# 基于"2+1"相移算法的正交复合光三维测量方法

## 翟爱平 曹益平 何宇航

(四川大学光电科学技术系,四川 成都 610064)

**摘要** 提出一种基于"2+1"相移算法的正交复合光栅投影三维测量方法。用 2 帧相移量相差为 π/2 的正弦光栅 加 1 帧背景光代替传统正交复合光栅相位测量轮廓术(OCGPMP)中 3 帧等相移正弦光栅,并将受背景项调制的载 波频谱放在受 2 帧正弦相移光栅调制的载波频谱中间,由于背景项只有直流分量对载波的调制,与相邻调制载波 交流调制成分不会发生频谱混叠,从而拓展了两相移光栅的载波频谱宽度,有效减少了频谱混叠,降低了相位测量 误差。计算机仿真和实验结果表明,该方法将测量精度提高到传统 OCGPMP 的 1.74 倍。 关键词 测量;三维测量;正交复合光栅;频谱混叠;相位算法

中图分类号 TN247 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.0208003

## 3D Measurement with Orthogonal Composite Structure Light Based on Two-Plus-One Phase-Shifting Algorithm

Zhai Aiping Cao Yiping He Yuhang

(Department of Opto-Electronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract A novel method is proposed from the perspective of restructuring the image patterns to be modulated to restrain the spectrum overlap. Three sinusoidal gratings with equal phase shift in traditional orthogonal composite grating based phase measurement profilometry (OCGPMP) are replaced by two sinusoidal gratings having  $\pi/2$  phase shift and a uniform flat image. Moreover, set the spectrum modulated by the flat image between the spectra modulated by two of the sinusoidal gratings. For the flat image, carrier is only modulated by the direct current component. Therefore the spectrum overlap between the adjacent carrier channels is smaller than the traditional OCGPMP. Simulation and experiment results prove the new method can effectively restrain the effect of spectrum overlap, and improve the measurement accuracy more than 1.74 times.

Key words measurement; three dimensional measurement; orthogonal composite grating; spectrum overlapping; phase algorithm

OCIS codes 120.2830; 120.5050; 120.5060; 120.4570

## 1 引

言

物体的三维面形是物体最为重要的特征之一。 而三维面形测量是获取物体形态特征的一种重要手段,也是记录、比较、复制物体形态特征的基础。光 学三维传感由于其非接触、测量精度高的优点被广 泛应用于各种领域,例如机器视觉、工业检测、社会 安全及生物医学等。

基于结构光投影的傅里叶变换轮廓术<sup>[1,2]</sup> (FTP)和相位测量轮廓术<sup>[3~5]</sup>(PMP)是比较常用的 三维测量方法。FTP 编码简单灵活,使用 1 帧条纹 进行实时测量。但在实际测量中,由于频谱泄露、频 谱混叠使得测量精度较低,只适合测量面形相对简

收稿日期: 2011-07-20; 收到修改稿日期: 2011-10-27

**基金项目:**国家 863 计划(2007AA01Z333)、国家重大专项(2009ZX02204-008)和四川省学术和技术带头人培养基金(07GRC-01)资助课题。

作者简介: 翟爱平(1982-),女,博士研究生,主要从事三维传感和光电信息处理等方面的研究。

E-mail: aipz@foxmail.com

**导师简介:**曹益平(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事三维传感、光电信息处理及光机电一体化等方面的研究。E-mail: caoyping@mail.sc. cninfo.net(通信联系人)

单和反射率均匀的物体。PMP具有点对点测量、对 环境光不敏感的优点,具有很高的测量精度<sup>[6,7]</sup>。 但由于其需要多次投影,测量速度相对较低。Guan 等<sup>[8,9]</sup>结合两种方法的优点,提出了一种投影复合 光栅的方法,将相位测量轮廓术所需的多帧正弦相 移光栅分别调制在不同载波频率上,将它们叠加在 一起组成1帧复合光栅,对摄像机获取的复合条纹 像进行滤波、解调处理可以得到各帧相移变形条纹, 然后采用传统的相位计算以及展开方法即可重建物 体的三维面形。

通常,解调出来的变形条纹精度会受到频谱混 叠的影响。基于条纹对比度、背景光以及相移的校 正<sup>[10,11]</sup>,有效抑制了频谱混叠。在投影仪和摄像机 分辨率固定的条件下,重新构造被调制光栅是一个 可行的方法。基于"2+1"相移算法的相位测量轮廓 术由 Zhang 等<sup>[12]</sup>提出,分别投影 2 帧相移量相差  $\pi/2$ 的正弦光栅和 1 帧背景光到被测物体,由于背 景光相比正弦条纹对物体面形不敏感,有效降低了 由于物体面形高速变化时带来的测量误差。本文提 出在复合光栅三维测量中,将"2+1"相移算法中的 3 帧图像叠加为 1 帧复合光栅,对复合光栅频谱进 行滤波解调处理,采用"2+1"相移算法计算物体相 位。因为背景光只有直流分量对载波的调制,从而 拉大了调制载波交流调制成分之间的频谱距离,有 效抑制了复合光栅中由频谱混叠引入的解相误差, 提高了测量精度。

## 2 基本原理

## 2.1 传统的正交复合光三维测量原理

复合结构光三维测量将 PMP 所需的正弦光栅 模式分别调制在各自不同的载波频率上,叠加后形 成1帧复合光栅模式。图1显示了复合光栅的形成 过程。复合光栅模式可以表述为

$$I^{\rm p} = C^{\rm p} + D^{\rm p} \sum_{n=1}^{N} I^{\rm p}_n \cos 2\pi f^{\rm p}_n x^{\rm p}, \qquad (1)$$

式中 C<sup>P</sup> 和 D<sup>P</sup> 为投影系数, f<sup>P</sup><sub>n</sub> 为载波频率, 所调制的 正弦光栅 I<sup>P</sup><sub>n</sub> 可以表示为

 $I_n^{\rm p} = A^{\rm p} + B^{\rm p} \cos(2\pi f_n^{\rm p} y^{\rm p} + 2\pi n/N)$ , (2) 式中  $A^{\rm p}$  表示背景, $B^{\rm p}$  表示光栅像的对比度。物体高 度调制会造成相位在  $y^{\rm p}$  方向发生改变,将  $y^{\rm p}$  称为相 位方向,将垂直于  $y^{\rm p}$  的  $x^{\rm p}$  方向称之为正交方向。



### 图 1 正交复合光栅形成过程



由于物体的反射,摄像机获得的复合光栅像可  $\phi(x,y)^{[13]}$ : 以表述为

$$I(x,y) = c^{s} + d^{s} \sum_{n=1}^{N} I_{n}^{s} \cos 2\pi f_{n}^{s} x^{s}, \qquad (3)$$

$$I_n^s = ar(x,y) + br(x,y) \times$$

$$\cos\left[2\pi f_{\phi}^{s}y^{s} + \phi(x,y) + 2\pi n/N\right], \qquad (4)$$

式中 a 表示背景,b 表示条纹像的对比度,r(x,y) 为 物体的反射率。对(3) 式进行傅里叶变换后,在频域 内正交方向设置滤波器,将各载波信号分离出来,对 分离出来的载波信号进行傅里叶逆变换,在空域内 进行幅度解调处理,可以获得各帧变形条纹 I<sup>\*</sup><sub>n</sub>。由这 N 帧变形条纹,可以得到受物体面形调制的相位

$$\phi(x,y) = \arctan\left[\frac{\sum_{n=1}^{N} I_n^{s}(x,y)\sin(2\pi n/N)}{\sum_{n=1}^{N} I_n^{s}(x,y)\cos(2\pi n/N)}\right].$$

(5)

由于采用了反正切计算,(5)式中的相位被限制在 (-π,π)内,需要进行相位展开。相位展开后,根据 相位与高度之间的映射关系<sup>[14]</sup>获得物体表面各点 的高度。

# 2.2 基于"2+1"相移算法的正交复合光栅相位测量轮廓术

基于"2+1"相移算法<sup>[12]</sup>的 OCGPMP 将(1)式 中的 3 帧等相移正弦光栅变为 2 帧正弦光栅信号和 一项直流信号分别调制进各自的载波后叠加成1帧 复合光栅,形成的复合光栅可以表示为

$$I^{\rm p} = C^{\rm p} + D^{\rm p} \sum_{n=1}^{N} I^{\rm p}_{n}(x^{\rm p}, y^{\rm p}) \cos 2\pi f^{\rm p}_{n} x^{\rm p}, \quad (6)$$

式中

$$\begin{cases} I_{1}^{p}(x^{p}, y^{p}) = A^{p} + B^{p}\cos 2\pi f_{\phi}^{p}y^{p} \\ I_{2}^{p}(x^{p}, y^{p}) = A^{p} \\ I_{3}^{p}(x^{p}, y^{p}) = A^{p} + B^{p}\sin 2\pi f_{\phi}^{p}y^{p} \end{cases}$$
(7)

式中 f<sup>\*</sup><sub>1</sub> 为载波光栅的频率,并且 f<sup>\*</sup><sub>1</sub> > f<sup>\*</sup><sub>2</sub> > f<sup>\*</sup><sub>3</sub>。将 (6)式表示的光栅投影到物体表面,摄像机采集到的 变形复合条纹像可以表示为

$$I(x,y) = cr(x,y) + \sum_{n=1}^{N} I_n^s(x,y) \cos 2\pi f_n^s x,$$
(8)

式中 *c* 为复合条纹系数,*f*<sup>\*</sup>,为载波频率。通过对(8) 式表示的复合条纹像进行傅里叶变换、滤波和逆傅 里叶变换,可以获得 3 个调制载波为

$$\begin{cases}
I_{1}^{c}(x,y) = \{ar(x,y) + br(x,y) \times \\
\cos[2\pi f_{\phi}^{s}y + \phi(x,y)]\}\cos 2\pi f_{1}^{s}x \\
I_{2}^{c}(x,y) = ar(x,y)\cos 2\pi f_{2}^{s}x \\
I_{3}^{c}(x,y) = \{ar(x,y) + br(x,y) \times \\
\sin[2\pi f_{\phi}^{s}y + \phi(x,y)]\}\cos 2\pi f_{3}^{s}x
\end{cases}$$
(9)

由于  $f_1^i > f_2^s > f_3^s$ ,又因为  $I_2^s(x,y)$ 中只有直流分量 对载波的调制,因此与传统的 OCGPMP 相比, $I_1^c(x, y)$ )和  $I_3^s(x,y)$ 的频谱可以展得更宽。对 3 个调制载 波进行幅度解调处理,得到  $I_1^s, I_2^s, I_3^s$ 。采用"2+1"算 法对得到的 2 帧变形条纹图和 1 帧灰度图进行处 理,得到物体的相位分布<sup>[12]</sup>

$$\phi(x,y) = \arctan\left[\frac{I_{3}^{s}(x,y) - I_{2}^{s}(x,y)}{I_{1}^{s}(x,y) - I_{2}^{s}(x,y)}\right] - 2\pi f_{\phi}y,$$
(10)

式中 2π*f*<sub>\$</sub>y 为参考平面的相位,可以事先求得。根据标定的系统结构参数<sup>[13]</sup>,可以获得物体的高度数据。

### 2.3 与传统方法关于频谱混叠程度的比较

物体的相位导致调制载波在正交方向出现频谱 混叠。这里只考虑调制载波的交流调制成分之间的 频谱混叠,因为交流调制成分与直流调制成分的频谱 空间距离要大于相邻两个交流调制成分之间的距离。

首先对采用3帧等相移光栅的复合条纹像频谱 进行分析。交流载波成分的频谱分布示意图如 图2(a)所示。由于 f<sub>1</sub><sup>\*</sup>、f<sub>2</sub><sup>\*</sup>和 f<sub>3</sub><sup>\*</sup>均匀地分布在频谱 空间中,并且

$$f_1^{\rm s} = f_3^{\rm s} + 2f_{\rm c}, \qquad (11)$$

$$f_2^s = f_3^s + f_c. (12)$$

以上两式中 *f*。为相邻载频之间的频率间隔。假设 物体相位在正交方向上的频谱展宽为[*f*<sub>min</sub>,*f*<sub>max</sub>], 则对于调制载波 3,为了避免频谱混叠,应该有

$$-f_3^{\rm s} + f_{\rm max} < f_3^{\rm s} - f_{\rm min}, \qquad (13)$$

$$f_3^{\rm s} + f_{\rm max} < f_2^{\rm s} - f_{\rm min}$$
, (14)

由(12)~(14)式得

$$f_{\min} + f_{\max} < 2f_3^{\rm s}$$
, (15)

$$f_{\min} + f_{\max} < f_{\rm c}. \tag{16}$$

为了减少调制载波3的直流调制成分和复合条纹零 频分量之间的混叠,一般存在

$$f_{\rm c} < f_3^{\rm s}. \tag{17}$$

结合(15)~(17)式,有

$$f_{\min} + f_{\max} < f_{\rm c}. \tag{18}$$

对于调制载波2和调制载波1,依次类推。因此,采 用三步相移调制光栅的复合光三维测量,为了避免 3个调制载波交流调制成分之间的频谱混叠,应满 足(18)式。



图 2 (a)传统以及(b)基于"2+1"相移算法的复合光栅像的频谱分布

Fig. 2 Spectra of (a) CP with traditional OCGPMP and (b) 2+1 phase shift algorithm based method

再来分析采用"2+1"相移算法的复合条纹像的 频谱。图 2(b)显示了其交流载波成分的频谱分布 示意图。对于调制载波 3,为了避免频谱混叠,除了 应该满足(13)式,还应该满足

即

$$f_3^3 + f_{\max} < f_1^3 - f_{\min},$$
 (19)

 $f_{\min} + f_{\max} < 2f_{\rm c}.\tag{20}$ 

综合(15),(17)和(20)式得出:只要满足(20)式就可

以避免调制载波3和调制载波1之间的频谱混叠。 调制载波1只与调制载波3相邻,因此也只需要满 足(20)式。

综上所述,对于采用"2+1"相移算法的复合条 纹像,为了避免3个调制载波交流调制成分之间的 频谱混叠,只需要满足(20)式。图2(b)虚线表明, 在使用相同载频的情况下,与三步等相移算法的 OCGPMP相比,采用"2+1"相移算法被测物体可以 具有更大的频谱展宽[fmin,fmax],实际上,调制载波 的频谱在正交方向上是无限扩展的,因此,如果测量 同一物体,新方法中的频谱混叠程度要小于传统 方法。

## 3 模拟及实验结果分析

用计算机模拟一个长轴为 240 pixel、短轴为 160 pixel、高度为 50 mm 的半椭球体,模拟物体以及 对应的变形复合光栅像如图 3 所示。3 个载波周期 分别为 6,8.73 和 16 pixel,被调制正弦光栅周期为 16 pixel。复合光栅像的分辨率大小为 512 pixel × 768 pixel。



图 3 模拟物体以及变形复合光栅像。(a)计算机生成的半椭球体;(b)传统正交复合光变形条纹图; (c)基于"2+1"相移算法的正交复合光变形条纹图

Fig. 3 Simulated object and the corresponding deformed composite pattern. (a) Computer generated semi-ellipsoid; (b) deformed composite pattern with traditional OCGPMP; (c) deformed composite pattern with "2+1" phase-shifting

algorithm

为了比较精度,首先采用传统的 OCGPMP 恢 复了上述物体,图 4(a)是变形复合光栅像的频谱分 布图,恢复物体的三维形貌如图 4(b)所示,图 4(c) 显示了与实际物体的误差分布,经过计算其均方差 为 0.3367 mm。

基于"2+1"相移算法的复合光栅的灰度化频谱 分布如图 4(d)所示。通过滤波、幅度解调,采用基 于"2+1"相移计算物体相位,重建的三维图像如



图 4 传统 OCGPMP 以及新方法恢复的物体 Fig. 4 Object retrieved by the traditional OCGPMP and new method

图 4(e)所示,图 4(f)显示了与实际物体的误差分 布,对应的均方差为 0.1876 mm。可见,新方法将 测量精度提高到传统 OCGPMP 的 1.79 倍。

为了验证新方法对实物的测量效果,对图 5(a) 所示的面具进行了测量。众所周知,光学三维传感 中,五步满周期相移算法具有相对较高的测量精 度<sup>[15]</sup>,所以先用五步满周期相移算法恢复被测物 体,以其测量结果作为真值,来衡量新方法的有效 性。测量系统所用的数字投影仪为 HITACHI HCP-70X,摄像机为 Kodak DC3400。数字投影仪 所投的图像大小为 800 pixel×600 pixel,3 个载波 周期分别为 6,8.7,16 pixel,所调制的正弦光栅的 周期为 12 pixel,正弦光栅像的栅线方向沿着图像 的行方向。摄像机获得的传统 OCGPMP 和新方法 的变形复合光栅像分别如图 5(b)和(c)所示,大小 为 1200 pixel×900 pixel。从复合光栅像的频谱分 布中可以得到 3 个载波周期分别为 9.8,14.3 和 26.1 pixel,解调获得的正弦条纹的周期为 20 pixel。





图 6(a),(d)分别显示了传统 OCGPMP 以及基 于"2+1"相移算法的 OCGPMP 采集到的复合条纹 像的灰度化频谱分布,比较可得,传统 OCGPMP 中 相邻两交流调制成分的频谱混叠程度要严重得多。 图 6(b)为传统 OCGPMP 方法恢复出的三维面形, 图 6(c)为与五步满周期相移算法恢复结果相比较 产生的偏差,计算其均方差为 0.203 mm。

图 6(e)为采用新方法恢复的三维面形。计算 出新方法和五步满周期相移算法恢复结果差值的均 方差为 0.117 mm,图 6(f)显示了新方法恢复的误 差。可见,新方法在实物测量时,将测量精度提高到 传统 OCGPMP 的 1.74 倍。



图 6 传统 OCGPMP 以及新方法的实验结果 Fig. 6 Experimental results by the traditional OCGPMP and new method

### 结 论 4

提出了基于"2+1"相移算法的正交复合光栅 三维测量方法。考虑到传统 OCGPMP 在实物测量 中,正交方向上总会出现一定程度的频谱混叠,将原 有的3帧满周期等相移正弦光栅替换为2帧相移量 相差 $\pi/2$ 的正弦光栅和1帧背景调制项。由于背景 光只有直流分量对载波的调制,所以新方法扩展了 调制载波交流调制成分之间的频谱距离。从理论上 比较了新方法和传统 OCGPMP 频谱混叠的程度。 计算机仿真和实验表明,新方法有效地抑制了频谱 混叠,减少了相位测量误差,将测量精度提高到原来 的 1.74 倍。

### 文 考 献 参

- 1 M. Takeda, K. Motoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. Appl. Opt., 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 Q. C. Zhang, X. Y. Su, Y. P. Cao et al. Optical 3D shape and deformation measurement of rotating blades using stroboscopic structured illumination [J]. Opt. Engng., 2005, 44 (11):  $1136011 \sim 1136017$
- 3 V. Srinivasan, H. C. Liu, M. Halioua. Automated phasemeasuring profilometry of 3D diffuse objects [J]. Appl. Opt., 1984, 23(18): 3105~3108
- 4 Y. K. Liu, X. Y. Su, Q. C. Zhang. A novel encoded-phase technique for phase measuring profilometry[J]. Opt. Express, 2011, 19(15): 37~44
- 5 F. Chen, X. Y. Su, L. Q. Xiang. Analysis and identification of phase error in phase measuring profilometry[J]. Opt. Express, 2010, 18(11): 11300~11307
- 6 Y. Surrel. Phase stepping: a new self-calibrating algorithm[J].

Appl. Opt., 1993, 32(19): 3598~3600

- 7 D. W. Phillion. General methods for generating phase-shifting interferometry algorithms [J]. Appl. Opt., 1997, 36 (31):  $8098 \sim 8115$
- 8 C. Guan, L. G. Hassebrook, D. L. Lau. Composite structured light pattern for three-dimensional video [J]. Opt. Express, 2003.11(5).406~417
- 9 C. Guan, L. G. Hassebrook, D. L. Lau. Optical processing of composite pattern structured light projection for high-speed depth measurement[C]. SPIE, 2004, 5557: 50~61
- 10 He Yuhang, Cao Yiping, Zhai Aiping. A 3-D measurement method with orthogonal composite light based on fringe contrast and background calibration [J]. Acta Optica Sinica, 2010, **30**(11): 3191~3196 何宇航,曹益平,翟爱平.基于条纹对比度和背景光校准的正交 复合光三维测量方法[J]. 光学学报, 2010, 30(11): 3191~3196
- 11 He Yuhang, Cao Yiping. Shifted-phase calibration for a 3-D shape measurement system based on orthogonal composite grating projection[J]. Optik, 2011, 122(9), 1730~1734
- 12 Song Zhang, Shing-Tung Yau. High-speed three-dimensional shape measurement system using modified two-plus-one phaseshifting algorithm[J]. Opt. Engng., 2007, 46(11): 1136031
- 13 He Yuhang, Cao Yiping, Zhong Lijun et al.. Improvement of measuring accuracy of digital phase measuring profilometry by frequency filtering [J]. Chinese J. Lasers, 2010, 37 (1):  $220 \sim 224$

何宇航,曹益平,钟立俊等.采用频域滤波提高数字相位测量轮 廓术的测量精度[J]. 中国激光, 2010, 37(1): 220~224

- 14 Li Wansong, Su Likun, Su Xianyu. Phase-measuring profilometry in big scale measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(6): 792~796 李万松,苏礼坤,苏显渝.相位检测面形术在大尺度三维形貌测 量中的应用[J]. 光学学报, 2000, 20(6): 792~796
- 15 K. Creath, J. Schmit. N-point spatial phase-measurement techniques for non-destructive testing[J]. Opt. Laser Engng., 1996, 24(5): 365~379

栏目编辑;何卓铭