

基于斯托克斯椭偏测量系统的多点定标法

王勇辉¹ 郑春龙² 赵振堂^{1*}

(¹中国移动韶关分公司, 广东 韶关 512000
²韶关学院物理与机电工程学院, 广东 韶关 512000)

摘要 斯托克斯椭偏仪可快速测量光束的偏振态, 仪器矩阵的精确测量是斯托克斯椭偏仪一项非常重要的技术。为提高仪器矩阵的测量精度, 基于四点定标法, 提出了斯托克斯椭偏测量系统的多点定标法, 并从理论上证明了该方法。在多点定标法的基础上采用六点定标法进行实验验证, 结果表明采用多点定标法对系统定标是完全可行的, 为斯托克斯椭偏仪的定标提供了新思路。同时六点定标法比四点定标法以及 E-P 定标法所获得的仪器矩阵更准确, 在测量精度方面, 该方法获得的斯托克斯参数的总均方根(RMS)偏差为 3.15%。

关键词 光电子学; 系统定标; 分振幅; 斯托克斯参量

中图分类号 O443 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201239.1108013

Multi-Point Calibration Method Based on Stokes Ellipsometry System

Wang Yonghui¹ Zheng Chunlong² Zhao Zhentang¹

(¹China Mobile Shaoguan Branch, Shaoguan, Guangdong 512000, China

²School of Physics and Electromechanical Engineering, Shaoguan University, Shaoguan, Guangdong 512000, China)

Abstract Stokes ellipsometer can quickly measure polarization state of light beam. Accurate measurement of instrument matrix is one of the most important technology in stokes ellipsometer. In order to improve measurement accuracy of the instrument matrix, a method of multi-point calibration for stokes ellipsometry system is proposed and is proved in theory. Six-point calibration method based on multi-point calibration method is used on the system, which is verified by experiment. Results show that using multi-point calibration method calibration of the system is entirely feasible. It provides a new approach for calibration of Stokes ellipsometer, and six-point calibration method is more accurate than standard of four-point and E-P calibration method in acquiring matrix of the instrument. In measurement accuracy, the total root-mean-square (RMS) deviation of Stokes parameters is 3.15%.

Key words optoelectronics; calibration of system; division-of-amplitude; Stokes parameters

OCIS codes 230.0040; 230.0250; 230.5160; 310.6870

1 引 言

斯托克斯椭偏仪是一种高速测量光波偏振态的仪器, 能够近似实时地测量出描述待测光波偏振态的全部斯托克斯参数。国内外已经设计出 10 多种基于振幅分割原理^[1]测量光波偏振态的装置, 四点定标法以及 E-P 定标法是目前绝大多数分振幅光偏振仪中采用的定标方法, 四点法定标较为简单, 但该方法所包含的信息量较少、系统误差较大, 不容易获得真实的仪器矩阵; E-P 法定标所需要测量的偏

振态较多、信息量大, 但该方法较复杂。为弥补以上两种方法的不足, 本文在四点定标法的基础上提出了多点定标法。

2 分振幅斯托克斯参量测量原理

如图 1 所示, S 为入射的偏振光, 其斯托克斯参量为 $S_i (S_0, S_1, S_2, S_3)$, 四个探测器探测到的光强为 $i_i (i_0, i_1, i_2, i_3)$, 每个探测器测量到的光强对应的是斯托克斯参量的 S_{i_0} 项, 它们与入射光斯托克斯参量

收稿日期: 2012-06-18; 收到修改稿日期: 2012-07-17

基金项目: 国家自然科学基金(11172181)资助课题。

作者简介: 王勇辉(1976—), 男, 硕士, 助理工程师, 主要从事光纤通信方面的研究。E-mail: 13602449911@139.com

* 通信联系人。E-mail: zhentangzhao@163.com

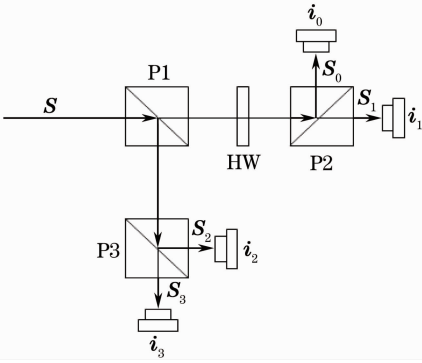


图 1 分振幅斯托克斯参量测量系统平面光路示意图

Fig. 1 Division-of-amplitude polarimeter system

的四个分量有关,根据偏振光传输理论^[2],三个分光棱镜 P1、P2 和 P3 及 1/2 波片 (HW) 也有相应的传输矩阵,即系统矩阵,所以把探测器探测到的光强和入射光的斯托克斯参量^[3~12]写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \text{ or } i = AS_i, \quad (1)$$

式中 i 为光强矩阵, A 为系统矩阵, S_i ($i=0, 1, 2, 3$) 为入射光的斯托克斯参量矩阵,若系统矩阵存在逆矩阵 A^{-1} ,则入射光的偏振态为 $S=A^{-1}i$ 。系统矩阵 A 的矩阵元十分复杂,计算出来是非常困难的,实际上采用定标的方法。即用已知斯托克斯参数的偏振光来直接测量,得到系统矩阵 A 。

3 多点定标法理论基础

根据矩阵最小二乘法原理,方程 $l=B\hat{X}+v$ 的解为

$$\hat{X} = (B^T B)^{-1} B^T l, |B^T B| \neq 0 \quad (2)$$

式中矩阵 $l(n \times 1)$ 为决定于直接测量值的已知向

量,矩阵 $B(n \times t)$ 为决定于测量方案和程序的已知设计矩阵, $v(n \times 1)$ 为残差矩阵,求解约定 $n \geq t$, $r(kA) = t$ 。

对 $I=AS$ 取转置得

$$I^T = (AS)^T = S^T A^T, \quad (3)$$

若 I^T, S^T (I, S 为 $4 \times t$ 矩阵, $t \geq 4$) 已知,将 (3) 式代入 (2) 式得

$$A = [(SS^T)^{-1} S I^T]^T = IS^T (SS^T)^{-1}, \quad (4)$$

(4) 式即为多点定标法公式。

当矩阵 S 为方阵即 4×4 矩阵, S 与 S^T 的逆矩阵均存在时,则

$$A = IS^T (SS^T)^{-1} = IS^T (S^T)^{-1} S^{-1} = IS^{-1}, \quad (5)$$

即为四点定标法公式。

4 系统矩阵的确定

如图 2 所示, C 为 1/4 波片^[13], P 为起偏器,入射光的不同偏振态由光路产生,经实测,经过第一个 1/4 波片后的光的偏振态 S_0 为 (1.0000, 0.2330, -0.1140, 0.2602), 对应光强为 I , 考虑到全偏振光的斯托克斯矢量是无量纲的,即与被测光束能量无关。而激光器发出的光束光强值可以看成是固定值,为计算方便, I 取常数 1。根据光束经过光学器件的传输理论

$$S = M(\theta_c) M(\theta_p) S_0. \quad (6)$$

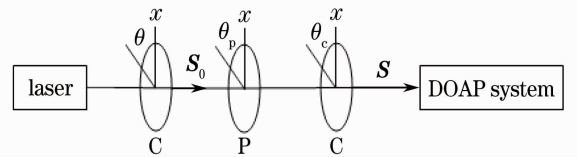


图 2 分振幅斯托克斯参量测量系统定标光路示意图

Fig. 2 System for calibration of division-of-amplitude polarimeter system

(6) 式的矩阵形式可表示为

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta_c & \sin 2\theta_c \cos 2\theta_c & -\sin 2\theta_c \\ 0 & \sin 2\theta_c \cos 2\theta_c & \sin^2 2\theta_c & \cos 2\theta_c \\ 0 & \sin 2\theta_c & -\cos 2\theta_c & 0 \end{bmatrix} \times \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta_p & \sin 2\theta_p & 0 \\ \cos 2\theta_p & \cos^2 2\theta_p & \sin 2\theta_p \cos 2\theta_p & 0 \\ \sin 2\theta_p & \sin 2\theta_p \cos 2\theta_p & \sin^2 2\theta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0.233 \\ -0.114 \\ 0.2602 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

在定标时用尽可能少的点来获取尽可能精确的系统矩阵,经过实验选定 6 组线性无关的偏振态 ($0^\circ, 0^\circ$), ($45^\circ, 45^\circ$), ($90^\circ, 90^\circ$), ($90^\circ, 135^\circ$), ($45^\circ, 90^\circ$) 和 ($90^\circ, 45^\circ$) 进行系统的定标。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{00} & S_{01} & S_{02} & S_{03} & S_{04} & S_{05} \\ S_{10} & S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{20} & S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \\ S_{30} & S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6165 & 0.443 & 0.3835 & 0.3835 & 0.443 & 0.3835 \\ 0.6165 & 0 & -0.3835 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.443 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3835 & -0.443 & 0.3835 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

经计算,矩阵 $\mathbf{S}\mathbf{S}^T$ 的行列式为0.0424,所以矩阵是非奇异的,即存在逆矩阵 $(\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1}$ 。

六个角度下测得对应的光强值组成矩阵 \mathbf{I} 为

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_{00} & i_{01} & i_{02} & i_{03} & i_{04} & i_{05} \\ i_{10} & i_{11} & i_{12} & i_{13} & i_{14} & i_{15} \\ i_{20} & i_{21} & i_{22} & i_{23} & i_{24} & i_{25} \\ i_{30} & i_{31} & i_{32} & i_{33} & i_{34} & i_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2400 & 0.0455 & 0.4339 & 0.2730 & 0.2564 & 0.3812 \\ 3.1431 & 1.6376 & 0.0312 & 1.2355 & 1.4695 & 1.0564 \\ 0.6624 & 0.2669 & 0.0004 & 0.2029 & 0.2462 & 0.2673 \\ 0.0051 & 1.8163 & 3.3852 & 1.8414 & 1.7826 & 1.8705 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

将(8)、(9)式代入(4)式得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.3317 & -0.2688 & -0.6745 & 0.1640 \\ 1.0568 & 2.8524 & 0.9356 & -0.3626 \\ 0.2520 & 0.6005 & 0.0311 & 0.0566 \\ 2.3846 & -3.9189 & -0.3690 & 0.2009 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其对应行列式值为 -0.7113 ,所以它是非奇异的,存在逆矩阵 \mathbf{A}^{-1} ,即

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.2908 & 0.2915 & 0.2219 & 0.2262 \\ 0.2365 & 0.1059 & 0.4421 & -0.1266 \\ -2.0808 & -0.4301 & 2.5119 & 0.2146 \\ -2.6604 & -2.1846 & 10.6058 & 0.2175 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

5 实验过程与结果

通过对系统定标得到系统的仪器矩阵。仪器矩阵是否准确,在此采用反演的方式,即通过测量各角度下的光强值,结合仪器矩阵反演出对应角度的斯托克斯参量,将其与理论值进行对比分析。

测试方法:将偏振态发生模块中起偏器的方位角固定为 90° ,以 10° 为步长,从 -180° 到 180° 旋转 $1/4$ 波片,由此产生37个不同的偏振态,同时用偏振态检测模块对上述的偏振态进行测量。之后用仪器矩阵 \mathbf{A} 和 $1/4$ 波片在各角度下的光强值分别代入式 $\mathbf{S} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{i}$,通过程序计算求得对应角度下四个斯托克斯分量的实验值,如图3所示,实线为理论值,*为实验值。

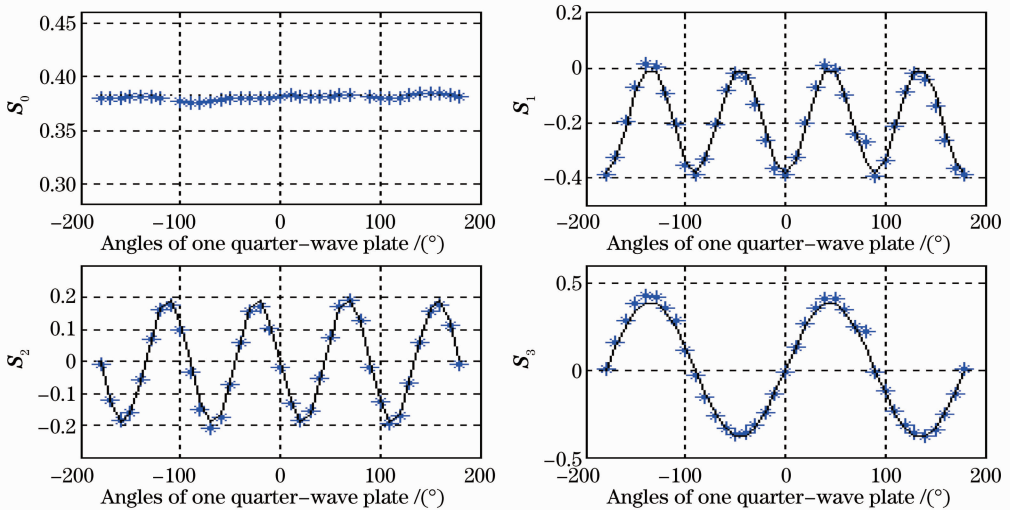


图3 六点法 S_0, S_1, S_2, S_3 的实验值与理论值的对比

Fig. 3 Comparison between theoretical value and experimental value of S_0, S_1, S_2, S_3 in six-point method

斯托克斯参数测量值与理论值之间的平均偏差为

$$\Delta S_i = \frac{1}{37} \sum_{j=1}^{37} |S_{ij} - S'_{ij}|, \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (12)$$

式中 S_{ij} 为斯托克斯参数的测量值, S'_{ij} 为斯托克斯参数的理论值, 定义斯托克斯参数总均方根(RMS)偏差为

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S_0^2 + \Delta S_1^2 + \Delta S_2^2 + \Delta S_3^2}. \quad (13)$$

由图 3 数据得到斯托克斯参数的测量值与理论值的偏差如表 1 所示。

表 1 六点定标法测量值与理论值的偏差

Table 1 Deviation between measurement value and theoretical value of six-point calibration method

Parameter	Average deviation	RMS deviation
S_0	0.0136	
S_1	0.0187	
S_2	0.0106	0.0315
S_3	0.0185	

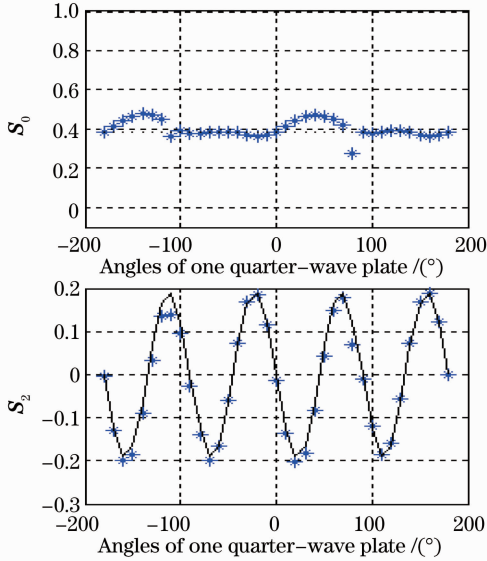


图 4 四点法 S_0, S_1, S_2, S_3 的实验值与理论值的对比

Fig. 4 Comparison between theoretical value and experimental value of S_0, S_1, S_2, S_3 in four-point method

表 2 四点定标法测量值与理论值的偏差

Table 2 Deviation between measurement value and theoretical value of four-point calibration method

Parameter	Average deviation	RMS deviation
S_0	0.0306	
S_1	0.0239	
S_2	0.0136	0.0485
S_3	0.0257	

6.2 E-P 法

E-P 法所获得的仪器矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.7872 & -0.3829 & -0.6845 & 0.1680 \\ 2.7995 & 2.4158 & 0.8971 & -0.3472 \\ 0.5786 & 0.5186 & 0.0239 & 0.0595 \\ 4.5160 & -4.4529 & -0.4160 & 0.2197 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

6 对比分析

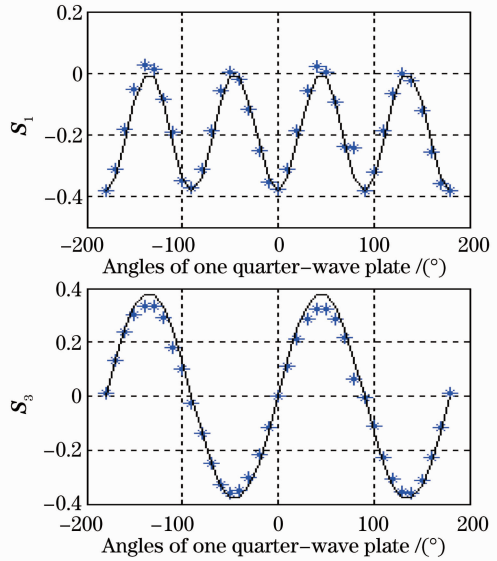
6.1 四点法

作为对比, 采用 $(0^\circ, 0^\circ)$ 、 $(45^\circ, 45^\circ)$ 、 $(90^\circ, 90^\circ)$ 和 $(90^\circ, 135^\circ)$ 四点定标, 获得的仪器矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.7604 & -0.3711 & -0.6576 & 0.0485 \\ 2.5898 & 2.5085 & 1.1068 & -0.6318 \\ 0.5377 & 0.5367 & 0.0647 & 0.0087 \\ 4.4177 & -4.4094 & -0.3177 & -0.3839 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

对同样的数据进行处理, 如图 4 所示, 实线为理论值, * 为实验值。

由图 4 数据得到斯托克斯参数的测量值与理论值的偏差如表 2 所示。



对同样的数据进行处理, 如图 5 所示, 实线为理论值, * 为实验值。

由图 5 数据得到斯托克斯参数的测量值与理论值的偏差如表 3 所示。

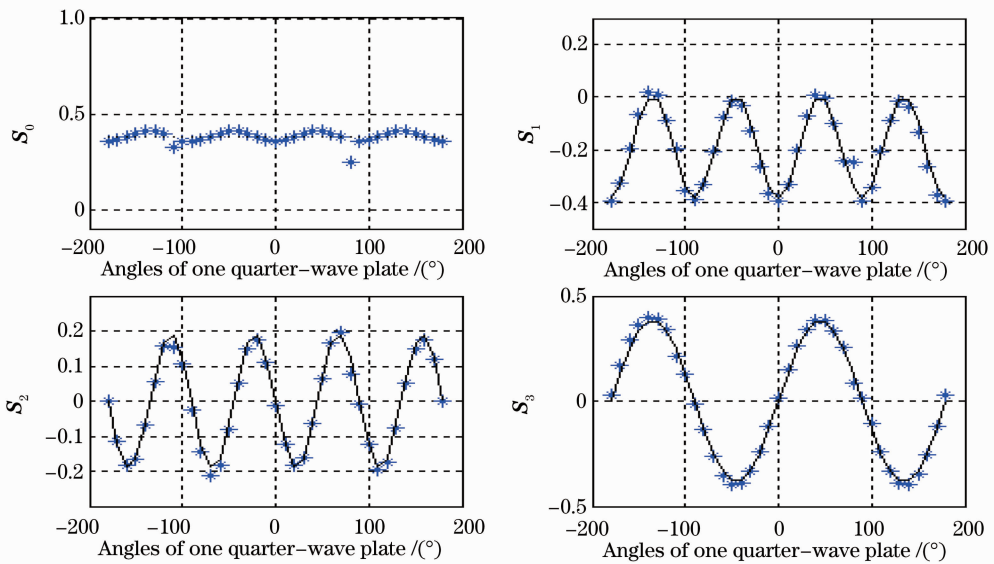
表 3 E-P 定标法测量值与理论值的偏差

Table 3 Deviation between measurement value and theoretical value of E-P calibration method

Parameter	Average deviation	RMS deviation
S_0	0.0224	
S_1	0.0203	
S_2	0.0112	0.0359
S_3	0.0157	

7 结 论

提出多点定标法, 从理论上证明了该方法, 并在

图5 E-P法 S_0, S_1, S_2, S_3 的实验值与理论值的对比Fig. 5 Comparison between theoretical value and experimental value of S_0, S_1, S_2, S_3 in E-P method

多点定标法的基础上应用六点定标法进行实验测试和分析,结果表明采用多点定标法对系统定标是完全可行的,为斯托克斯椭圆偏仪的定标提供了新的思路。同时,六点定标获得了更多的信息量,提高了测试精度,使得斯托克斯参数的总均方根偏差为3.15%,略优于基于四点定标法所获得的斯托克斯参数的总均方根偏差4.85%以及E-P法的3.59%。

参 考 文 献

- 1 R. M. A. Azzam. Division-of-amplitude photopolarimeter (DOAP) for the simultaneous measurement of all four Stokes parameters of light[J]. *Opt. Acta*, 1982, **29**(5): 685~689
- 2 Liao Yanbiao. Polarization of Optics[M]. Beijing: Science Press, 2003. 243~244
廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 243~244
- 3 R. M. A. Azzam. Arrangement of four photo-detectors for measuring the state of polarization of light [J]. *Opt. Lett.*, 1985, **10**(7): 309~311
- 4 R. M. A. Azzam, E. Masetti, I. M. Elminyawi *et al.*. Construction, calibration, and testing of a four-detector photopolarimeter[J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 1988, **59**(1): 84~88
- 5 D. Han, Y. S. Kin, Marilyn E. Norz. Stokes parameters as a Minkowskian four-vector [J]. *Phys. Rev. E*, 1997, **56**(5): 6065~6076
- 6 R. M. A. Azzam, A. G. Lopez. Accurate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements[J]. *Opt. Soc. Am. A*, 1989, **6**(10): 1513~1521
- 7 S. Krishnan. Calibration, properties, and applications of the

- division-of-amplitude photopolarimeter at 632.8 nm and 1523 nm [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(9): 1615~1622
- 8 Du Xiliang, Dai Jingmin. New-grating based division-of-amplitude photopolarimeter [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(7): 57~62
杜西亮, 戴景民. 光栅分振幅光偏振测量系统的研制[J]. *光电工程*, 2006, **33**(7): 57~62
- 9 Du Xiliang, Dai Jingmin. Data processing method for the division-of-amplitude based on an artificial neural network [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(1): 89~93
杜西亮, 戴景民. 基于神经网络的分振幅光偏振仪的数据处理 [J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 89~93
- 10 Cheng Minxi, He Zhenjiang, Huang Zuohua. Polarimeter system of Stokes parameters based on division-of-amplitude [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2008, **35**(5): 93~97
程敏熙, 何振江, 黄佐华. 分振幅法偏振光斯托克斯参量测量系统 [J]. *光电工程*, 2008, **35**(5): 93~97
- 11 Wang Libo, Shi Zhidong, Yin Jun *et al.*. Measurement system of Stokes parameters by virtual instrument [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, **47**(4): 040701
王立波, 石志东, 殷俊等. 基于虚拟仪器的斯托克斯参量测试系统 [J]. *激光与光电子学进展*, 2010, **47**(4): 040701
- 12 Li Zhicheng, Tang Zhilie, Chen Ping *et al.*. Study of photoelastic stress distribution and imaging method based on Stokes parameters [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0512005
李志诚, 唐志列, 陈萍等. 基于斯托克斯参量的光弹性应力分布及成像方法研究 [J]. *光学学报*, 2012, **32**(5): 0512005
- 13 Hou Junfeng, Yu Jia, Wang Dongguang *et al.*. Phase retardation measurement of wave plates based on the self-calibration method [J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(4): 0408007
侯俊峰, 于佳, 王东光等. 自校准法测量波片相位延迟 [J]. *中国激光*, 2012, **39**(4): 0408007