

利用空域滤波虚光栅叠栅法提取干涉图波面

王 军¹ 陈 磊² 吴泉英¹

(¹苏州科技学院数理学院, 江苏 苏州 215009)
(²南京理工大学电光学院, 江苏 南京 210094)

摘要 虚光栅叠栅条纹法是一种利用单幅干涉图提取波面信息的方法,为了解决叠栅条纹的滤波问题,提出了一种基于高斯函数的空域滤波法。利用高斯函数在空域中对叠栅条纹图进行模糊处理,滤除不需要的高频分量,仅保留包含波面相位信息的低频分量。重点研究了高斯函数滤波窗口的选择和干涉图的载频之间的对应关系。该方法具有计算量小、易于选取滤波窗口的优点。对一光学平面的面形测量结果表明,利用空域滤波虚光栅叠栅法提取的波面[峰谷(PV)值为 0.080λ ,均方根(RMS)值为 0.020λ , $\lambda=632.8\text{ nm}$]与利用 Zygo GPI 干涉仪的四步移相法得到的波面(PV 值为 0.079λ ,RMS 值为 0.017λ)相吻合。

关键词 测量;干涉测量;虚光栅叠栅条纹法;波面;空间滤波

中图分类号 O436.3; TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.0508005

Wavefront Acquisition of Single Interferogram Using the Virtual Grating Moiré Fringe Method with Gaussian Filter in the Spatial Domain

Wang Jun¹ Chen Lei² Wu Quanying¹

(¹School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215009, China)
(²School of Electronic Engineering and Photoelectric Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China)

Abstract The virtual grating Moiré fringe is a method to acquire the test wavefront using single interferogram. The Gaussian function is used to filter Moiré interferogram in the spatial domain. The Moiré interferogram is blurred by Gaussian filter in the spatial domain, thus the high frequency component is filtered out, leaving the low frequency component which contains the test phase information. The relationship between the window of Gaussian filter and the carrier frequency of the interferogram is given. The amount of calculation of the method is low and it is easy to select the filter window. The wavefront of a plane is measured using Zygo phase shifting interferometer, whose result ($d_{PV}=0.080\lambda$, $\sigma_{RMS}=0.020\lambda$, $\lambda=632.8\text{ nm}$) coincides with the one obtained by the virtual grating Moiré fringe method ($d_{PV}=0.079\lambda$, $\sigma_{RMS}=0.017\lambda$).

Key words measurement; interferometry; the virtual grating Moiré fringe method; wavefront; spatial filter

OCIS codes 220.4840; 260.1440; 260.2130

1 引 言

移相干涉术在光学元件的面形和光学特性的检测中有着广泛的应用,然而对于大口径被测件,由于被测对象口径和重量很大,利用移相器进行移相干涉测量难度很大。在这种情况下,利用单幅干涉图提取相位信息,可以避免移相器的使用,简化仪器结

构,节约成本;同时这种方法对环境的稳定性要求不高,可以进行动态相位的检测。对单幅干涉图的相位提取一般有条纹追迹法^[1]、傅里叶变换的方法^[2~5]、空间载频移相法^[6,7]和虚光栅叠栅条纹法^[8,9]等。条纹追迹法只在干涉条纹中心采样,数据量小,且处理复杂、精度不高;空间载频移相法对

收稿日期: 2012-02-04; 收到修改稿日期: 2012-02-28

基金项目: 浙江省部共建国家重点实验室培育基地开放课题、江苏省“六大人才高峰”项目(06-E-030)和苏州科技学院科研基金项目资助课题。

作者简介: 王 军(1981—),男,博士,讲师,主要从事光学干涉测量方面的研究。E-mail: wjk31@163.com

一个条纹内的像素数要求严格,比如一个条纹内 4 pixel,而且它对静态噪声非常敏感;傅里叶变换的方法适用于处理边长为 2^n 个的矩形区域,当数据点不是 2^n 时,虽可通过对干涉图进行延拓来处理,但过程繁琐;虚光栅移相叠栅条纹法是一种结合了移相技术、叠栅技术、虚光栅技术和载频技术的相位提取方法,对所加载频的要求不像空间载频移相法那样严格,无需作二维傅里叶变换,可以处理区域连通的任意形状的干涉图,无移相误差,因此应用广泛。

在虚光栅移相叠栅条纹法中,需要选择合适的滤波器滤除叠栅条纹图像的高频分量,保留含有被测波面信息的低频分量。如果选择傅里叶变换后在频域里处理,计算量较大,而且受到处理数据点为 2^n 个的限制,相对频域滤波而言,空域滤波仅需卷积运算,运算量较少,处理速度快;更重要的是,空域滤波不受数据点为 2^n 个的限制,可以处理区域连通的任意形状的干涉图。因此,本文采用空域滤波的方法。武旭华^[8]研究了利用汉明(hamming)窗在空域对叠栅条纹图滤波的方法,研究了汉明窗函数的阶数、窗口宽度等参数与干涉图载频之间的关系。本文利用高斯函数在空域中对叠栅条纹图进行模糊平滑处理,滤波仅需考虑滤波窗口与干涉图的载频之间的对应关系。对滤波后的干涉图进行分析表明,滤波窗口与干涉图载频之间具有简单的对应关系,该滤波器可有效地滤除叠栅条纹中不必要的高频分量,且利用该方法获得的波面信息与使用 Zygo GPI 干涉仪的移相法得到的结果吻合。

2 原 理

2.1 虚光栅叠栅条纹法

在利用菲索型或泰曼型干涉仪测量光学表面面形时,通过倾斜被测面或参考面,视场中的干涉条纹数量增多,条纹密度增大,即在干涉图中引入了线性载频 f ,这里以加入横向载频为例,干涉条纹为竖条纹,如图 1 所示,其光强表达式为

$$I(x, y) = a + b \cos[2\pi f x + \phi(x, y)], \quad (1)$$

式中 a 和 b 是位置坐标 (x, y) 的函数, a 是干涉图背景, b/a 是干涉图对比度, $\phi(x, y)$ 为待测相位。

利用计算机生成 4 幅与图 1 干涉图对应的参考干涉图,即虚光栅,其光强表达式为

$$I_r(x, y) = 1 + \cos(2\pi f_r x + \phi_r), \quad (2)$$

式中 f_r 称为参考载频, $\phi_r = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 为初始相位。对图 1 所示的干涉图取中间一行作横向一维傅里叶变换并计算一级频谱位置,即可获得载频

f_r ^[8],因此可使计算机生成的虚光栅参考载频 $f_r = f$ 。

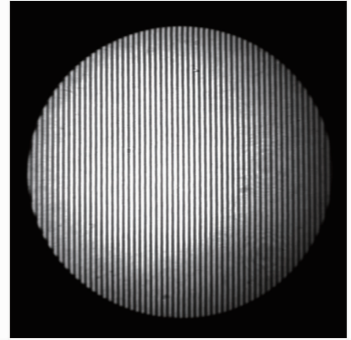


图 1 通过倾斜参考面或被测面生成的干涉图
Fig. 1 Interferogram by tilting the reference or test surfaces

将 4 幅虚光栅分别与被测干涉图作乘法运算,得到 4 幅叠栅条纹图像,其光强表达式为

$$s(x, y) = a + 0.5b \cos[\phi(x, y) - \phi_r] + 0.5b \cos[4\pi f x + \phi(x, y) + \phi_r] + a \cos(2\pi f x + \phi_r) + b \cos(2\pi f x + \phi_r), \quad (3)$$

从(3)式可以看出,叠栅条纹图中包含有多种频率分量,相对于等号右边前两项,其他项为高频分量,选用合适的滤波器滤除这些高频分量,就可提取出含有待测量 $\phi(x, y)$ 的低频信息。

滤波后干涉图的光强表达式为

$$S(x, y) = a + 0.5b \cos[\phi(x, y) - \phi_r]. \quad (4)$$

由计算机生成的 4 幅虚光栅图可严格使其相位依次相差 $\pi/2$,即 $\phi_r = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$,因此滤波后得到的 4 幅干涉图的相位也依次严格相差 $\pi/2$,分别记为 $S_1(\phi_r = 0), S_2(\phi_r = \pi/2), S_3(\phi_r = \pi), S_4(\phi_r = 3\pi/2)$ 。

最后使用四步移相法^[10]即可得到被测相位值为

$$\phi(x, y) = \arctan[(S_2 - S_4)/(S_1 - S_3)], \quad (5)$$

根据(5)式得到的是待测波面的包裹相位波面信息,利用解包算法进行解包处理^[11,12],就可得到待测连续相位波面。

2.2 滤波器的选择

数字图像的滤波一般分为频域滤波和空域滤波。频域滤波过程一般为:对图像作傅里叶变换到频域,在频域滤除不需要的频段信息,最后逆傅里叶变换回到空域。空域滤波是直接使用滤波器与图像数据作卷积实现的。两种方法相比,频域滤波过程较复杂,由于使用了正、逆傅里叶变换,计算量大;空域滤波仅需要卷积运算,简单灵活,计算量小。因

此,在虚光栅叠栅条纹法中选用空域滤波,且使用高斯函数作为滤波器窗函数,因为高斯滤波器具有以下优点:

1) 高斯滤波可以在空域实现,无需作傅里叶变换;

2) 高斯函数的傅里叶变换频谱是单瓣的。因此在对图像进行低通滤波时,不会受不必要的高频信息干扰;

3) 高斯滤波器的表达式为

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp[-(x^2 + y^2)/(2\sigma^2)], \quad (6)$$

其宽度是由参数 σ 表征的,它决定了滤波后图像的平滑程度,而且 σ 和平滑程度的关系简单明了: σ 越大,高斯滤波器的频带越宽,平滑程度越好;

4) 二维高斯函数具有旋转对称性,即滤波器在各个方向上的平滑程度是相同的;

5) 二维高斯滤波的计算量随滤波模板宽度成线性增长而不是成平方增长,这样就可以有效地实现较大尺寸的高斯滤波器。

综合上面的讨论,在虚光栅叠栅条纹法中,使用高斯滤波器对叠栅条纹图进行空域低通滤波,即对图像作平滑处理。

3 高斯滤波器参数 σ 的选取

在虚光栅叠栅条纹法中,需要把叠栅条纹图中的高频分量滤除,保留所需的低频分量,即做平滑处理。空域的高斯滤波器的宽度决定着对叠栅条纹图的平滑程度,它是由参数 σ 决定的,且 σ 值越大,高斯滤波器的频带就越宽,平滑效果就越好。然而,如果 σ 值过大,会使叠栅条纹图过度模糊,损失含有波面信息的低频分量;如果 σ 值过小,无法完全滤除不必要的高频分量,亦会影响滤波效果。因此必须根据干涉图的载频选取不同的滤波器参数 σ 。而在干涉图中,干涉条纹数量直接反映了干涉图载频的大小,因此可以更加直观地使用条纹数量 N 来表征干涉图的载频 f ,从而建立条纹数 N 与滤波器参数 σ 之间的对应关系(N 亦可通过对干涉图作横向一维傅里叶变换获得^[8])。

以在 Zygo GPI 干涉仪上采集的干涉图为例,首先定性分析 N 与 σ 之间的取值关系。干涉图如图 1 所示, $N = 64$,分辨率为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。为了分析不同 σ 值的高斯滤波器在空域的滤波效果,下面考虑叠栅条纹图和高斯函数在一维的频域分布。图 2 为 σ 分别取值为 3, 6, 10 时,叠栅条纹图

的一维频域分布以及高斯窗函数的频域分布。从图 2 可以看出,当 $\sigma = 3$ 时,高斯窗函数的宽度过窄,无法保留完整的低频分量;当 $\sigma = 10$ 时,高斯窗函数过宽,无法完全滤除高频分量;当 $\sigma = 6$ 时,高斯窗函数的宽度可以保留完整的低频分量,并滤除高频分量。因此对于 $N = 64$ 的载频干涉图, σ 在 6 左右取值为宜。

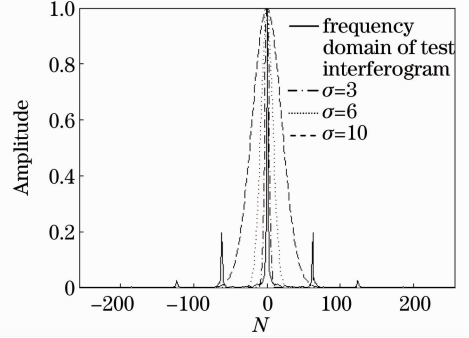


图 2 不同宽度的高斯窗函数及载频干涉图的频域分布
Fig. 2 Frequency domain of test interferogram and Gaussian function

为了进一步确定 σ 的取值与波面提取精度之间的关系,分别取 $\sigma = 4, 5, 6, 7$,用虚光栅叠栅条纹法提取被测平面的波面信息,并与利用 Zygo GPI 干涉仪测得的波面数据比较,结果如表 1 所示。由表 1 可知,对于条纹数为 64 的干涉图, $\sigma = 6$ 时提取的波面信息和 Zygo 干涉仪测量的结果最接近[峰谷(PV)值,均方根(RMS)值]。图 3(a)为 Zygo 干涉仪测量的结果,图 3(b)为当 $\sigma = 6$ 时,使用虚光栅移相叠栅条纹法得到的结果。实验中使用同样的方法,采集不同条纹数的载频干涉图进行分析,得到了不同条纹数的干涉图的最佳 σ 取值,如表 2 所示。

表 1 不同 σ 值对应的波面结果

Table 1 Wavefronts under different σ

σ	PV / λ (632.8 nm)	RMS / λ
4	0.083	0.022
5	0.082	0.021
6	0.080	0.021
7	0.082	0.021
Wavefront obtained by Zygo	0.079	0.015

表 2 不同载频干涉图对应的最佳 σ 值

Table 2 Optimum σ according to different interferograms

Number of fringes N	σ
40~50	8
50~60	7
60~70	6
70~80	5

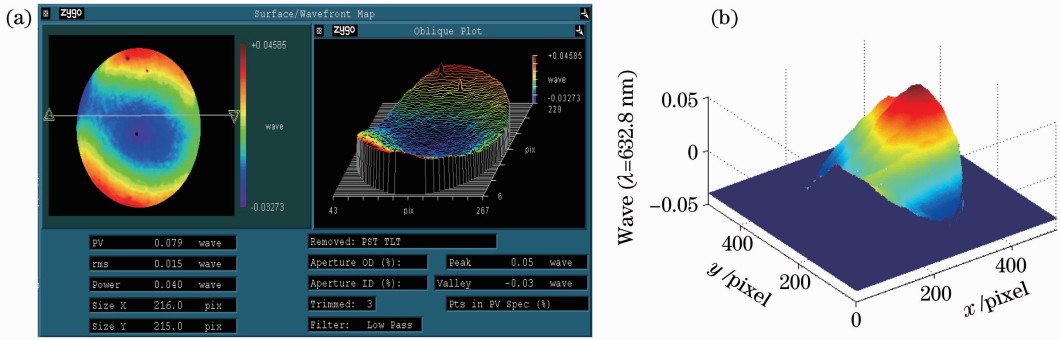


图 3 由 Zygo GPI 干涉仪(a)及 $\sigma=6$ 时由虚光栅法(b)得到的波面数据

Fig. 3 Wavefront acqirement by Zygo GPI interferometer (a) and by the virtual grating Moiré fringe method (b)

4 分 析

4.1 干涉图条纹数量对提取波面的影响

在实际测量过程中,应该控制载频干涉图的条纹数量在一定的范围内。首先,如果条纹数量太小,在频域中,高频分量和低频分量不能充分分离,不利于低通滤波的进行,而且滤波时对应的 σ 值过大,计算量随之增大。其次,根据奈奎斯特(Nyquist)采样定理,干涉图中每根条纹至少需占有 4 pixel 采样点,因此对于一幅横向像素为 512 pixel 的干涉图,条纹数量最多 $512/4=128$ 根;同时如果条纹数量过多,干涉图的对比度会严重下降,严重影响波面数据的复原。综合以上的分析和测量经验,测试时将条纹数控制在 60~80 之间为宜。

4.2 纵向载频对提取波面的影响

在通过倾斜参考面或被测面使干涉条纹数量增多时,无法保证干涉条纹完全竖直,即在引入横向载频的同时,也会引入部分纵向载频,此时求得的相位分布为

$$2\pi f_y y + \phi(x, y) = \arctan[(S_2 - S_4)/(S_1 - S_3)], \quad (7)$$

式中第一项是由纵向载频引入的附加相位项,对于由此计算得到的波面而言,相当于引入了一个纵向的倾斜量。因此在调整参考面或被测面时,尽量使干涉条纹竖直,即减小纵向载频的引入,然后通过对波面数据做消倾斜处理,从而消除纵向载频的影响。

4.3 滤波引入的边缘误差

对空域滤波而言,滤波是通过卷积实现的,卷积核是有一定大小的,在对图像边缘数据进行卷积运算的时候,卷积核要和部分无效数据卷积,因此在图像边缘区域滤波后会带来比较大的误差,要提高精度需要损失部分边缘有效数据。实验证明,在取 90% 有效区域以后,边缘波面数据与 Zygo 干涉仪

测得的结果吻合度明显提高。

5 结 论

利用高斯空域滤波法解决了虚光栅叠栅条纹法中叠栅条纹图的滤波问题。相对于频域滤波而言,该方法具有计算量小、滤波窗口与干涉图载频对应关系简单等优点。通过分析滤波函数和叠栅条纹图的频域分布,并将提取的波面与使用 Zygo GPI 干涉仪的测量结果相对比,得出了在不同情况下干涉图的载频与高斯函数滤波窗口之间的对应关系,且测试时应将干涉图条纹数控制在 60~80 之间(对应横向分辨率为 512 pixel 的干涉图)。经实验对比可知,通过选择合适的空域滤波器窗口,利用基于高斯空域滤波的虚光栅叠栅条纹法获得的波面数据(PV 值、RMS 值)与使用 Zygo GPI 干涉仪测得结果相吻合。

参 考 文 献

- 1 K. Ramesh, B. R. Pramod. Digital image processing of fringe patterns in photomechanics [J]. *Opt. Engng.*, 1992, **31**(7): 1487~1497
- 2 Jesús Muñoz-Maciel, Francisco J. Casillas-Rodriguez, Miguel More-González *et al.*. Phase recovery from a single interferogram with closed fringes by phase unwrapping[J]. *Appl. Opt.*, 2011, **50**(1): 22~27
- 3 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 4 C. Roddier, F. Rodier. Interferogram analysis using Fourier transform techniques[J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(9): 1668~1673
- 5 Mingjun Dai, Yan Wang. Fringe extrapolation technique based on Fourier transform for interferogram analysis[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(7): 956~958
- 6 Zhang Lei, Liu Sining, Lin Dianyong *et al.*. The progress of extracting phase information based on spatial carrier fringe pattern analysis[J]. *Laser Technology*, 2005, **29**(1): 90~93
张磊, 刘斯宁, 林殿阳等. 基于空间载波条纹图的相位提取方法研究进展[J]. *激光技术*, 2005, **29**(1): 90~93
- 7 Xu Jiancheng, Du Yawei, Xu Qiao *et al.*. Fourier analysis of

- phase-masked spatial carrier interferogram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0512004
- 徐建程, 杜雅薇, 许 乔等. 相位掩模空间载波干涉图的傅里叶分析[J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0512004
- 8 Wu Xuhua. Study on Key Techniques of ϕ 300 mm Phase-Shifting Interferometer[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2007. 26~30
- 武旭华. 300 mm 移相干涉仪的关键技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2007. 26~30
- 9 Meng Xiaochen, Hao Qun, Zhu Qiudong *et al.*. Influence of interference fringe's spatial frequency on the phase measurement accuracy in digital Moire phase-shifting interferometry [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **28**(10): 1008008
- 孟晓辰, 郝 群, 朱秋东等. 干涉条纹空间频率对数字叠栅移相干涉测量精度的影响[J]. *中国激光*, 2011, **28**(10): 1008008
- 10 D. Malacara. *Optical Shop Testing* [M]. 3rd Edition, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 552~557
- 11 Wan Wenbo, Su Junhong, Yang Lihong *et al.*. Phase unwrapping algorithm for image processing of interferogram[J]. *Journal of Applied Optics*, 2011, **32**(1): 70~74
- 万文博, 苏俊宏, 杨利红等. 干涉条纹图像处理的相位解包新方法[J]. *应用光学*, 2011, **32**(1): 70~74
- 12 Xu Fuchao, Xing Tingwen. Unwrapping algorithm with high noise immunity [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(1): 011001
- 徐富超, 邢廷文. 抑制大噪声的解包算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, **48**(1): 011001

栏目编辑:何卓铭