Zhang Zaixuan²

¹ State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University,
Hangzhou, Zhejiang 310027, China

² College of Optical and Electronic Technology, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China

Abstract Based on vectorial diffraction theory, the intensity distribution of radially polarized beam (RPB) at focal point is calculated. In the focusing process of the RPB, the size of focus spot is mainly decided by the light at the verge of field. According to this characteristic, a continuous phase filter function with the tangent of the field angle as independent variable is designed. A group of optimized phase filter parameters is acquired by non linear rules algorithms, targeting on a smaller focal spot and constrained by several Strehl ratios. The results show that the focused RPB through the proposed a phase filter, a shaper focus could be obtained with the same Strehl ratio.

Key words diffraction; superresolution; phase filter; vectorial diffraction; radially polarized beam

OCIS codes 100.6640; 110.1220; 220.1230; 350.5730

1 引言

径向偏振光具有特殊的偏振态空间分布特征, 这种偏振态分布使径向偏振光在许多领域中具有应用潜力。例如, 在垂直光轴的截面上, 偏振态具有轴对称分布的特点, 可增强探针周围电磁场强度, 在表面等离子激发时提高聚焦精度^[1,2]; 其焦点处具有很强的纵向电场分量, 在光镊技术中, 可获得更强的捕获能力^[3,4]; 经过高数值孔径透镜聚焦后, 可获得比普通光束更小的聚焦光斑^[5~8], 甚至超越衍射极限分辨率, 在共焦扫描显微^[9,10]和光存储^[11]中发挥重要作用。为获得更小的聚焦光斑, 通常在聚焦透

镜前使用振幅型^[12,13]、相位型^[14]或复振幅型^[15]光瞳滤波器对光强或波前相位进行调制。振幅型滤波器具有设计简单和易于实现等优点。但在振幅型滤波器实现超分辨过程中, 总要吸收一部分入射光能量, 降低系统的光能利用率。相位型滤波器, 具有能量利用率高的特点, 并且可利用变形镜等相位控制器件制作, 工艺简单, 应用广泛, 其中连续型滤波器具有更高的相位调制灵活性, 引起了研究人员的关注^[16,17]。复振幅型滤波器虽然结合了振幅型和相位型两种滤波器的特点, 具有较高的能量利用率, 较低的旁瓣, 但其过高的制作成本成为其应用的瓶颈。

收稿日期: 2012-02-04; 收到修改稿日期: 2012-03-02

基金项目: 浙江省重大科技专项基金(2010C11068)和浙江省教育厅科研项目(Y201018890)资助课题。

作者简介: 陈慧芳(1978—), 女, 讲师, 主要从事图像技术、光学超分辨率等方面的研究。E-mail: adie_chen@cjlu.edu.cn

本文根据 Richards 等^[18]的矢量衍射理论,分析了大数值孔径条件下径向偏振光的聚焦情况,加入呈视场角正切值的二次曲线型连续纯相位型光瞳滤波器,通过对相位参数的优化,实现了焦平面上的超分辨聚焦。与过去的研究成果相比,该相位滤波器在实现超分辨的同时,具有更高的能量利用率,有良好的应用前景。

2 径向偏振光聚焦

径向偏振光经消球差物镜聚焦光路如图 1 所示,一束径向偏振光,经相位滤波器,由数值孔径为 NA 的消球差物镜聚焦,在焦点处沿光轴方向建立柱坐标系,则焦平面上的点 Q 表示为 $(r, \varphi, 0)$,其中 r 为与光轴垂直平面上的径向坐标, φ 为极角。图中 θ 为视场角, $\theta_{\max} = \arcsin(NA/n)$, n 为介质折射率,在空气中 $n=1$ 。

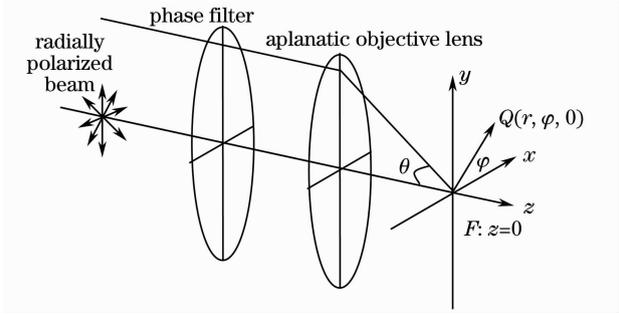


图 1 径向偏振光经消球差物镜聚焦

Fig.1 Focusing of radially polarized beam by an aplanatic objective lens

根据矢量衍射理论,焦点附近电场分布可表示为^[5]

$$\mathbf{E}(r, \varphi, z) = E_r \mathbf{e}_r + E_z \mathbf{e}_z + E_\varphi \mathbf{e}_\varphi, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\varphi$ 分别表示沿 r, z, φ 方向的单位矢量, E_r, E_z, E_φ 分别表示电场复振幅:

$$E_r(r, z, \varphi) = A \int_0^{\theta_{\max}} P(\theta) \sin \theta \cos^{3/2} \theta J_1(kr \sin \theta) \times \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (2)$$

$$E_z(r, z, \varphi) = iA \int_0^{\theta_{\max}} P(\theta) \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta J_0(kr \sin \theta) \times \exp(ikz \cos \theta) d\theta, \quad (3)$$

$$E_\varphi(r, z, \varphi) = 0, \quad (4)$$

式中 $P(\theta)$ 为相位滤波函数, k 为波数, i 为虚数单位, J_0 和 J_1 分别表示 0 阶和 1 阶贝塞尔函数。由于径向偏振光与焦点处光场均具有旋转对称性,因此式中所有分量与 φ 无关,径向偏振入射光与其聚焦后的

电场均无切向分量,即 $E_\varphi = 0$, 则焦点附近的光强为

$$I(r, z) = |E_r|^2 + |E_z|^2, \quad (5)$$

由(1)~(5)式可计算得到径向偏振光在焦点处光强分布。

根据超分辨理论,在系统中加入相位型滤波器 $P(\theta)$,可缩小焦斑,实现超分辨。在对相位滤波器改善系统分辨力方面,常用评价参数为 G 和 S 。 G 为超分辨因子,定义为加入滤波器后主瓣半峰全宽(FWHM)与未加滤波器时 FWHM 的比值。当 $G < 1$ 时达到超分辨, G 越小超分辨能力越强; S 为施特耳比,定义为加入滤波器后与未加滤波器时主瓣中心最大强度的比值, S 值越大,系统的能量利用率越高。在 G 值较小的情况下,尽量保持较高的 S 值是超分辨领域的研究目标。

3 连续型相位滤波函数优化

已有研究表明^[19],径向偏振光聚焦光斑的大小,主要取决于具有较大视场角的光线,即会聚光束中的边缘光线,因此相位滤波器的设计重点应在边缘处。一般情况下,可以选用光瞳函数 $P(\theta) = T(\theta) \exp[i\psi(\theta)]$ 。其中 $T(\theta)$ 为透射率函数,对于纯相位型滤波器 $T(\theta) = 1$,即 $P(\theta) = \exp[i\psi(\theta)]$,滤波效果由 $\psi(\theta)$ 所确定的相位决定。

如图 2 显示,相位滤波器上任意点距中心距离为 r ,聚焦物镜焦距为 f ,视场角为 θ ,因此, $\tan \theta = r/f, \theta \in (0, \arcsin(NA/n)]$,正切函数在 θ 较小时变化较慢,而在 θ 较大时变化急剧增加,此时对参数变化敏感,相位调节灵活,正符合径向偏振光聚焦特性,于是定义连续型相位函数

$$\psi(\theta) = a \tan^2 \theta + b \tan \theta + c, \quad (6)$$

式中 a 和 b 分别为二次项和一次项的系数, c 为常数项,对焦点处光强分布不产生影响,令 $c = 0$,将(6)式代入(2)~(5)式可计算经过相位滤波器再聚焦后的光强分布。假定波长为 1,聚焦物镜 NA 为 0.8,利用 Matlab 优化工具箱中非线性优化算法,以

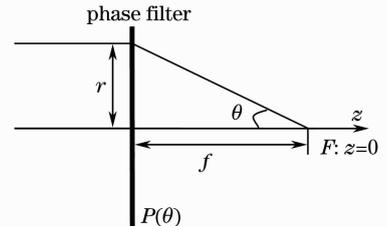


图 2 相位滤波器示意图

Fig.2 Phase filter schematic diagram

G 为优化目标,分别以 $S=0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ 为约束条件进行筛选,经多次优化,得到四组滤波函数中 a, b 参数的值,实现了焦平面上的超分辨光强分布。参数优化结果如表 1 所示,其中 u_F 为滤波后焦点的偏移量,该值由沿光轴方向最大光强位置决定。

表 1 优化结果

Table 1 Results of optimization

Filter	a	b	G	S	u_F
1	-5.2856	12.953	0.92	0.8	1.925
2	-6.9159	16.071	0.87	0.7	2.075
3	-8.2192	17.611	0.83	0.6	1.725
4	-10.3880	22.717	0.75	0.5	2.125

4 计算结果及讨论

图 3 绘制了光学系统中不加相位滤波器时,径向偏振光在焦点附近的光强三维分布情况。在图 3(a)所示的焦平面上($z=0, xy$ 平面),光能量主

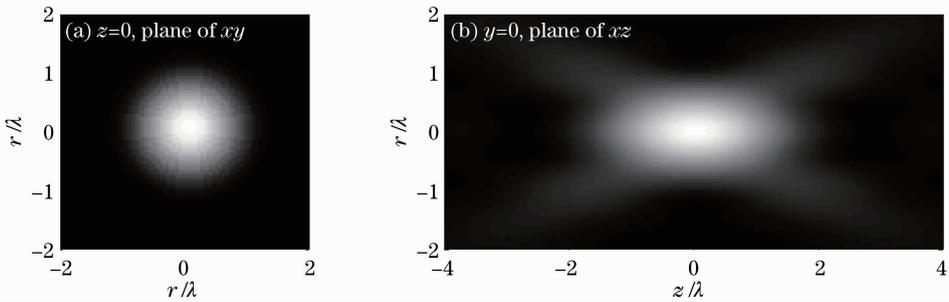


图 3 矢量衍射理论下径向偏振光焦点处光强分布

Fig. 3 Focusing of RPB with vector diffraction theory

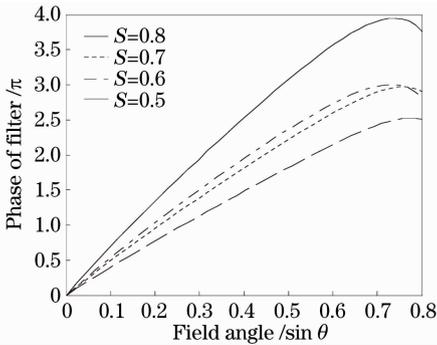


图 4 滤波器相位滤波函数曲线

Fig. 4 Filter function curve of phase of the filters

图 5 为加入四组滤波器后,焦平面上的归一化光强分布。由图可以看出滤波后光能更加集中。插图为在光强下降为峰值一半处,计算主瓣的 FWHM,可得到各滤波器的超分辨因子,结果如表 1 所示。可见随着超分辨力的提升,能量利用率下降。与文献[13, 15, 20]中各种滤波器相比,在相同 S 条件下,具有更好的超分辨效果。例如 $S=$

要集中在主瓣内,两个波长范围内无明显旁瓣;而在图 3(b)所示的过光轴的平面上($y=0, xz$ 平面),光强在空间中呈“X”形分布,在光轴上 4λ 范围内无明显旁瓣。

图 4 为由 Matlab 优化得到的四组相位滤波函数曲线,可见:1) 相位调制范围越大,对光强分布的改变越大,超分辨能力越强。以表 1 中滤波器 4 为例,在四组滤波函数中相位调制范围最大($0 \sim 4\pi$), S 值最小($S=0.5$),而超分辨能力最强($G=0.75$); 2) 四组相位函数具有相似的形状,在视场角较小时($\sin \theta < 0.6$),相位呈线性增加,而到达视场边缘时($0.6 \leq \sin \theta \leq 0.8$),相位函数显现出类似二次曲线的形状,对参数变化更加敏感。因此,为在视场边缘灵活地调节相位,选择视场角正切值来构造相位函数是合适的。

$0.4, G=0.8^{[13]}$; $S=0.42, G=0.8^{[15]}$; $S=0.5, G=0.89^{[20]}$ 。虽然上述三个结果是在不同的 NA 及不同的计算方法下得到的,但是足以表明本文所设计的滤波器具有良好的超分辨能力。

径向偏振光束,通过滤波器 4 后,在焦点处光强的三维分布如图 6 所示。图 6(a)显示在焦平面上产生明显的旁瓣,主瓣内能量减少,但更加集中,因此主瓣光斑的横向宽度明显减小。如图 6(b)所示,轴向光强分布也发生了明显变化。为了详细研究轴向光强分布情况,将区间扩展至 $-8\lambda < z < 8\lambda$,计算 z 轴上光强,如图 7 所示。其中有两个现象值得注意:1) 滤波后,发生了正向焦点偏移现象,而焦移量具有不规则性,见表 1 中 u_F ; 2) 滤波后轴向光强分布具有不对称性,在焦点前无明显旁瓣,而在焦点后 6λ 附近出现了较强的旁瓣,这种不对称现象也出现在文献[20]中,其产生的物理原因尚不明确,需做更进一步研究。

以同样优化算法对 NA 为 0.95 时的情况进行

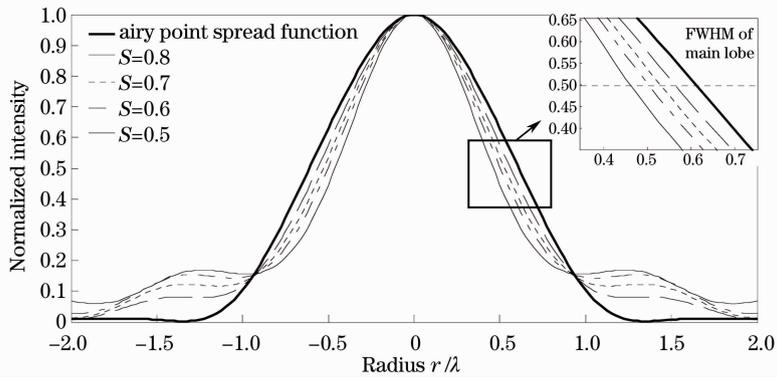


图 5 $-2.0\lambda \sim 2.0\lambda$ 区间的横向光强分布

Fig. 5 Transversal intensity distribution from -2.0λ to 2.0λ

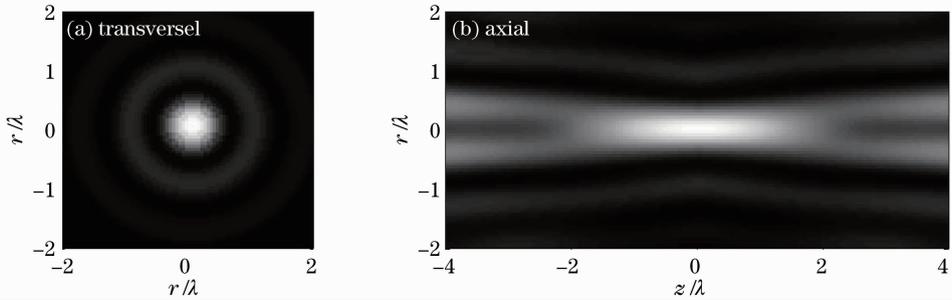


图 6 $S=0.5$ 时,焦点处光强分布

Fig. 6 Light intensity near the focus with $S=0.5$

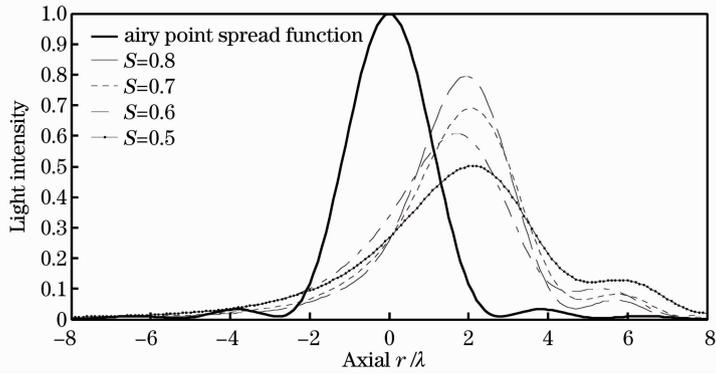


图 7 $-8\lambda \sim 8\lambda$ 区间轴向归一化光强分布图

Fig. 7 Axial normalized light intensity from -8λ to 8λ

了模拟,但计算结果不理想。究其原因,可能是径向偏振光经更大数值孔径物镜聚焦后,光场的纵向分量 $|E_z|^2$ 远强于横向分量 $|E_r|^2$, 因此所用针对合光强进行的优化算法不再适用,可以考虑调整算法中纵向分量与横向分量的优化权重来解决出现的问题。

5 结 论

证明了相位呈连续变化的光瞳滤波器可以实现径向偏振光束的横向超分辨。利用径向偏振光聚焦时,边缘光线决定焦斑尺寸的性质,设计了以孔径角

正切值为自变量的二次相位函数,并优化了函数中各项系数,实现了横向超分辨。该滤波器较好地兼顾了超分辨效果和能量利用。

参 考 文 献

- 1 Zhan Qiwen. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications[J]. *Adv. Opt. Photon.*, 2009, **1**(1): 1~57
- 2 Chen Weibin, Zhan Qiwen. Optimal plasmonic focusing with radial polarization[J]. *SPIE*, 2007, **6450**: 64500D
- 3 Zhan Qiwen. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization[J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(15): 3377~3382
- 4 Zhang Yanli, Zhao Yiqiong, Zhan Qiwen *et al.*. Study of 3D optical chain with highly focused vector beam[J]. *Acta Physica*

- Sinica*, 2006, **55**(3): 1253~1258
- 张艳丽, 赵逸琼, 詹其文等. 高数值孔径聚焦三维光链的研究[J]. *物理学报*, 2006, **55**(3): 1253~1258
- 5 Zhan Qiwen, L. James. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(7): 324~331
- 6 K. S. Youngworth, T. G. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 7 R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(23): 233901
- 8 C. J. R. Sheppard, A. Choudhury. Annular pupils, radial polarization, and superresolution [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(22): 4322~4327
- 9 X. Hao, C. Kuang, T. Wang *et al.*. Effects of polarization on the de-excitation dark focal spot in STED microscopy[J]. *J. Opt.*, 2010, **12**(11): 115707
- 10 Cheng Kan, Tan Qiaofeng, Zhou Zhehai *et al.*. Design of three-dimensional superresolution diffractive optical elements for radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3295~3299
- 程侃, 谭峭峰, 周哲海等. 径向偏振光三维超分辨衍射光学元件设计[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3295~3299
- 11 D. P. Biss, T. G. Brown. Cylindrical vector beam focusing through a dielectric interface[J]. *Opt. Express*, 2001, **9**(10): 490~497
- 12 C. J. R. Sheppard, Z. S. Hegedus. Axial behavior of pupil plane filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(5): 643~647
- 13 M. C. Manuel, A. Pedro, Z. R. Carlos *et al.*. Three-dimensional superresolution by annular binary filters[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **165**(4-6): 267~278
- 14 Yun Maojin, Liang Wei, Kong Weijin *et al.*. Transverse superresolution and focal shift with rotational tunable phase mask [J]. *Opt. Commun.*, 2010, **283**(10): 2079~2083
- 15 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying *et al.*. Three-zone complex pupil filter[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(1): 1~4
- 肖繁荣, 袁景和, 王桂英等. 三区复振幅光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 1~4
- 16 M. Daniel, E. O. José, F. C. Vidal *et al.*. Design of superresolving continuous phase filters[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 607~609
- 17 Zhou Guozun, Tian Weijian, Chen Huifang. Three-dimensional superresolving phase optical pupil filter with polynomial function [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(12): 1211002
- 周国尊, 田维坚, 陈慧芳. 多项式型相位光瞳滤波器实现三维超分辨[J]. *光学学报*, 2011, **31**(12): 1211002
- 18 B. Richards, E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. structure of the image field in an aplanatic system [J]. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1959, **253**(1274): 358~379
- 19 Yan Jie, Lu Yonghua, Wang Pei *et al.*. Study of focal spot of radially polarized beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(12): 3597~3603
- 阎杰, 鲁拥华, 王沛等. 径向偏振光聚焦光斑研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(12): 3597~3603
- 20 Wang Wei, Zhou Changhe, Yu Junjie. Transverse superresolution and extended axial focal depth realized by three-zone annular phase pupil filter[J]. *Acta. Physica Sinica*. 2011, **60**(2): 024201
- 王伟, 周常河, 余俊杰. 三环相位型光瞳滤波器的横向超分辨与轴向焦深扩展[J]. *物理学报*, 2011, **60**(2): 024201

栏目编辑: 李文喆