阈值法对激光远场焦斑质量测量和计算的 影响

贺元兴^{1,2,3} 李新阳^{2,3}

⁽¹国防科学技术大学光电科学与工程学院,湖南长沙 410073) ²中国科学院光电技术研究所,四川成都 610209

³中国科学院自适应光学重点实验室,四川成都 610209

摘要 建立了非稳腔激光束通过大气湍流随机相屏传输至远场焦平面上的光斑强度分布模型,并考虑 CCD 像素 单元对激光能量的离散化积分采样及探测噪声的影响,以峰值斯特雷尔比 R_s、环围能量斯特雷尔比 R_{ee}和光束质量 因子 β 作为评价远场光斑质量的指标,利用蒙特卡罗法研究了在不同信噪比(SNR)和光斑分布形态情况下,采取 四种不同阈值去噪方法对远场光斑质量评价参数计算精度的影响。结果表明,足够的测量信噪比是保证光束质量 测量精度的前提,在测量信噪比和光斑分布形态给定的情况下,采取阈值为 CCD 背景噪声均值,同时保留随机噪 声起伏的去噪方法是较为合理的选择。

关键词 测量;光束质量;CCD;阈值方法;探测噪声;大气湍流随机相屏
 中图分类号 TN247 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.1208001

Influence of Threshold Method on Calculation Results of Far-Field Spot Quality

He Yuanxing^{1,2,3} Li Xinyang^{2,3}

¹ College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China

² Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China ³ Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

Abstract The far-field light intensity model of annular plane beam through Kolmogorov atmospheric turbulence is presented, and both the discrete sampling of CCD pixel and detection noise are considered as well. The parameters of peak Strehl ratio, encircled energy Strehl ratio and beam quality factor are taken to evaluate far-field spot quality, and the Monte Carlo method is used to analyze the influence of four kinds of threshold method on calculation results of far-field spot quality when signal noise ratio (SNR) or turbulence strength is different. The results show that accurately measurement results of far-field spot quality are premised on adequately high SNR; if the SNR and turbulence strength are fixed, the threshold method of subtracting average background voltage of CCD and reserving random noise is the better choice to obtain the higher calculation accuracy of spot quality.

Key words measurement; beam quality; CCD; threshold method; detection noise; turbulence atmosphere OCIS codes 040.1520; 230.5160; 010.1330; 120.4800

1 引 言

对光束质量进行可靠测量和评估是衡量激光系 统整体性能的重要前提。激光束远场能量的集中度 是反映光束质量优劣的依据,因此对光束质量的评估大多是基于测量远场焦斑的空间能量分布进行的。目前,远场焦斑的测量方法有扫描法、感光法、

导师简介:李新阳(1971—),男,研究员,博士生导师,主要从事自适应光学技术和高能激光技术等方面的研究。

收稿日期: 2012-06-26; 收到修改稿日期: 2012-08-16

作者简介:贺元兴(1984—),男,博士研究生,主要从事高能激光技术方面的研究。E-mail: yuanxing-he@163.com

烧蚀法和阵列探测法等[1],前三种测量方法存在实 时性差或不能准确定量等不足,而阵列探测法(如基 干 CCD 成像方法) 克服了前三种方法的不足, 具有 实时性好、灵敏度高和数据处理方便等诸多优点,已 经成为远场焦斑空间能量分布测量和激光光束质量 诊断的主要手段。然而在实际测量中发现,由 CCD 读出电路所引入的读出噪声、CCD 偏置电压所引入 的背景暗电平、周围环境背景引入的光子噪声以及 待测光辐射自身的光子起伏噪声等均叠加在真实光 信号上[2],不可避免地在激光远场焦斑空间能量分 布的测量和光束质量的计算中引入误差。因此, CCD 的探测噪声是制约光束质量测量精度的一个 瓶颈。为了去除或减小 CCD 探测噪声的影响,常采 用减阈值的去噪方法,即根据 CCD 背景噪声的统计 特性设置一个阈值,将 CCD 采集输出的光斑图像统 一减去该阈值并将负值置零。该去噪方法可以有效 地减小噪声的影响,但阈值选取不当反而会造成实 际光斑能量的丢失导致更大的测量误差。由于激光 远场焦斑空间能量分布的复杂性和不同探测器噪声 特性的差异,如何选取较为合理的阈值目前尚没有 定论。基于此,分析各种阈值去噪方法对光束质量 计算精度的影响,并进一步给出较为合理的阈值方 法便显得尤为迫切和重要。

本文以 CCD 探测器测量圆环形光束经大气湍 流介质传输至远场平面的光斑空间能量分布为例, 考虑 CCD 像素单元对激光能量的积分采样和探测 器自身噪声的影响,采用蒙特卡罗数值方法研究了 各种阈值去噪方法对光斑质量计算误差的影响,研 究结果为实际工程应用中选取较为合理的阈值去噪 方法提供一些指导和参考。 2 理论模型

2.1 大气湍流模型及远场焦斑分布

非稳腔激光器输出通常为环状光束,设激光发 射窗口函数为

$$P(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = f_{\text{circ}} \left(\frac{2 \sqrt{\boldsymbol{\xi}^2 + \boldsymbol{\eta}^2}}{D} \right) - f_{\text{circ}} \left(\frac{2 \sqrt{\boldsymbol{\xi}^2 + \boldsymbol{\eta}^2}}{d} \right),$$
(1)

式中(ξ , η)为发射窗内任一点p的空间坐标;D为发 射窗口外圆直径;d为窗口中心遮拦直径; $f_{cire}\begin{pmatrix} 2\rho\\D \end{pmatrix}$ 是 直径为D的圆域函数, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ 为径向坐标;激 光发射窗口中心遮拦比 $\epsilon = d/D$ 。

激光在传输过程中,众多扰动源均会引起激光波 前发生畸变,大大降低了激光远场传输的效率,而大 气湍流是其中最为重要的扰动源之一,Kolmogorov 湍流是实际应用中比较广泛的一种湍流模型。目前 比较常见的用以产生大气湍流随机相屏的方法有两 种,一种是基于功率谱反演的方法^[3],另一种是基于 空域泽尼克模式展开的方法^[4]。考虑到前一种方法 在生成相位屏数量较多时会比较耗时,而且存在随 机相屏的低频组分(尤其是倾斜像差)被低估的问 题,故采用后一种方法来产生随机相位屏。对大气 湍流畸变,通常采用单位圆域内定义的泽尼克多项 式的加权和来表示,若不考虑整体平移和倾斜像差 的影响,则大气湍流随机相位噪声为

$$\phi(\rho,\theta) = \sum_{i=4}^{N} a_i Z_i (2\rho/D,\theta), \qquad (2)$$

式中 $Z_i(\rho,\theta)$ 为第 *i* 阶泽尼克多项式; θ 为极角; a_i 为 大气湍流泽尼克像差系数,对 Kolmogorov 大气湍流,其协方差 $\langle a_i a_i \rangle$ 为^[5]

$$\langle a_{i}a_{i'} \rangle = \begin{cases} 0.0072(D/r_{0})^{5/3}(-1)^{(n+n'-2m)/2} [(n+1)(n'+1)]^{1/2} \pi^{8/3} \delta_{nm'} \times \\ \frac{\Gamma(14/3) \Gamma[(n+n'-5/3)/2]}{\Gamma[(n-n'+17/3)/2] \Gamma[(n'-n+17/3)/2] \Gamma[(n+n'+23/3)/2]}, \ i-i' \text{ is even} \end{cases}$$
(3)

$$0, \quad i-i' \text{ is odd}$$

式中 m、n 分别为第 i 阶泽尼克多项式的角向频率 数和径向自由度数。根据泽尼克像差系数协方差可 以产生满足 Kolmogorov 谱统计规律的大气湍流随 机相屏^[4]。

大气湍流整体倾斜像差占除平移像差外总像差 约87%,而且各阶泽尼克像差占总像差的比重随阶 数的增加而迅速减小,因此像差高频组分所占的比 重相对较少。对低频相位噪声而言,由于其具有较大的菲涅耳数,衍射效应弱,在传播过程中将仍然以相位形式存在而不会影响光波振幅分布的变化^[6]。因此,在研究激光通过大气湍流介质的传输问题时, 常将激光传输路径上所有相位噪声累加并等效为一 个位于发射窗口处的随机相屏,忽略振幅分布不均 匀性的影响^[7,8]。根据傅里叶光学原理,在已知发 射窗内激光波前畸变分布的情况下,在远场接收平面(x,y)点处的光强分布为^[9]

$$I(x,y) = \frac{1}{(\lambda f)^2} \left| \iint_{\infty} P(\xi,\eta) \exp[j\phi(\xi,\eta)] \times \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}(\xi x + \eta y)\right] d\xi d\eta \right|^2, \quad (4)$$

式中 φ(ξ,η) 为发射光瞳内的等效相屏分布;λ 为激 光波长;f 为传输系统有效焦距。

2.2 CCD 等效噪声模型及探测光强空间分布

CCD 光敏面由一系列像素构成,每个像素对应 一光敏单元,每个光敏单元收集入射其中的光子信 号并将其转化为光电流输出,从而完成对入射激光 能量空间分布的探测。由于每个光敏单元具有有限 的空间尺寸,为简单起见,可假设光敏单元尺寸与像 素尺寸相等,CCD 探测激光能量空间分布的过程实 质上是光敏单元对入射激光能量分布做滤波再采 样^[10],即

$$I_{\rm sa}(x,y) = \sum_{i=-L/2}^{L/2-1} \sum_{j=-M/2}^{M/2-1} \delta(x-i\Delta, y-j\Delta) \times [I(x,y) \otimes a(x,y)], \qquad (5)$$

式中 L、M分别为 CCD 光敏面沿 x方向和 y方向的 像素数; Δ 为像素大小; \otimes 表示卷积;a(x,y)为像素 窗口函数, $a(x,y) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, |y| \leq 1\\ 0, & \text{other} \end{cases}$

除 CCD 像素单元的非理想积分采样外,环境背 景光噪声、信号光子噪声、CCD 暗电平以及由读出 电路产生的读出噪声均叠加在探测信号上。背景光 噪声服从泊松分布,文献[11]指出,当入射的背景光 子数的均值大于 10 时,泊松统计规律可用高斯随机 分布来近似处理;信号光子噪声在入射光子流较强 时其影响较小可以忽略;CCD 本底暗电平为一常数 而不随时间变化,但读出电路噪声满足高斯随机分 布。由于以上各噪声间是互不相关的,在分析其对 激光参数测量的影响时,可将其等效为一背景直流 电平 $\overline{N_b}$ (包括 CCD 暗电平和背景光平均电平)和高 斯随机起伏噪声 N_r (CCD 读出噪声及背景光子噪 声起伏)两部分,即其中高斯随机起伏噪声的均值为 0,方差为 σ^2 。这样,CCD 探测器第(i,j)像素测得 的含噪信号为

$$I_{i,j}^{N} = R_{SN} \times \sigma \times A \times I_{sa}(i\Delta, j\Delta) + \overline{N_{b}} + N_{r,i,j},$$
(6)

式中A为归一化系数,使得(6)式等号右边第一项 信号峰值强度为 I_{max}^{s} ; R_{SN} 为信噪比(SNR),定义为 $R_{\text{SN}} = I_{\text{max}}^{s}/\sigma$ 。

2.3 光束质量计算的阈值方法

CCD 噪声严重影响了激光相关参数的测量和 计算。为减小噪声的影响,常采用阈值法,即通过合 理设置某一阈值 T,将 CCD 测得的含噪信号减去该 阈值并使负值置零。显然,阈值方法可减小 CCD 随 机噪声的影响,在一定程度上提高光束质量的测量 精度,但阈值选取不当反而会降低光束质量的测量 精度。重点考察以下四种阈值去噪方法的影响,1) 阈值 T 取为 CCD 直流背景 $\overline{N_b}$,保留高斯随机起伏 噪声 N_r ;2) 阈值 T 取为 $\overline{N_b}$ + σ 并将所减结果负值 置 0;3) 阈值 T 取为 $\overline{N_b}$ + 2σ 并将所减结果负值置 0。 为便于讨论,用 $T = \overline{N_b}, \overline{N_b}$ + $\sigma, \overline{N_b}$ + 2σ 和 $\overline{N_b}$ + 3σ 分别代表上述四种去噪方式。

针对能量集中度的应用,常用峰值斯特雷尔比 R_s、环围能量斯特雷尔比 R_{ee}以及光束质量 β 因子三 种评价参数衡量激光远场光斑质量^[12,13]。峰值斯 特雷尔比定义为实际远场光斑峰值强度与理想远场 光斑峰值强度之比,而理想参考光束取为相同发射 窗口下无像差均强平面光束。由于获得完全理想的 参考光束比较困难,在实际工程应用中常常通过测 量实际光斑的总能量进行反推从而求得理想焦斑峰 值强度,因此峰值斯特雷尔比表示为

$$R_{s} = \frac{\boldsymbol{\kappa} \cdot f_{\max}\{I_{i,j}^{q}\}}{\sum_{i,j}^{L,M} I_{i,j}^{q}}, \qquad (7)$$

式中 $I_{i,j}^{n}$ 为"去噪"后第(i,j)像素的光强度; κ 为归 一化系数,使得对于理想参考光斑, $R_{s} = 1, f_{max}$ {•} 表示取最大值。

环围能量斯特雷尔比定义为实际光斑在规范桶 内所含有的激光能量份额 *P*_{real}与理想光斑在相同规 范桶内含有的能量份额 *P*₀ 之比,即

$$R_{\rm ee} = P_{\rm real}/P_0, \qquad (8)$$

式中,实际远场光斑在相同规范桶内所含的能量份 额 P_{real} 为 $P_{\text{real}} = \sum_{i,j}^{L,M} f_{\text{mask}}(r_0, x_c, y_c) \cdot I_{i,j}^{q} / \sum_{i,j}^{L,M} I_{i,j}^{q}$ 。 其中 (x_c, y_c) 为光斑质心坐标; $f_{\text{mask}}(r_0, x_c, y_c)$ 为桶 函数,是以光斑质心为中心作半径 r_0 的圆,当计算 的像素点位于该圆内时桶函数取值为1,否则为0。

光束质量 β因子定义为实际远场光斑环围能量 半径 r_{real} 与理想远场光斑环围能量半径 r₀ 之比。环 围能量半径是根据规范能量份额定义的,即以光斑 质心为中心,包含规范能量份额的桶的半径,通常情 况下,规范能量份额 P₀ 取为衍射受限理想光斑中心 核占激光总能量的份额。光束质量 β 因子为

$$\beta = \frac{r_{\rm real}}{r_0},\tag{9}$$

式中,实际远场光斑的环围能量半径 r_{real} 满足 $P_0 = \sum_{i,j}^{LM} f_{mask}(r_{real}, x_c, y_c) \cdot I_{i,j}^{q} / \sum_{i,j}^{LM} I_{i,j}^{q}$ 。至此,得到了非稳腔圆环形激光束通过 Kolmogorov 大气湍流传播至远场焦平面上的光强分布(4)式,考虑 CCD 像素积分采样及背景噪声的影响(5)式和(6)式,在四种不同"去噪"方法下,根据三类光束质量评价指标的计算公式(7)~(9)式,就可以分析不同阈值去噪方法对光束质量计算误差的影响。

3 仿真结果及分析

根据所建立的模型,考察四种不同阈值去噪方 法对计算峰值斯特雷尔比、环围能量斯特雷尔比及 光束质量 β 因子三类光束质量评价指标精度的影 响。计算中,激光发射窗口中心遮拦比 ε = 0.5; CCD 背景直流电平 $\overline{N_b} = 2000$ ADU(ADU 为 CCD 输出灰度单位),高斯随机起伏噪声的标准差为 σ = 10 ADU;CCD 像素数为 200 pixel×200 pixel;衍射 极限尺寸 $\lambda f/D$ 占据 5 pixel。

由以上参数计算激光发射窗口形状及由发射窗

口形状决定的理想点扩展函数的空间能量分布,如 图1所示。进一步计算表明,理想点扩展函数中心 主核的半径 $r_0 = \lambda f/D$,中心核内的光斑能量占激光 总能量的份额为 $P_0 = 49.1\%$ 。由于实际远场光斑 空间能量分布的复杂性,为了衡量不同的阈值去噪 方法对各种不同形态远场光斑质量计算精度的影 响,可采用对大量随机样本进行统计分析的蒙特卡 罗法。采用前105阶泽尼克多项式产生随机相屏, 去除 2、3 阶倾斜像差的影响。设 Nam 为既定湍流 强度下进行统计计算的相屏数, N_{noise} 为叠加在真实 光斑信号上的 CCD 背景随机噪声帧数,由第 i 帧随 机相屏计算真实光束质量为 C_i ($i = 1, 2, \dots, N_{atm}$), 由第 i 帧真实光斑叠加第 i 帧随机噪声并采用阈值 方法计算得到的光束质量为 $C_{i,i}$ ($j = 1, 2, \dots, j$ N_{noise}),为衡量光束质量评价指标的计算相对误差, 定义参数 w 为

$$w = \left[\frac{1}{N_{\text{atm}} \cdot N_{\text{noise}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{atm}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{noise}}} \left(\frac{C_{i,j} - C_i}{C_i}\right)^2\right]^{1/2},$$
(10)

统计计算中相屏数取为 $N_{\text{atm}} = 100$,随机噪声帧数 取为 $N_{\text{noise}} = 100$,因而用于统计的随机样本数为 10000,以保证统计结果的可靠性和稳定性。



图 1 发射窗口形状(a)及其对应的点扩展函数(b) Fig. 1 (a) Launch window shape and (b) point spread function

3.1 信噪比的影响

图 2 为采取四种不同的阈值去噪方法,计算三 类光束质量评价参数,即峰值斯特雷尔比 R_s、环围 能量斯特雷尔比 R_{ee}和光束质量 β 因子的相对误差 随信噪比的变化曲线,其中湍流强度 D/r₀=3。由 图 2 可知,随着信噪比的增加,无论采取哪种阈值去 噪方法,三类评价参数的计算误差均呈现出不同程 度的下降。这是由于在 CCD 噪声特性不变的情况 下,随着探测信号的增强,噪声对信号的影响将减 弱,从而对光斑相关参数的计算精度也将提高。此 外,不同去噪方法对光束质量计算误差的影响不同。 在计算峰值斯特雷尔比 R_s和环围能量斯特雷尔比 R_{ee}时,第一种去噪方法在所述的四类去噪方法中为 最优,评价参数的计算相对误差最小,其次为第二种 去噪方法,而采用第四种去噪方法计算评价参数的 相对误差最大;当计算光束质量β因子时,在四种不 同阈值去噪方法中,第一种去噪方法仍然是最优的, 第二种去噪方法在信噪比较小(R_{SN}<80)时计算误 差较大,随着信噪比的进一步增加,该去噪方法将优 于第三和第四种去噪方法。





Fig. 2 Calculation error of three beam quality parameters with different signal noise ratios ($D/r_0 = 3$)

3.2 光斑分布形态(湍流强度 *D*/*r*₀)的影响

基于较大信噪比的远场光斑数据计算得到的光 束质量评价参数的精度相应地也会较高。图 3 为峰 值斯特雷尔比 R_s、环围能量斯特雷尔比 R_{ee}和光束 质量 β 因子三种远场评价参数的真实值随湍流强度 的变化。由图 3 可知,随着湍流强度的增加,激光光 束质量逐渐变差,当湍流强度 D/r₀ = 10 时,β 因子 在数值上已接近于 4,R_s和 R_{ee}接近于 0.1。

图 4 为在信噪比 R_{SN}=200 时,采用不同阈值去 噪方法计算三类光束质量评价参数相对误差随湍流 强度的变化情况。由图 4 可知,1) 对于三类光束质 量评价参数,采取第一种去噪方法的计算相对误差 随湍流强度呈下降的趋势。这里因为较强湍流对应 的远场光斑分布范围较广,在信噪比不变的情况下 光斑总能量较噪声能量也会更大,这时噪声的影响 将逐渐变小,从而光束质量评价参数的计算精度相 应得到改善,而对于其他三种去噪方法,阈值将同时 改变噪声能量与光斑能量,二者共同作用并最终影 响光束质量的计算精度。2) 在计算三类不同光束



图 3 不同湍流强度对应的三类光束质量评价参数值 Fig. 3 Three beam quality parameters with different turbulence strengths

质量评价参数时,对于不同分布形态的远场光斑来 讲,采用第一种去噪方法的计算误差始终是最小的, 峰值斯特雷尔比的计算误差小于 5%,环围能量斯 特雷尔比和光束质量 β因子的计算相对误差均小于 10%,其次为第二种去噪方法,而采用第三和第四种 去噪方法计算评价指标的误差在四类去噪方法中始 终较大。



图 4 不同湍流强度对应的光束质量评价参数计算相对误差(R_{SN}=200)

Fig. 4 Calculation error of three beam quality parameters with different turbulence strengths ($R_{\rm SN} = 200$)

3.3 信噪比和光斑分布形态的共同影响

以上分析均为固定测量信噪比或大气湍流强度 (光斑分布形态)单个因素的情况下进行的,在对实 际远场光斑进行实时监测时发现,激光的总能量在 整个过程中保持不变,但远场光斑的峰值强度在逐 渐降低,此时光斑分布形态和信噪比将同时改变。 为考察该类情况下不同阈值去噪方法对评价参数计 算精度的影响,假设在无湍流扰动情况下的远场理 想光斑的信噪比为 R_{SN}=200,在激光总能量不变的 情况下,随着湍流的增强远场光斑峰值强度将下降, 对应光斑的信噪比降低,光斑能量弥散得越开,此 时,不同湍流强度所对应的远场光斑三类评价参数 的真实值仍然如图 3 所示。图 5 为在上述情况下, 采取不同阈值方法计算三类光束质量评价参数相对 误差随湍流强度的变化曲线。由图 5 可知,当计算 峰值斯特雷尔比 R_s和环围能量斯特雷尔比 R_{ee}时, 如果采用第三种或第四种阈值方法均会使评价参数 的计算误差随湍流强度逐渐增大,而采用第一种或 第二种去噪方法的计算误差随湍流强度变化相对较 稳定;此外,在四种去噪方法中,采用第一种去噪方 法计算三类光束质量评价参数始终是较好的选择, 此时峰值斯特雷尔比和光束质量β因子的计算相对 误差均小于10%,环围能量斯特雷尔比的计算相对 误差小于20%,其次为采用第二种去噪方法,采用 第三和第四种去噪方法得到的计算误差最大。





4 结 论

建立了非稳腔激光束通过大气湍流随机相屏传 播至远场焦平面上的光强分布模型,并考虑 CCD 像 素单元对激光能量的离散化积分采样及探测器噪声 的影响,以峰值斯特雷尔比、环围斯特雷尔比和光束 质量因子作为评价远场光斑质量的指标,通过蒙特 卡洛方法研究了在不同测量信噪比和光斑分布形态 的情况下,四种阈值去噪方法对计算远场光斑质量 评价参数精度的影响。结果表明,对不同的阈值去 噪方法,光束质量评价参数的计算误差均随待测光 斑信噪比的增加而减小,足够的测量信噪比是保证 光束质量测量精度的前提;在存在噪声的影响下,测 量信噪比和光斑能量分布形态均会影响光束质量的 计算结果,在四种阈值去噪方法中,采用阈值取为 CCD 背景直流电平、保留随机起伏噪声的去噪方法 始终是较好的选择,由此计算得到的光束质量评价 指标误差也将最小,阈值取为 CCD 背景直流电平加 1 倍噪声起伏标准差而将所减结果负值置零的去噪 方法的计算误差次之,采用阈值取为 CCD 背景直流 电平加2倍或3倍随机噪声起伏而将所减结果负值 置零的去噪方法的计算误差最大。

参考文献

- 1 Su Yi, Wang Min. High Energy Laser System [M]. Beijing: Defense Industry Press, 2003. 247~264
- 苏 毅,万 敏.高能激光系统[M].北京:国防工业出版社, 2003. 247~264
- 2 X. Y. Ma, C. H. Rao, H. Q. Zheng. Error analysis of CCDbased point source centroid computation under the background light[J]. Opt. Express, 2009, 17(10), 8525~8541
- 3 B. L. McGlamery. Computer simulation studies of compensation of turbulence degraded images[C]. SPIE, 1976, 74: 225~233
- 4 N. Roddier. Atmospheric wavefront simulation and Zernike polynomials[J]. Opt. Engng., 1990, 29(10): 1174~1180
- 5 J. Y. Wang, J. K. Markey. Modal compensation of atmospheric turbulence phase distortion [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1978, 68(1): 78~87
- 6 W. H. Williams, J. M. Auerbach, M. A. Henesian *et al.*. Modeling characterization of the national facility focal spot[C]. SPIE, 1998, **3264**, 93~104
- 7 D. L. Fried. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1966, 56(10): 1372~1379
- 8 J. Y. Wang. Phase-compensated optical beam propagation through atmospheric turbulence[J]. Appl. Opt., 1978, 17(16): 2580~2590
- 9 Ji Jiarong, Feng Ying. Advanced Optics Cource [M]. Beijing: Science Press, 2008. 179~181
 季家镕,冯 莹.高等光学教程[M].北京:科学出版社, 2008. 179~181
- 10 R. P. Loce, R. E. Jodoin. Sampling theory for geometric moment determination and its application to a laser beam position detector[J]. Appl. Opt., 1990, 29(26): 3835~3843

- 11 Zhou Zhicheng. On the subject of Gauss approximation of Poisson distribution [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 1988, (5): 605~619
 周志成.关于泊松分布的高斯近似问题[J].北京大学学报:自然科学版, 1988, (5): 605~619
- 12 Feng Guoying, Zhou Shouhuan. Discussion of comprehensive evaluation on laser beam quality[J]. Chinese J. Lasers, 2009, 36(7): 1643~1653

冯国英,周寿桓.激光光束质量综合评价的探讨[J].中国激光,2009,**36**(7):1643~1653

13 He Yuanxing, Li Xinyang. Study on standard for evaluating the far-field energy focusability of laser beams [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(5): 051403
贺元兴,李新阳. 激光束远场能量集中度的评价指标探讨[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(5): 051403

栏目编辑:何卓铭