

波长调谐随机移相算法的研究

郭仁慧 李建欣 朱日宏 陈磊

(南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094)

摘要 波长移相干涉仪可用于大口径光学元件的测试。其移相量需经过标定方可采用定步长移相算法计算相位分布。在长腔长测试条件下,由于激光器的波长调谐控制电源的精度有限,以及环境振动、气流扰动等的影响,采用定步长移相算法求解相位分布的精度不高。在随机移相算法的基础上,提出了波长调谐随机移相算法,并将其应用于大口径波长移相干涉仪中。在对该算法进行模拟仿真,验证了算法的可行性及精度后,进行了实验研究。实验结果表明,在波长移相干涉仪中运用该方法,可以很好地解决长腔长测试条件下的相位计算问题,且与被测件的理想相位比较,精度较高。

关键词 测量;干涉;波长调谐;随机移相算法;长腔长

中图分类号 TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.0508002

Research on the Randomly Phase Shifting Algorithm with Wavelength Tuning

Guo Renhui Li Jianxin Zhu Rihong Chen Lei

(*Institute of Electronic Engineering and Photoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China*)

Abstract The wavelength tuning interferometer is applied to test large optical components. In order to calculate the phases using the algorithms with certain phase steps, the steps should be calibrated. When testing is done at long cavity lengths, the calculating precision using algorithms with certain steps is low. It is because of the limited resolution of the laser controller, environment vibration and airflow disturbance, etc.. On the basis of the randomly phase shifting algorithm, the randomly phase shifting algorithm with wavelength tuning is presented. And it is applied to the large aperture wavelength tuning interferometer. The algorithm is simulated and it is proved correct and with high precision. The experimental results show that it can obtain the phases in the wavelength tuning interferometer. The precision is proved high comparing to the ideal phases.

Key words measurement; interferometry; wavelength tuning; randomly phase shifting algorithm; long cavity length

OCIS codes 100.5070; 120.3180; 260.3160; 200.4560

1 引 言

10 多年来,国家投入大量经费重点研究神光 III 原型装置、LAMOST 望远镜等大型光学工程项目,对大口径(对角尺寸超过 600 mm)光学元件的需求量很大^[1],因此,急需研制 $\phi 600$ mm 口径的大口径平面干涉仪。同时,根据大口径光学元件生产制造的实际测试需求,干涉仪需要满足最长 5 m 腔长的

测试要求。国外,美国 Zygo 公司和 Wyko 公司已研制出 $\phi 610$ mm 口径相移平面干涉仪^[2,3]。国内,南京理工大学研制出 $\phi 600$ mm 口径相移平面干涉仪^[4]。

移相技术从实现方式上可以分为两类^[5]:硬件移相技术和波长移相技术。以压电陶瓷(PZT)为代表的硬件移相技术,在移相过程中,不可避免地会产

收稿日期: 2011-12-28; 收到修改稿日期: 2012-02-08

作者简介: 郭仁慧(1979—),女,博士研究生,讲师,主要从事光学仪器、光学测量方面的研究。E-mail: grhjj@163.com

导师简介: 朱日宏(1964—),男,博士,教授,主要从事光学仪器、光学测量和光学图像处理等方面的研究。

E-mail: zhurihong@vip.sina.com

生机械应力的变化,特别是当干涉仪系统较大时,PZT 推动困难,会出现非直线运动,从而产生较大误差。而在波长移相干涉仪中,激光器作为光源,其波长可以连续改变,起到移相器的作用,不再需要推动硬件实现移相,大大简化了干涉仪的机械结构。并且在测量中,系统的机械部分保持不动,消除了由于硬件移动而引起的误差,进一步提高了测量精度,对于大尺寸干涉仪,这个特点是非常有意义的。

但是,波长调谐移相的移相量不仅与激光器的波长变化量有关,还与干涉腔长有关。在不同的干涉腔长下进行测试时,相同的波长变化量引起的相位变化量不一样,故若采用定步长移相算法求解相位分布,需进行移相量的标定^[6,7]。当干涉腔长较长时,移相量的分辨率受激光器波长调谐分辨率的限制,同时由于环境振动、气流扰动等因素的影响,导致移相量难以满足定步长移相算法和等步长移相算法的要求^[8~11],从而给最终的波面测试结果引入较大误差。因此,需解决移相量不准时的波面测试问题。本文在对随机移相算法进行了深入的研究后,提出了波长调谐随机移相算法,并将其应用于大口径波长移相干涉仪的相位计算中。在模拟仿真验证了算法的正确性后,进行了实验研究,实验结果表明,在长腔长测试条件下,该算法仍可以高精度地得到大口径光学元件的波面分布。

2 波长调谐随机移相算法求解相位原理

波长调谐移相干涉仪的干涉光强可以写成

$$I = A + B\cos(\varphi + \delta), \quad (1)$$

式中 A 为背景光强, B 为光强调制度, φ 为初始相位, δ 为移相量。 φ 和 δ 可表示为

$$\varphi = \frac{4\pi h}{\lambda_0}, \quad (2)$$

$$\delta \approx -\frac{4\pi h t \Delta\lambda}{\lambda_0^2}, \quad (3)$$

式中 h 为干涉腔长, λ_0 为初始波长, $\Delta\lambda$ 为每次移相时的波长变化量, t 为移相次数。从(3)式可以看出,移相量与干涉腔长 h 及波长变化量 $\Delta\lambda$ 有关。在不同 h 下进行测试时,若不对移相量进行标定,其数值是未知的。

波长调谐随机移相算法针对移相量未知的情况,采用最小二乘原理和迭代计算,在适合的收敛约束条件下对移相量和相位分布进行联合求解。算法主要包括以下 3 个计算过程^[12~15]。

1) 相位分布计算

(1)式可以改写为

$$I_{ij} = A_{ij} + B_{ij} \cos(\varphi_j + \delta_i), \quad (4)$$

式中 i 表示干涉图的序号, j 表示干涉图中像素序号。

假设 A_{ij} 和 B_{ij} 与干涉图序号 i 无关,而只与像素序号 j 有关,则可以把 A_{ij} 和 B_{ij} 分别表示为 $A_{ij} = a_j, B_{ij} \cos \varphi_j = b_j, -B_{ij} \sin \varphi_j = c_j$, 因此有

$$I_{ij} = a_j + b_j \cos \delta_i + c_j \sin \delta_i. \quad (5)$$

干涉光强的理论值 I_{ij} 和实际测量得到的值 I_{ij} 之间的误差可表示为

$$S_j = \sum_{i=1}^M (I_{ij} - I_{ij})^2 = \sum_{i=1}^M (a_j + b_j \cos \delta_i + c_j \sin \delta_i - I_{ij})^2 = f_{\min}. \quad (6)$$

根据最小二乘原理有

$$\mathbf{X}_j = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_j, \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} M & \sum_{i=1}^M \cos \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin \delta_i \\ \sum_{i=1}^M \cos \delta_i & \sum_{i=1}^M \cos^2 \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum_{i=1}^M \sin \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum_{i=1}^M \sin^2 \delta_i \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_j = [a_j \quad b_j \quad c_j]^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{B}_j = \left[\sum_{i=1}^M I_{ij} \quad \sum_{i=1}^M I_{ij} \cos \delta_i \quad \sum_{i=1}^M I_{ij} \sin \delta_i \right]^T. \quad (10)$$

从解向量 $\{\mathbf{X}_j\}$ 中可以求得相位分布:

$$\varphi_j = \arctan(-c_j/b_j). \quad (11)$$

2) 移相量计算

假设 A_{ij} 、 B_{ij} 与像素序号 j 无关,而只与干涉图序号 i 相关,则可以把 A_{ij} 和 B_{ij} 分别表示为 $A_{ij} = a'_i, B_{ij} \cos \delta_i = b'_i, -B_{ij} \sin \delta_i = c'_i$, 因此有

$$I_{ij} = a'_i + b'_i \cos \varphi_j + c'_i \sin \varphi_j, \quad (12)$$

式中 φ_j 为上述“相位分布计算”过程的计算结果。同样,干涉光强的理论值 I_{ij} 和实际测量值 I_{ij} 之间的误差可表示为

$$S'_i = \sum_{j=1}^M (I_{ij} - I_{ij})^2 = \sum_{j=1}^M (a'_i + b'_i \cos \varphi_j + c'_i \sin \varphi_j - I_{ij})^2 = f_{\min}. \quad (13)$$

根据最小二乘原理有

$$\mathbf{X}'_i = \mathbf{A}'^{-1} \mathbf{B}'_i, \quad (14)$$

式中

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} M & \sum_{j=1}^N \cos \varphi_j & \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j \\ \sum_{j=1}^N \cos \varphi_j & \sum_{j=1}^N \cos^2 \varphi_j & \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j \cos \varphi_j \\ \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j & \sum_{j=1}^N \sin \varphi_j \cos \varphi_j & \sum_{j=1}^N \sin^2 \varphi_j \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathbf{X}'_i = [a'_i \quad b'_i \quad c'_i]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{B}'_j = \left[\sum_{j=1}^N I_{ij} \quad \sum_{j=1}^N I_{ij} \cos \varphi_i \quad \sum_{j=1}^N I_{ij} \sin \varphi_i \right]^T. \quad (17)$$

从解向量 $\{\mathbf{X}'_i\}$ 中可以求得移相量

$$\delta_i = \arctan(-c'_i/b'_i). \quad (18)$$

3) 迭代与收敛条件

上述“相位分布计算”和“移相量计算”两个计算过程反复进行构成迭代循环,直到满足以下收敛条件时结束,

$$|(\delta_i^k - \delta_i^{k-1}) - (\delta_i^{k-1} - \delta_i^{k-2})| < \epsilon, \quad (19)$$

式中 ϵ 为迭代精度,一般设定为一个少量; k 表示迭代次数。按照以上的计算过程,可以求解出精确的相位分布 φ_j 和步进移相量 δ_i 。具体计算流程可以见图 1 所示。

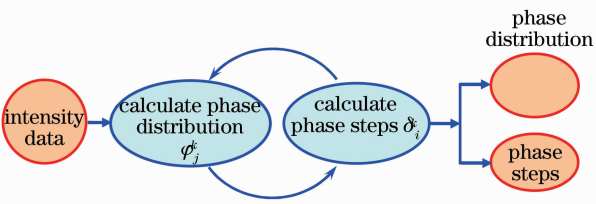


图 1 随机移相算法计算流程图

Fig. 1 Flow chart of the randomly phase shifting algorithm

3 模拟仿真

首先利用 Zernike 多项式构造一组波面数据,再根据假定的随机移相量得到一系列干涉图,对干涉图上的光强值进行随机移相计算,得到相位分布和移相量。比较计算结果和假定的数据即可验证该方法的正确性及精度。

由 Zernike 多项式得到干涉相位,取多项式的前 5 项,分别是常数项、 x 方向倾斜、 y 方向倾斜、离焦、像散,并对其进行归一化,表达式为

$$\varphi = \pi \times \{ \varphi_0 + K_1 \times (x - x_0)/R + K_2 \times (y - y_0)/R + K_3 \times \{ 2 \times \{ [(x - x_0)/R]^2 + [(y - y_0)/R]^2 \} - 1 \} + K_4 \times \{ [(y - y_0)/R]^2 - [(x - x_0)/R]^2 \} \}, \quad (20)$$

式中 φ_0 为常数项, $K_1 \sim K_4$ 分别为 x 方向倾斜、 y 方向倾斜、离焦、像散的系数, (x_0, y_0) 为干涉图有效区圆心坐标, R 为半径。

由(1)式,干涉图光强值可以表示为

$$I = G \times [A + B \cos(\varphi + \delta)], \quad (21)$$

式中 G 为灰度等级量化系数。

在下面的模拟仿真中,设 $A = 0.5, B = 0.5, G = 256, \varphi_0 = 0.1, K_1 = 2, K_2 = 0.5, K_3 = 0.2, K_4 = 0.1$, 根据(3)式,设 $h = 100 \text{ mm}, \lambda_0$ 为 $632.8 \text{ nm}, \Delta\lambda$ 为随机选取的数值,由此得到的移相量见表 1,收敛条件中的 ϵ 设置为 0.00001 。图 2 所示干涉图为从模拟的 11 幅干涉图中任意选取的连续 4 幅。经过 13 次迭代后,得到计算结果。模拟相位分布图、计算得到的相位分布图以及两者相减后的相位差分布图如图 3 所示,模拟相位的峰谷(PV)值为 2.0627λ ,均方根(RMS)值为 0.5186λ ,计算得到的相位 PV 值为 2.0603λ ,RMS 值为 0.5186λ ,PV 值相差 0.0024λ 。两者相减后得到的相位差最大值为 0.0006λ 。模拟时设置的理论移相量与计算得到的移相量以及两者之间的误差见表 1,其中误差为计算值减去理论值。

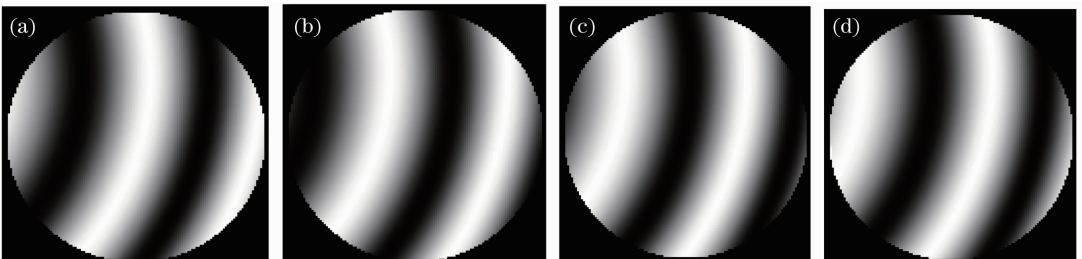


图 2 模拟干涉图

Fig. 2 Simulated interferograms

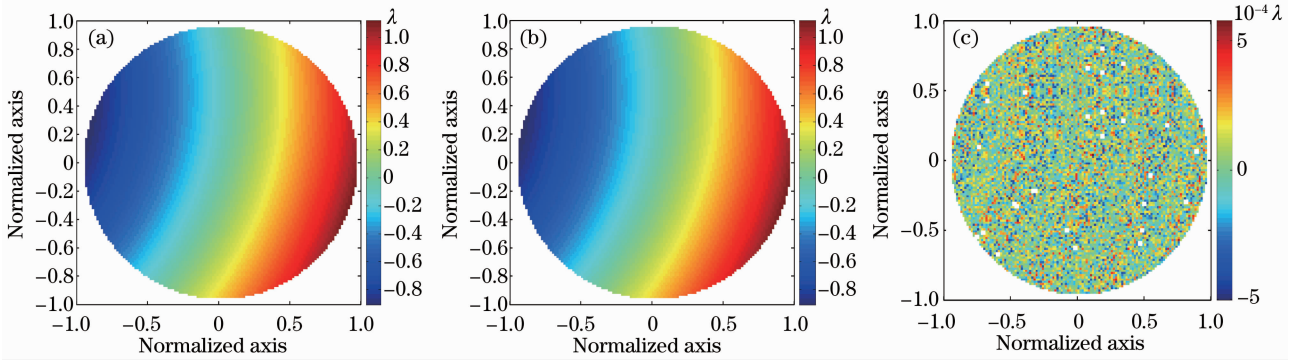


图 3 相位分布图。(a)模拟相位分布图;(b)计算得到的相位分布图;(c)计算得到的相位与模拟相位之差

Fig. 3 Phase patterns. (a) Simulated phase pattern; (b) calculated phase pattern; (c) difference between calculated phases and simulated phases

表 1 模拟设置的移相量与计算得到的移相量

Table 1 Simulated phase steps and calculated phase steps

Phase steps	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}
Simulated value /rad	1.9250	1.6510	1.1900	2.0620	1.7780	0.5620	1.8330	1.2610	2.1520	1.0870
Calculated value /rad	1.9248	1.6512	1.1899	2.0621	1.7779	0.5621	1.8329	1.2611	2.1519	1.0871
Error /(10^{-4} rad)	-2	2	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1

设置不同数值的移相量进行随机移相计算,可以得到,只要移相量不超过 2π ,均可以高精度地实现相位计算。

4 实 验

课题组研制的大口径波长移相干涉仪采用斐索型,系统结构如图 4 所示。由参考镜和测试镜反射的两束光产生干涉,波长调谐激光器在计算机的控制下改变波长,使得相位改变,通过图像卡采集多幅移相干涉图,由计算机处理后得到被测件的相位。

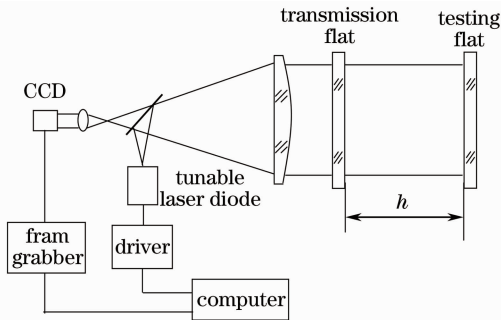


图 4 斐索型波长调谐干涉仪系统结构图

Fig. 4 Layout of the wavelength tuning Fizeau interferometer showing major components

在综合比较了各种等步长、定步长移相算法后,研制的干涉测试系统采用重叠四步平均法进行相位计算^[16],该方法要求移相量为 $\pi/2$,故需对移相量进行标定后再采样计算。干涉仪采用美国 New Focus 公司研制的波长调谐激光器作为光源,中心波长为

632.8 nm。干涉腔长 $h = 5$ m, $\Delta\varphi = \pi/2$ 时要求 $\Delta\lambda = 1 \times 10^{-5}$ nm,而要将相位变化量精确控制到 $\pi/2$,对 $\Delta\lambda$ 的要求至少应达到 1×10^{-6} nm。激光器的理论波长分辨率可以达到 6.7×10^{-7} nm,但由于控制电压的分辨率限制,以及长腔长下环境振动、空气扰动等的影响,使得 $\Delta\lambda$ 的数值很难满足 $\pi/2$ 的要求,从而给实际相位计算带来误差。

在大口径波长移相干涉仪上进行了实际测试。首先在短腔长下进行测试,得到被测件的相位分布,此时激光器的波长分辨率足够精细,环境因素对测试的影响很小,可以准确地得到移相量为 $\pi/2$ 的干涉图,再采用重叠四步平均法计算得到相位分布,以此作为参考相位分布;然后在长腔长下进行测试,仍先进行标定后采用重叠四步平均法得到被测件的相位分布。再采集多幅干涉图,运用随机移相算法计算,得到相位分布。将长腔长下的相位分布与参考相位分布进行比较,从而得到随机移相算法的精度。

短腔长($h = 0.19$ m)下的相位分布图如图 5 所示。其 PV 值为 0.159λ ,RMS 值为 0.028λ 。实验时,由于抗振平台尺寸的限制,腔长最大只能到 3 m,在 3 m 腔长下对同样的被测件进行测试,采用重叠四步平均法得到的相位分布如图 6 所示,部分区域的相位分布与图 5 不同,其 PV 值为 0.211λ ,RMS 值为 0.038λ ,PV 值与参考相位偏差约 $\lambda/20$ 。引起误差的原因主要是腔长变长后相位标定不准确。再采集 20 幅干涉图(图 7 为从 20 幅干涉图中

选取的连续的 4 幅干涉图),运用随机移相算法进行计算,收敛条件中的 ϵ 设置为 0.00001,经过 10 次迭代后,得到的相位分布如图 8 所示,与图 5 比较,相位高低分布基本一致。其 PV 值为 0.144λ ,RMS 值

为 0.024λ ,PV 值与参考相位的 PV 值偏差约 $\lambda/70$ 。表 2 为计算得到的移相量。

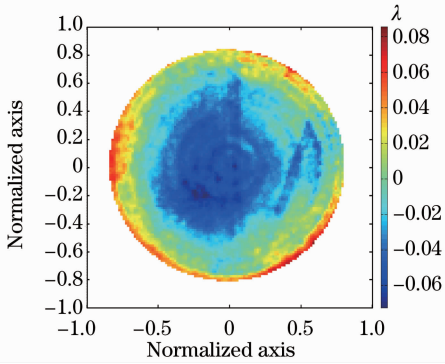


图 5 0.19 m 腔长下得到的被测件的相位分布图
Fig. 5 Phase pattern of the flat tested at 0.19 m cavity length

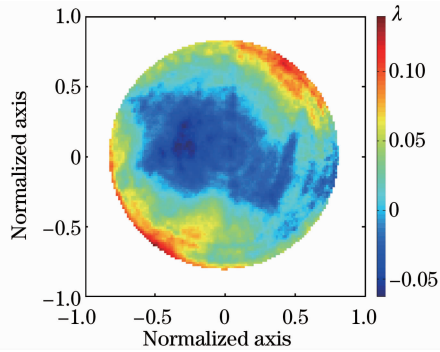


图 6 3 m 腔长下由重叠四步平均法得到的被测件的相位分布图
Fig. 6 Phase pattern of the flat tested at 3 m cavity length and calculated with the overlapping averaging 4-frame algorithm

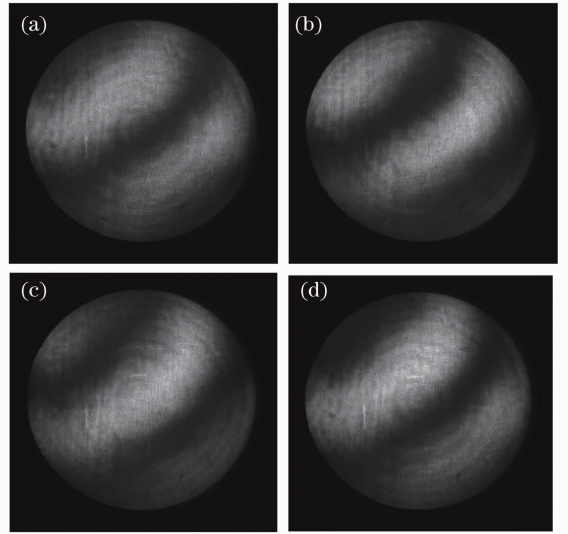


图 7 3 m 腔长下采集的干涉图
Fig. 7 Interferograms sampled at 3 m cavity length

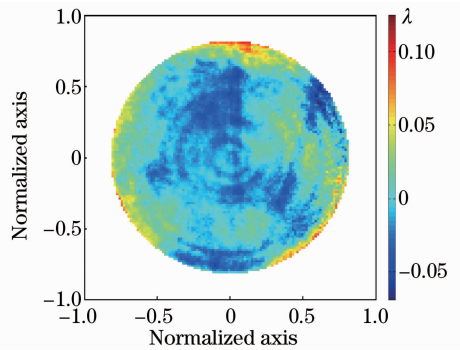


图 8 3 m 腔长下由随机移相算法得到的被测件的相位分布图
Fig. 8 Phase pattern of the flat tested at 3 m cavity length and calculated with the randomly phase shifting algorithm

表 2 计算得到的移相量
Table 2 Calculated phase steps

Phase steps	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}
Calculated value /rad	4.2664	2.8615	1.3199	5.6263	4.3763	2.8563	2.0184	6.2607	5.1131	3.9138
Phase steps	δ_{11}	δ_{12}	δ_{13}	δ_{14}	δ_{15}	δ_{16}	δ_{17}	δ_{18}	δ_{19}	
Calculated value /rad	2.4797	1.2615	5.7751	4.6258	3.1521	1.7295	0.0303	4.5724	3.2899	

5 结 论

波长调谐随机移相算法可以高精度地得到被测件的相位分布,在长腔长测试条件下,其不需要准确移相量的特点更是发挥了重要作用。从模拟仿真结果及实验结果可以看出,该算法只需要 10 次左右的迭代计算即可得到相位分布,计算速度

快。同时,在长腔长测试条件下或者其他不能得到准确移相量的情况下,其计算精度比定步长移相算法要高,可以解决此时的相位计算问题。

参 考 文 献

1 C. R. Wolfe, J. K. Lawson. The measurement and analysis of wavefront structure from large aperture ICF optics[C]. SPIE,

- 1995, **2633**: 361~385
- 2 Leslie L. Deck, James A. Soobitsky. Phase-shifting via wavelength tuning in very large aperture interferometers[C]. *SPIE*, 1999, **3782**: 432~442
- 3 Chiayu Ai, Robert Knowlden, Joseph Lamb. Design of a 24" phase shifting interferometer[C]. *SPIE*, 1996, **2870**: 565~572
- 4 Zhu Rihong, Chen Lei, Gao Zhishan *et al.*. Near infrared large aperture (24 inches) interferometer system development[C]. Fringe 2009: 6th Internatioanl Workshop on Advanced Optical Metrology, 2009. 705~708
- 5 Yu Yingjie, Zhang Benhao, Jiao Yunfang. Algorithms of the phase-shifting interferometer via wavelength tuning[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, **11**(6): 560~566
于瀛洁, 张本好, 焦云芳. 波长移相干涉仪的算法研究[J]. *光学精密工程*, 2003, **11**(6): 560~566
- 6 Guo Renhui, Li Jianxin, Zhu Rihong *et al.*. Wavelength-tuned phase-shifting calibration based on the Fourier transform in time domain[C]. 2009 IEEE International Conference on Service Operations, Logistics and Informatics, 2009. 371~375
- 7 Chai Liqun, Xu Qiao, Yu Yingjie *et al.*. 500-mm-aperture wavelength-tuning phase-shifting interferometer [C]. *SPIE*, 2005, **5856**: 589~596
- 8 C. Joenathan. Phase measuring interferometry algorithms[C]. *SPIE*, 1995, **2622**: 514~521
- 9 Qian Kemao. Comparison of some phase shifting algorithms with a phase of $\pi/2$ [C]. *SPIE*, 2001, **4596**: 310~313
- 10 Wang Ming, Hao Qun, Zhu Qiudong *et al.*. Anti-disturbance phase-shifting interferometry method time-and-frequency-domain[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112005
- 王 明, 郝 群, 朱秋东 等. 时频域双重分析法抗干扰移相干涉术[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1112005
- 11 Yuan Qun, Gao Zhishan, Li Jianxin *et al.*. Phase extraction algorithms of multi-beam interference based on $\pi/4$ phase-shifting averaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112004
袁 群, 高志山, 李建欣 等. 基于 $\pi/4$ 相移平均的多光束干涉相位提取算法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1112004
- 12 In-Bok Kong, Seung-Woo Kim. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting [J]. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(1): 183~187
- 13 In-Bok Kong, Seung-Woo Kim. Portable inspection of precision surfaces by phase-shifting interferometry with automatic suppression of phase-shift errors [J]. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(5): 1400~1404
- 14 Zhaoyang Wang. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(14): 1671~1673
- 15 Xu Jiancheng, Xu Qiao, Chen Jianping. Spatial-carrier phase-shifting algorithm based on least-squares iteration [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(4): 592~596
徐建程, 许 乔, 陈建平. 基于最小二乘迭代的空载波相移算法[J]. *中国激光*, 2008, **35**(4): 592~596
- 16 Zhu Rihong, Chen Jinbang, Wang Qing *et al.*. A new algorithm on phase shifting interferometry—the overlapping averaging 4-frame algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(2): 1288~1293
朱日宏, 陈进榜, 王 青 等. 移相干涉术的一种新算法: 重叠四步平均法[J]. *光学学报*, 1994, **14**(12): 1288~1293

栏目编辑:何卓铭