各向异性板中激光激发 Lamb 波的数值模拟

许伯强1 陈丽娟1 徐桂东1 徐晨光1 (¹江苏大学理学院,江苏镇江 212013) (²江苏大学土木工程与力学学院,江苏镇江 212013)

摘要 基于谱有限元法和模态展开法,针对各向异性薄板,建立激光激发 Lamb 波的数值模型,得到各向异性薄板 中 Lamb 波沿不同方向传播的色散曲线及 Lamb 波的传播特性。数值模拟结果表明,谱有限元法能快速有效地计 算各向异性板中导波的相速度、群速度,结合模态展开法能够得到任何方向激光激发的 Lamb 波;Lamb 波沿不同 方向传播的速度及色散特性与材料的各向异性性质相关。数值模拟为更好地理解复杂介质中导波的传播、指导激 励信号的选择及识别检测信号的模态提供了理论依据。

关键词 激光技术;Lamb 波;谱有限元法;模态展开法;各向异性

中图分类号 TN249; O426.2 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.0303008

Numerical Simulation of Laser-Generated Lamb Waves in **Anisotropic Plates**

Xu Baiqiang¹ Chen Lijuan¹ Xu Guidong¹ Xu Chenguang¹ Luo Ying²

¹ Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China

 $igvee_{2}$ Faculty of Civil Engineering and Mechanics , Jiangsu University , Zhenjiang , Jiangsu 212013 , China /

Abstract Numerical model for laser-generated Lamb waves is established based on spectral finite element method and modal expansion method. The dispersion curves and propagation characteristics of laser-generated Lamb wave propagating along different directions are simulated. The simulation results show that phase velocity and group velocity of guided waves in anisotropic plates can be calculated efficiently by using spectral finite element method. And the laser-generated Lamb wave can be simulated in any direction by combining spectral finite element method with the modal expansion method. Furthermore, propagation velocity and dispersion characteristics of Lamb waves in different directions are closely related to the anisotropy of the material. The numerical simulation provides a theoretical basis for better understanding of the propagation of guided wave, the choice of excited signal and the identification of detected signal in the complex media.

Key words laser technique; Lamb wave; spectral finite element method; modal expansion method; anisotropy OCIS codes 140.3460; 310.2790; 070.7345

1 弓[

言

激光超声技术具有非接触超声激发与探测的优 点,能够激发出宽频带、多模态的超声波。近年来有 许多研究者对该技术开展了理论与实验研究,并将 其用于材料的无损检测和性能评价[1~5]。高分子材 料和纤维增强复合材料等新型材料广泛应用于航 空、汽车等制造业,使得各向异性材料中超声波的激 发、传播、色散及其与缺陷的相互作用成为亟需解决 的基础性问题。由于 Lamb 波在各向异性材料中传 播的复杂性,因此研究激光激发 Lamb 波对各向异 性材料的定量无损检测和性能评价十分重要。

在激光激发超声波的早期研究中, Sontag^[6]等 指出脉冲激光技术是有效的 Lamb 波激发和检测方 法。Hutchins^[7]将激光激发 Lamb 波技术用于板的

收稿日期: 2011-09-19; 收到修改稿日期: 2011-11-30

基金项目: 国家 863 计划(2009AA03Z107)、国家自然科学基金面上项目(11172114)和江苏省高校自然科学研究重大项 目(10KJA140006)资助课题。

作者简介:许伯强(1963—),男,博士,教授,主要从事激光超声与无损检测等方面的研究。E-mail: bqxu@ujs.edu.cn

光

厚度及弹性参数的测量。基于解析法的激光激发超 声波的理论研究,主要采用格林函数法^[8]、简正模态 展开法^[9]和双积分变换法^[10]。格林函数法采用点 源模型,忽略了激光作用的热穿透效应而成为表面 热源。简正模态展开法比较适合于薄板中 Lamb 波 的分析,因为薄板中仅存在几个低阶 Lamb 波传播 模态。板的厚度增加时,由于高阶模态的出现,将会 增加计算的复杂程度。双积分变换法通过对时间的 拉普拉斯变换和空间的傅里叶变换,得到变换域的 热弹控制方程,该方程的求解相对较容易。但是,要 得到时域的解,需要借助于数值联合拉普拉斯-傅里 叶逆变换或数值联合拉普拉斯-汉克尔逆变换,而数 值联合逆变换的操作比较困难。解析法通常只适用 于求解规则的几何模型,而有限元法能够灵活处理 复杂的几何模型,而目能够得到全场数值解。Xu 等[11] 基于三维时域有限元方法,研究了横观各向同 性材料中激光激发 Lamb 波的传播特征。由于采用 的是三维模型计算,因此需要较多的内存资源和计 算时间。最近,有限元频域算法^[12~14]被用于激光激 发 Lamb 波的数值模拟,通过对时域动力学方程进 行傅里叶变换,将瞬态时域方程变换为稳态频域方 程进行求解,进而利用逆傅里叶变换得到 Lamb 波 的时域波形,并分析了 Lamb 波基本模态的色散特 征。该方法与时域有限元法相比计算内存和时间明 显减少。Mukdadi 等^[15]基于半解析有限元法,采用 脉冲激光等效力源,分析了具有矩形截面层状板中 宽高比对瞬时超声导波的影响,但没有分析材料的 各向异性对导波传播特性的影响。

本文针对各向异性薄板中 Lamb 波的色散特性 及激光激发 Lamb 波的传播特性,利用谱有限元法 建立 Lamb 波的色散方程,得到 Lamb 波的色散曲 线和特征模态,结合模态展开法得到各向异性材料 中的 Lamb 波。分析了各向异性薄板中导波沿不同 方向传播的相速度和群速度色散特征,并研究了各 向异性对 Lamb 波传播特性的影响。

2 理论方法和数值模型

2.1 频率-波数域控制方程

考虑一块厚度为 h 的均匀线弹性纤维增强复合 平板,如图1所示。在直角坐标系 Oxyz 中,Oxy 与样 品表面平行,z 轴垂直于样品表面,纤维方向与 x 轴 的夹角为θ。假设脉冲激光线源平行于 y 轴,并沿 z 轴负方向辐照到样品表面,此时激光激发超声波问 题可简化为 Oxz 平面内的平面应变模型求解,如



图 2 平面应变。(a)有限元模型;(b)单元自由度 Fig. 2 Plane strain. (a) Finite element model;

(a)

(b) degree of freedom of element

当超声波在 Oxz 平面内传播时,各质点的位移、应力和应变场可分别表示为

 $\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_x & u_z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{zx} & \sigma_{zx} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$ $\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zx} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad (1)$

式中上标 T 表示转置,在线弹性材料中,(1)式三个 变量之间满足应力应变本构关系及应变位移关系, 其矩阵形式

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \left[\boldsymbol{L}_{x} \frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{L}_{z} \frac{\partial}{\partial z}\right]\boldsymbol{u}, \qquad (2)$$

式中*C*是材料的弹性刚度矩阵, $L_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^1$,

 $\boldsymbol{L}_{z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$

利用哈密顿变分原理可以得到超声波的控制方 程^[16]的弱形式为

 $\int_{V} \delta(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}) \dot{\boldsymbol{\mu}} \, \mathrm{d}V + \int_{V} \delta(\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}) \boldsymbol{C} \boldsymbol{\varepsilon} \, \mathrm{d}V = \int_{V} \delta(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}) \boldsymbol{t} \, \mathrm{d}V, \quad (3)$

式中V表示整个求解域和边界, ρ是材料的密度, 点符号表示变量对时间的导数, t是作用于结构上的外力。

如图 2(a)所示,沿 z 轴用一维单元在板的厚度 方向进行有限元离散,将板划分为 N 个子层,并采 用图 2(b)所示的三节点二次单元形式,则单元中位 移表达式的离散形式可表示为

$$\boldsymbol{u}_{e}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},t) = \boldsymbol{N}(\boldsymbol{z})\boldsymbol{q}(\boldsymbol{x},t), \qquad (4)$$

式中 N(z)和 q 分别为单元的形函数和各节点位移

向量,具体形式为

$$\mathbf{N}(z) = \begin{bmatrix} (1-3\hat{z}+2\hat{z}^2)\mathbf{I} & (4\hat{z}-4\hat{z}^2)\mathbf{I} & (-\hat{z}+2\hat{z}^2)\mathbf{I} \end{bmatrix},$$
(5)

 $q = \begin{bmatrix} U_{1x} & U_{1z} & U_{2x} & U_{2z} & U_{3x} & U_{3z} \end{bmatrix}^{T}$, (6) 式中 I 为 2×2 单位矩阵, $z = (z - z_1)/\Delta$, z_1 和 Δ 分 别为单元的第一个节点坐标和长度。将(4)式代入 (2)式得单元应变向量为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{e}(x,z,t) = \boldsymbol{B}_{1}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{B}_{2}\boldsymbol{q}_{x}, \quad (7)$$

式中 $\boldsymbol{B}_{1} = \boldsymbol{L}_{z}\boldsymbol{N}_{z}, \boldsymbol{B}_{2} = \boldsymbol{L}_{x}\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N}_{z}$ 表示形函数矩阵对 z
的导数。因此,单元内任一点的应力向量可表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_{e}(x,z,t) = \boldsymbol{C}_{e}\boldsymbol{\varepsilon}_{e}.$$
 (8)

用 n_e表示划分单元的总数,将(4),(7),(8)式 代入(3)式得

$$\int_{z} \{ \bigcup_{e=1}^{n_{e}} \delta \boldsymbol{q}^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{m}_{e} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{k}_{1} \boldsymbol{q} + \boldsymbol{k}_{2} \boldsymbol{q}_{x} - \boldsymbol{k}_{3} \boldsymbol{q}_{xx} - \boldsymbol{f}] \} \mathrm{d}\boldsymbol{z} = 0,$$
(9)

式中

$$\begin{cases} \mathbf{k}_{1} = \int_{z_{j}}^{z_{j+1}} \mathbf{B}_{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{e} \mathbf{B}_{1} \mathrm{d} z, \\ \mathbf{k}_{2} = \int_{z_{j}}^{z_{j+1}} (\mathbf{B}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{e} \mathbf{B}_{1} - \mathbf{B}_{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{e} \mathbf{B}_{2}) \mathrm{d} z, \\ \mathbf{k}_{3} = \int_{z_{j}}^{z_{j+1}} \mathbf{B}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{e} \mathbf{B}_{2} \mathrm{d} z, \\ \mathbf{m}_{e} = \int_{z_{j}}^{z_{j+1}} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \rho_{e} \mathbf{N} \mathrm{d} z, \quad \mathbf{f} = \int_{z_{j}}^{z_{j+1}} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} t \mathrm{d} z. \end{cases}$$
(10)

应用标准的有限元组装(9)式,并考虑变分量取 值的任意性,得到控制方程的离散方程组

 $M\ddot{U} + K_1U + K_2U_x - K_3U_{xx} = F$, (11) 式中U(z,t)和F(z,t)分别为节点位移q和节点力 f组装后的向量。对(11)式作时间和空间傅里叶变换

$$\hat{\boldsymbol{U}} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \boldsymbol{U}(z,t) \exp[\mathrm{i}(kx - \omega t)] \mathrm{d}z \mathrm{d}t, \quad (12)$$

就可得到频率-波数域的控制方程

 $\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 + i\mathbf{k}\mathbf{K}_2 + \mathbf{k}^2\mathbf{K}_3 - \boldsymbol{\omega}^2\mathbf{M} \end{bmatrix}_M \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}}, \quad (13)$ 式中 $\boldsymbol{\omega}$ 是角频率, \mathbf{k} 是 x 轴方向的波数, \mathbf{i} 是虛数单 位, $M = (2 \times N + 1) \times 2$ 为方程的自由度。

2.2 色散特征

将(13)式变换为

$$[\boldsymbol{A} - \boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{B}]_{2M}\boldsymbol{V} = \boldsymbol{P}, \qquad (14)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{K}_{1} - \boldsymbol{\omega}^{2} \mathbf{M} \\ \mathbf{K}_{1} - \boldsymbol{\omega}^{2} \mathbf{M} & \mathbf{K}_{2} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{1} - \boldsymbol{\omega}^{2} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{3} \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{U}} & \gamma \hat{\mathbf{U}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{\mathbf{F}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \gamma = \mathrm{i}k.$$

$$g \mathcal{H} \mathfrak{I}(14) \mathfrak{I} \mathfrak{O} \mathfrak{h} \mathfrak{H} \mathfrak{T} \mathcal{N} \mathfrak{M}, \mathfrak{K} \mathfrak{K} \mathfrak{L}$$

$$\det \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \gamma \mathbf{B} \end{bmatrix}_{2M} = 0, \quad (15)$$

上式即为导波的色散方程。对于每一个给定的频率 ω 就有 m = 1 - 2M 个特征值 γ^m ,进而得到波数 k^m , k^m 的实部表示波沿 x 轴传播的波数,虚部则表示波 幅度的衰减。与每一个特征值 γ^m 相关的左、右复特 征向量 V_{L}^m , V_{R}^m 表示板厚方向第 m 个模态的位移幅 度,也就是波结构。左右复特征向量满足下列双正 交关系:

$$\begin{cases} (\mathbf{V}_{\mathrm{L}}^{p})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}^{m} = \delta_{pm} D_{m} \\ (\mathbf{V}_{\mathrm{L}}^{p})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{V}_{\mathrm{R}}^{m} = \delta_{pm} \gamma^{m} D_{m} \end{cases} \quad (p, m = 1, 2, \cdots, 2M).$$

$$(16)$$

导波的相速度可以根据定义 $c_{ph}^{m} = \omega/k_{Re}^{m}$ 直接求出,在弹性材料中,导波的能量传播速度与群速度一致^[17],波导各模态的群速度可通过下式计算得到^[18]:

$$c_{g}^{m} = \frac{(\hat{\boldsymbol{U}}_{L}^{m})^{\mathrm{T}} (2\gamma^{m}\boldsymbol{K}_{3} + \boldsymbol{K}_{2})\hat{\boldsymbol{U}}_{R}^{m}}{2\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{U}_{L}^{m})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\hat{\boldsymbol{U}}_{R}^{m}}, \qquad (17)$$

通过循环的方法,在给定的频率范围内对每一个频 率ω进行计算,即可得到导波的色散曲线。

2.3 时域波形

利用模态展开法,(14)式的解向量 V 可以用色 散方程(15)式的右特征向量 V^m_R 展开

$$\mathbf{V} = \sum_{m=1}^{2M} \alpha_m \mathbf{V}_{\mathrm{R}}^m, \qquad (18)$$

将其代入(14)式,并应用双正交关系(16)式可求出 系数 α_m 的表示形式为

$$\alpha_m = \frac{(\boldsymbol{V}_{\text{L}}^m)^{\mathsf{T}} \boldsymbol{P}}{D_m(\boldsymbol{\gamma}^m - \boldsymbol{\gamma})}, \qquad (19)$$

因此

$$\mathbf{V} = \sum_{m=1}^{2M} \frac{(\mathbf{V}_{\mathrm{L}}^{m})^{\mathrm{T}} \mathbf{P}}{D_{m}(\boldsymbol{\gamma}^{m} - \boldsymbol{\gamma})} \mathbf{V}_{\mathrm{R}}^{m}.$$
 (20)

考虑到 P 的上半部分为零,(14)式的频率-波数域 解可进一步简化为

$$\hat{\boldsymbol{U}} = \sum_{m=1}^{2M} \frac{(\boldsymbol{\gamma}^m \hat{\boldsymbol{U}}_{\text{L}}^m)^{\text{T}} \hat{\boldsymbol{F}}}{D_m (\boldsymbol{\gamma}^m - \boldsymbol{\gamma})} \hat{\boldsymbol{U}}_{\text{R}}^m. \tag{21}$$

对上式中的波数应用逆傅里叶变换,并应用留数定 理可得到空间-频率域的解

$$\widetilde{\boldsymbol{U}}(x;\boldsymbol{\omega}) = -\operatorname{i}_{m=1}^{M} \frac{(\boldsymbol{\gamma}^{m} \widehat{\boldsymbol{U}}_{L}^{m})^{\mathrm{T}} \widehat{\boldsymbol{F}}}{D_{m}} \widehat{\boldsymbol{U}}_{R}^{m} \exp(-\boldsymbol{\gamma}^{m} x),$$
(22)

式中 m 取 1-M 个沿 x 轴正方向传播的模态。为了 获得位移场的时域响应,需要对(22)式中的时间应 用逆傅里叶变换,此时时域位移 U(x,t)可表示为

$$\boldsymbol{U}(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{\boldsymbol{U}}(x;\boldsymbol{\omega}) \boldsymbol{F}(\boldsymbol{\omega}) \exp(\mathrm{i}\boldsymbol{\omega}t) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}, \quad (23)$$

式中 $F(\omega)$ 是时域线源 f(t)的傅里叶变换。为了解 决部分模态存在截止频率的问题,上式积分时,可在 频率 ω 中引入一个很小的虚部 η ,则(23)式可写 成^[15]

$$U(x,t) = \frac{\exp(\eta t)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(x;\omega - i\eta) \times F(\omega - i\eta) \exp(i\omega t) d\omega, \qquad (24)$$

式中 $\mathbf{F}(\omega - i\eta) = \int_{0}^{t_{d}} \exp(-\eta t) f(t) \exp(-i\omega t) dt, t_{d}$ 表 示激励源的持续时间。

3 数值模拟结果与讨论

3.1 激光与材料参数

数值模拟材料为纤维增强型复合材料^[11],它具 有横观各向同性特征。如图 1 所示,当波的传播方 向 *x* 与纤维方向夹角为θ 时,可通过变换矩阵^[19]计 算出材料在波传播方向的刚度参数。材料的密度及 刚度参数见表 1,刚度参数中纤维方向用 1 表示。

衣工 纤细增蚀型发育材料参	数
---------------	---

Table 1	Parameters	of	fiber	reinforced	composite	material
---------	------------	----	-------	------------	-----------	----------

Density /(kg/m ³)		ρ	1580	
Stiffpagg	c_{11}	128.2	$c_{22} = c_{33}$	14.9
Constant (CD)	C_{23}	7.3	$c_{12} = c_{13}$	6.9
Constant / GPa	C_{44}	3.8	$c_{55} = c_{66}$	6.7

脉冲激光作用可以产生谐波,其等效力源可表 示为^[12]

$$f(t) = \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2} \omega_c^2\right] \sin(\omega_c t),$$

$$0 \le t \le t_d, \qquad (25)$$

式中 σ 表示激光脉冲宽度的控制参量, t_0 表示脉冲 的延迟时间, $\omega_c = 2\pi f_c$ 表示脉冲的中心圆频率,本 文分别取 $\sigma = 0.5$, $t_0 = 2 \mu s$, $f_c = 0.5 MHz_o$ 图3(a) 和(b)分别给出了脉冲激光等效力源f(t)的时域波 形和频谱。

3.2 结果与讨论

根据激光激发 Lamb 波的数值模型,数值模拟





选用 0.1 mm 纤维增强型复合板,先计算 Lamb 波 的特征模态,同时可以得到色散曲线,然后再计算瞬态 Lamb 波。

图 4 给出了 Lamb 波沿 0°,45°和 90°方向传播 的相速度和群速度色散曲线。由图中可以看出,基 本模态 A0 和 S0 存在于整个频率范围,高阶模态在 频率高于各自的截止频率时才会出现,而且随着频 率的增加,模态数也在增加。在频率较低时,S0模 态表现出弱色散特性,A0模态则具有很强的色散特 性。当 Lamb 波沿纤维方向($\theta=0^{\circ}$)传播时,S1 模态 在较宽的频率范围内保持弱色散状态,当 $\theta=45^{\circ}$ 时, 该现象的频率范围变窄,当 Lamb 波垂直于纤维方 向(θ=90°)传播时,则没有出现该现象。随着 Lamb 波的传播角度 θ 从 0° 到 90° 变化,各个模态的速度逐 渐降低,但降低的幅度不尽相同,S0模态速度降低 的幅度比 A0 模态大。从群速度曲线可以清晰地看 出,各高阶模态的截止频率也随着传播角度的增加 而降低。而且图中 S1 和 S2 模态还出现了负群速 度, $\theta=0$ °时,S2 模态存在较大的负群速度,当 θ 增大 到 90°时,负群速度现象转移到了 S1 模态。可见各 向异性材料中 Lamb 波的色散特性会随传播方向变 化发生较大的改变。

由图 3(b)可以看出,激励信号的最高频率为 4 MHz,则数值模型中频厚积小于 0.4 MHz•mm。 结合图 4 色散曲线可知,模型中采用的激光源主要 激励出低频 A0 和 S0 模态。图 5(a)显示了 Lamb 波沿纤维方向(θ=0°)传播时,接收点距激光源分别 为 3,6,9 mm 的表面垂直位移。结果表明,S0 模态 先于 A0 模态到达接收点,同时 S0 模态的幅度远小 于 A0 模态。S0 模态基本没有色散,而 A0 模态则 呈现明显的色散现象,表现为高频信号比低频信号 先到达接收点。随着传播距离的增加,A0 模态的色



图 4 Lamb 波沿 0°,45°和 90°方向传播的相速度和群速度色散曲线

Fig. 4 Dispersion curves of phase velocity and group velocity of Lamb wave propagating along the direction of 0°, 45° and 90°



图 5 距激发源 3,6,9 mm 处 Lamb 波的表面垂直位移。(a)沿纤维方向;(b)垂直于纤维方向 Fig. 5 Surface normal displacement of Lamb wave with source-receiver distances of 3, 6 and 9 mm respectively.

(a) Parallel to the fiber direction; (b) perpendicular to the fiber direction

散更加明显,同时其幅度也在减小。图5(b)为 Lamb 波垂直于纤维方向(*θ*=90°)传播时,接收点距 激光源分别为3,6,9 mm 的表面垂直位移。这些波 形显示 Lamb 波的垂直位移波形以 A0 模态为主, 波形的色散比图 5(a)中明显,在较短的接收距离就 能明显看到 A0 模态的色散。

比较图 5(a)和(b),可以看到沿纤维方向传播 的 S0 模态的速度要大于垂直于纤维方向的速度, A0 模态也有类似特点。这是由于沿纤维方向的刚 度参数大于垂直于纤维方向的刚度参数。同时,垂 直于纤维方向的 A0 模态色散现象比沿着纤维方向 传播的 A0 模态色散明显。为了理解 Lamb 波沿不 同方向传播的特性,图 6 给出了接收点和激励源距 离为6 mm,Lamb 波的传播角度分别为 0°、30°、60° 和 90°时的表面垂直位移。从图 6 可以看出,随着传 播角度的增大,S0 模态的速度变化较大,A0 模态速 度变化较小。而且 S0 模态几乎没有色散,A0 模态 的色散程度在不同传播方向有明显的差异。很明 显,各向异性材料中 Lamb 波的传播特性与不同方 向的刚度参数有关。因此,用 Lamb 波对各向异性 材料进行无损检测时要充分考虑波的传播方向对传 播特性的影响。Lamb 波随传播角度变化的特性与 图 4 中色散曲线所展现的一致,说明色散曲线能够 用于指导实际检测中激励信号的选择和接收信号的 分析。



图 6 距激发源 6 mm, Lamb 波沿不同方向传播的 表面垂直位移

Fig. 6 Surface normal displacement of Lamb wave with source-receiver distance of 6 mm and propagating direction varying from 0° to 90°

4 结 论

结合谱有限元法和模态展开法建立了脉冲激光 在各向异性材料中激发超声波的快速高效的数值模 型。模型的计算时间主要依赖于波导截面有限元网 格的划分和信号的采样频率,网格的大小与最大激 励频率相关,较高的采样频率可以保证计算结果的 精确度,与有限元法中瞬态波的传播问题相比,该方 法可以明显地减少计算时间和内存消耗。模拟研究 了纤维增强型复合板中激光激发 Lamb 波沿不同方 向传播的色散曲线和瞬态波形。结果表明,Lamb 波的传播特性与材料中不同方向的刚度参数密切相 关,色散曲线能够为 Lamb 波的激发和接收信号的 分析提供指导,为进一步研究黏弹性复杂介质中超 声波的产生、传播及色散特性提供有效的工具。

参考文献

- 1 J. C. Cheng, S. Y. Zhang. Quantitative theory for lasergenerated Lamb waves in orthotropic thin plates [J]. Appl. Phys. Lett., 1999, 74(14): 2087~2089
- 2 Ni Xiaowu, Chen Xiao, Xu Baiqiang et al.. Study of laser-

generated transient Lamb wave by experiment and numerical simulation [J]. J. Nanjing University of Science and Technology, 2003, **27**(5): 588~594

倪晓武,陈 笑,许伯强等.激光激发瞬态 Lamb 波的实验检测 与数值模拟[J]. 南京理工大学学报,2003,27(5):588~594

3 Xu Baiqiang, Ni Xiaowu, Shen Zhonghua et al.. Numerical simulation of laser-generated ultrasounic by finite element method in the plate material [J]. Chinese J. Lasers, 2004, 31 (5): 621~625

许伯强,倪晓武,沈中华等.激光激发板状材料中超声导波的有限元数值模拟[J].中国激光,2004,**31**(5):621~625

4 Wang Jingshi, Xu Xiaodong, Liu Xiaojun *et al.*. Low pass effect of surface defect metal based on laser ultrasonic[J]. *Acta Physica Sinina*, 2008, **57**(12): 7765~7768

王敬时,徐晓东,刘晓峻等.利用激光超声技术研究表面微裂纹 缺陷材料的低通滤波效应[J].物理学报,2008,**57**(12): 7765~7768

5 Dong Liming, Ni Chenyin, Shen Zhonghua et al.. Determination of elastic constants of materials based on the velocity measurement of laser-generated multi-mode ultrasound [J]. Chinese J. Lasers, 2011, 38(4): 0408004

董利明,倪辰荫,沈中华等.基于激光激发多模态超声波速测量的材料弹性常数测定[J].中国激光,2011,38(4):0408004

- 6 H. Sontag, A. C. Tam. Optical monitoring of photoacoustic pulse propagation in silicon wafers [J]. Appl. Phys. Lett., 1985, 46(8): 725~727
- 7 D. A. Hutchins, K. Lundgren, S. B. Palmer. A laser study of transient Lamb waves in thin materials [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1989, 85(4): 1441~1448
- 8 L. R. F. Rose. Point-source representation for laser-generated ultrasound[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1984, 75(3): 723~732
- 9 J. C. Cheng, Y. H. Berthelot. Theory of laser-generated transient Lamb waves in orthotropic plates [J]. J. Phys. D: Appl. Phys., 1996, 29(7): 1857~1867
- 10 F. A. McDonald. On the precursor in laser-generated ultrasound waveforms in metals [J]. Appl. Phys. Lett., 1990, 56 (3): 230~232
- 11 B. Q. Xu, J. Feng, G. D. Xu *et al.*. Laser-generated thermoelastic acoustic sources and Lamb waves in anisotropic plates[J]. *Appl. Phys. A.*, 2008, **91**(1): 173~179
- 12 Sun Hongxiang, Xu Baiqiang. Numerical analysis of lasergenerated Lamb waves by finite element method in time and frequency domain[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 537~542 孙宏祥,许伯强. 激光激发 Lamb 波的有限元时域和频域数值分 析[J]. 中国激光, 2010, **37**(2): 537~542
- 13 Hongxiang Sun, Baiqiang Xu, Guidong Xu et al.. Study on lasergenerated Lamb waves propagation in viscoelastic and anisotropic plate[J]. Chin. Opt. Lett., 2010, 8(8): 776~779
- 14 Pan Bo, Gao Qian, Zhang Hua. Three-dimensional finite element simulations of laser-generated Lamb wave on viscoelastic thin plates[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2010, 47 (12): 121401
- 潘 波,高 倩,张 华. 黏弹性薄板中激光激发兰姆波的三维 有限元模拟[J]. 激光与光电子学进展,2010,47(12):121401
- 15 O. M. Mukdadi, S. K. Datta. Transient ultrasonic guided waves in layered plates with rectangular cross section [J]. J. Appl. Phys., 2003, 93(11): 9360~9370
- 16 S. Finnveden, M. Fraggstedt. Waveguide finite elements for curved structures[J]. J. Sound Vib., 2008, 312(4-5): 644~671
- 17 A. Bernard, M. J. S. Lowe, M. Deschamps. Guided waves energy velocity in absorbing and non-absorbing plates [J]. J. Acoust. Soc. Am., 2001, 110(1): 186~196
- 18 G. R. Liu, K. Y. Dai, X. Han *et al.*. Dispersion of waves and characteristic wave surfaces in functionally graded piezoelectric plates[J]. J. Sound Vib., 2003, 268(1): 131~147
- 19 I. Bartoli, A. Marzani, F. Lanza di Scalea *et al.*. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section[J]. *J. Sound Vib.*, 2006, **295**(3-5): 685~707