

# 基于射影变换的结构光测量系统中投影仪标定方法

高治华<sup>1</sup> 王 昭<sup>1</sup> 黄军辉<sup>1</sup> 高建民<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>西安交通大学机械工程学院, 陕西 西安 710049  
<sup>2</sup>西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

**摘要** 在结构光三维轮廓测量系统中,对参数的标定是测量的首要关键技术,但投影仪参数的标定目前还存在着标定精度低等问题。提出了一种简便、高精度的投影仪标定方法,该方法通过投影圆点图案到一块本身带有圆形标志点的平板上实现。根据射影变换原理建立投影仪图像和摄像机图像的基本对应关系,然后对基本对应关系的误差使用二元四次函数拟合并进行补偿的方法建立两者的准确对应关系,进而获得平板上圆形标志点在投影仪上的准确图像坐标,完成投影仪标定。仿真和实验结果表明,提出的投影仪标定方法有较高的精度,其中实验验证投影仪标定误差最大值小于 0.1 pixel,有效值小于 0.03 pixel,系统测量精度可达 0.06 mm。

**关键词** 测量;结构光测量;标定;射影变换;函数拟合

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.1008004

## Projector Calibration Method Based on Projective Transformation for Structured Light Measurement System

Gao Zhihua<sup>1</sup> Wang Zhao<sup>1</sup> Huang Junhui<sup>1</sup> Gao Jianmin<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)  
<sup>2</sup>State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University,  
Xi'an, Shaanxi 710049, China)

**Abstract** For structured light measurement system, parameter calibration is the key technique of measurement. However the accuracy of projector parameters calibration is low. A simple, convenient and accurate method is put forward, which is done by projecting circles pattern to a flat with circular signalized points. Fundamental corresponding relation is established between projector image and camera image based on projective transformation theory. After that accurate corresponding relation is established by using bivariate quartic function to fit and compensate error. It is obtained for the accurate projector image coordinates of circular signalized points on the flat. Then, projector calibration is accomplished. Simulation and experimental results demonstrate that the proposed method can get better precision, and experiments verify that the maximum value and efficient value of projector calibration error is less than 0.1 and 0.03 pixel respectively, and the system measurement precision is about 0.06 mm.

**Key words** measurement; structured light measurement; calibration; projective transformation; function fitting

**OCIS codes** 120.5800; 120.6650; 150.1488; 330.0330

## 1 引 言

结构光三维测量技术具有非接触、高精度、高效率的优点,近年来在产品设计、制造、质量检测、医学、影视娱乐等领域有着广泛应用。投影仪与摄像

机组成的结构光测量系统中投影仪可看作一个逆向的摄像机,同时具有投影规则图案的功能,从而可降低投影仪图像和摄像机图像的匹配难度,因而受到越来越多学者的关注。系统基本原理为三角法原

**收稿日期**: 2012-05-16; **收到修改稿日期**: 2012-07-05

**基金项目**: 国家自然科学基金(61078042)资助课题。

**作者简介**: 高治华(1988—),男,硕士研究生,主要从事光学三维测量方面的研究。E-mail: believegao@163.com

**导师简介**: 王 昭(1964—),女,博士,教授,主要从事光电测量方面的研究。

E-mail: wangzhao@mail.xjtu.edu.cn(通信联系人,中国光学学会会员号: s040420059s)

理<sup>[1]</sup>,测量过程是:由投影仪向被测对象投影结构光(如:条纹、网格等),摄像机获取经被测物调制的光场,根据所获取的光场信息、投影仪与摄像机的空间相对位置关系(即外部参数)及它们本身的镜头焦距与畸变量(即内部参数)可计算出被测物的三维坐标。为了准确获得这些客观参数,通常对投影仪和摄像机进行标定,即通过已知点的空间位置信息和图像上的位置信息计算内外部参数。目前,摄像机的标定技术已相对成熟<sup>[2,3]</sup>,而投影仪是非成像设备,很难准确获得点的空间位置与其在投影图像上相应位置的对应关系,导致投影仪的标定相对困难。

目前投影仪标定主要方法有:1)借助标定好的摄像机参数计算投射到平面上的特征点的空间坐标,从而获得一组点的空间坐标与其对应的投影仪图像坐标,然后投影仪标定可利用成熟的摄像机标定方法<sup>[4~8]</sup>;2)使用相位匹配技术建立投影仪和摄像机图像坐标的对应关系,获得平板上特征点在投影仪靶面上的图像坐标,进而再利用成熟的摄像机标定方法<sup>[9~11]</sup>。方法1)依赖于摄像机的标定精度,进而限制整个系统的精度;方法2)中需要投影多幅

相位条纹,且要进行相位识别和去包裹,易受环境因素影响,从而导致标定精度无法提高。

为解决上述问题,本文提出了一种新的投影仪标定方法,具体分三步进行:1)通过射影变换建立摄像机和投影仪图像坐标的基本对应关系;2)使用基本对应关系获得空间标定点在投影仪上的图像坐标,并使用函数拟合的方法对投影仪图像坐标进行修正,进而得到各空间标定点的世界坐标和准确的投影仪图像坐标的一一对应关系;3)将投影仪看作一个逆向的摄像机进行标定。

## 2 投影仪模型

从投影仪工作原理和光学成像角度来看,投影仪可看作一个逆向的摄像机,所以投影仪模型可用与摄像机类似的模型表示<sup>[9]</sup>。如图1所示,建立世界坐标系  $O_w-X_wY_wZ_w$ ,投影仪参考坐标系  $O_p-X_pY_pZ_p$ ,投影仪图像坐标系  $o-uv$ ,理想情况下,投影仪可看作一个针孔模型,投影仪靶面上一点  $p$  与其投射到空间点  $P$  的成像关系表示为

$$\sigma \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 & 0 \\ 0 & f_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_w \\ 0 & 1 & 0 & -Y_w \\ 0 & 0 & 1 & -Z_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{AR}[\mathbf{E} \quad \mathbf{T}] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

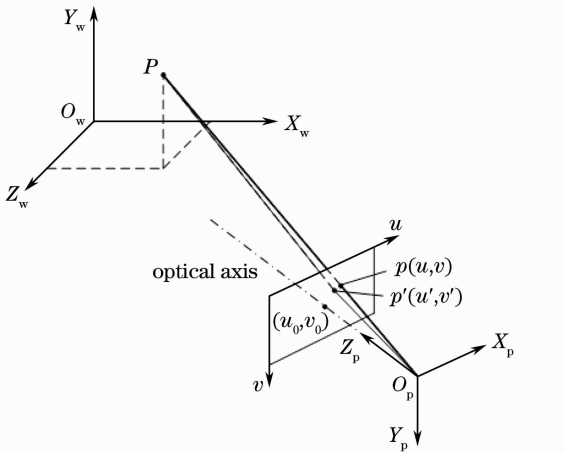


图1 投影仪模型示意图

Fig.1 Structural diagram of projector model

式中  $(X_w, Y_w, Z_w)$  表示点的世界坐标,  $(u, v)$  表示投影仪图像坐标,  $\mathbf{A}$  表示内部参数,包括图像主点坐标  $(u_0, v_0)$ ,图像坐标轴倾斜系数  $s$ ,像素当量的焦距值(即镜头焦距与像素尺寸的比值)  $f_u, f_v$ ;  $\mathbf{R}$  表示世

界坐标系到投影仪参考坐标系的旋转正交矩阵,可用三个旋转角度表示;  $\mathbf{E}$  表示单位矩阵;  $\mathbf{T}$  表示世界坐标系到投影仪参考坐标系的平移矩阵,可用三个平移参数表示,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  即为外部参数;  $\sigma$  为归一化系数。

实际的镜头由于加工制造、装配误差及几何像差等原因并不按理想的针孔模型成像,因而存在镜头畸变误差<sup>[3]</sup>。考虑畸变误差后实际像点为  $p'$ ,实际图像坐标为  $(u', v')$ ,则

$$\begin{cases} u' = u + \delta u = u + k_1 u_d (u_d^2 + v_d^2) + p_1 u_d (3u_d^2 + v_d^2) + 2p_2 u_d v_d + s_1 (u_d^2 + v_d^2) \\ v' = v + \delta v = v + k_1 v_d (u_d^2 + v_d^2) + p_2 v_d (u_d^2 + 3v_d^2) + 2p_1 u_d v_d + s_2 (u_d^2 + v_d^2) \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $u_d = u - u_0, v_d = v - v_0, k_1, p_1, p_2, s_1, s_2$  表示畸变系数,  $\delta u$  和  $\delta v$  表示镜头畸变引起的图像坐标偏移量。

### 3 投影仪标定

按照直接线性变换法<sup>[3,12]</sup>和上述投影仪模型,完成标定至少需要6个不共面的点,因为点数越多越能准确地表示标定空间,考虑到计算速度的要求,本文使用带有 $9 \times 11$ 圆阵分布共99个圆点的标定板对投影仪标定。实验中调整标定板与单向平移导轨垂直,实验示意图如图2所示,并建立右手世界坐标系 $O_w-X_wY_wZ_w$ ,其中 $X_wO_wY_w$ 面为标定板面,且

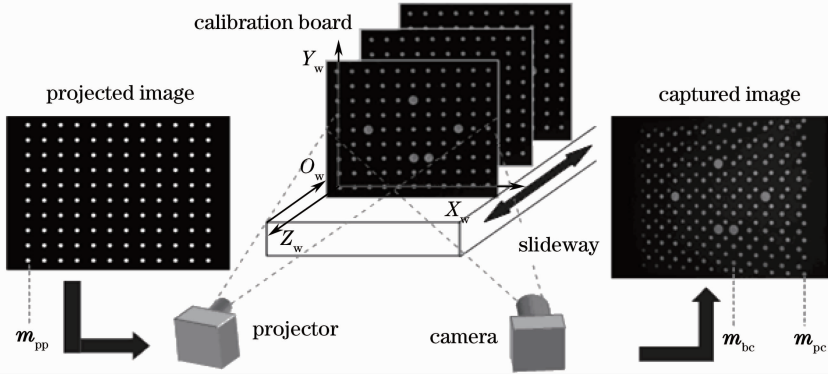


图2 投影仪标定过程示意图

Fig. 2 Structural diagram of projector calibration process

由射影几何知识知道根据射影变换中交比不变性可准确建立两个平面上各点一一对应关系<sup>[12,13]</sup>。从投影仪标定中的投影仪图像→标定板→摄像机图像的成像过程看,投影仪图像与摄像机图像为一个近似的射影变换。投影仪图像是由计算机指定各圆心位置和圆直径所生成的,各圆心的投影仪图像坐标已知,记为 $\mathbf{m}_{pp} = (u_{pp}, v_{pp}, 1)^T$ ;使用椭圆拟合法<sup>[14]</sup>提取摄像机拍摄图像上各圆圆心,首先根据各圆区域大小识别标定板上5个大圆的像,根据大圆位置识别标定板上其他各圆,标定板上圆心的摄像机图像坐标记为 $\mathbf{m}_{bc} = (u_{bc}, v_{bc}, 1)^T$ ,则拍摄的图像上其他各圆是投影圆的像,投影圆的圆心的摄像机图像坐标记为 $\mathbf{m}_{pc} = (u_{pc}, v_{pc}, 1)^T$ 。在射影几何中建立两个平面之间的射影变换对应关系至少需要4个不共线的点,为了最大地覆盖标定区域,选择投影仪图像4个角上的圆心与它们在摄像机上的像作为特征点,建立射影变换对应关系为

$$\mathbf{m}_{pp} = \mathbf{H}_{cp} \mathbf{m}_{pc} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \mathbf{m}_{pc}, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{H}_{cp}$ 即表示两个面之间的射影变换关系,称为射影变换矩阵,令 $h_{33} = 1$ 对该矩阵归一化,使用4个特征点的坐标根据最小二乘法可解得 $\mathbf{H}_{cp}$ 。

但由于镜头畸变,系统实际成像过程并非线性

$Z_w$ 轴垂直于标定板。通过导轨移动标定板至几个不同的位置,可以获得一组世界坐标已知的空间点;同时由计算机生成可将标定板各圆包围起来的图案,即根据标定板上 $9 \times 11$ 圆阵图案生成 $10 \times 12$ 圆阵图案,使标定板上各个圆都处于4个投影的圆组成的区域中,并分别在各个位置将图案投影到标定板上,这样在各个位置都可获得投影图像和相应的摄像机拍摄图像。

模型,利用4个特征点建立的射影变换矩阵 $\mathbf{H}_{cp}$ 不能够准确地反映两个靶面上所有点之间的图像坐标对应关系,这样根据(3)式求得的投影仪图像坐标会存在较大误差。为解决该问题,本文提出使用四次函数拟合的方式对 $\mathbf{H}_{cp}$ 修正,从而可对误差进行补偿。

第一步根据(3)式将剩余的116个非特征圆心的摄像机图像坐标 $\mathbf{m}_{pc}$ 转换为投影仪图像坐标,即用 $\mathbf{H}_{cp}$ 计算得到了含有误差的投影仪的图像坐标,记为 $\overline{\mathbf{m}}_{pp} = (\overline{u}_{pp}, \overline{v}_{pp}, 1)^T$ ,则 $\overline{\mathbf{m}}_{pp} = \mathbf{H}_{cp} \mathbf{m}_{pc}$ 。

比较这116个非特征圆心的投影仪图像坐标标准值 $\mathbf{m}_{pp}$ 和计算值 $\overline{\mathbf{m}}_{pp}$ ,得到各圆心坐标因射影变换计算带来的误差为

$$\begin{cases} E_u(u_{pp}, v_{pp}) = \overline{\mathbf{m}}_{pp}(1) - \mathbf{m}_{pp}(1) \\ E_v(u_{pp}, v_{pp}) = \overline{\mathbf{m}}_{pp}(2) - \mathbf{m}_{pp}(2) \end{cases} \quad (4)$$

以标定板在某一个位置为例说明射影变换计算带来的误差,其分布如图3所示,图3(a)中箭头表示非特征圆心误差的大小与方向;图3(b)表示误差在图像坐标 $u$ 轴和 $v$ 轴上的分量变化,点按图3(a)中先从上到下,再从左到右的顺序排列,每列的10个点为一个周期,共12个周期;图3(c)也表示误差在图像坐标 $u$ 轴和 $v$ 轴上的分量变化,点按图3(a)中先从左到右,再从从上到下的顺序排列,每行的12个点为一个周期,共10个周期;图3(d)、(e)表示各点误差三维分布及曲面拟合图,其中 $u$ 轴和 $v$ 轴表

示各点投影仪图像坐标,图 3(d)纵轴表示各点误差在  $u$  轴上的分量,图 3(e)纵轴表示各点误差在  $v$  轴上的分量,各点在图中用白色“\*”点表示。图 3(b)表明各点误差的两个分量值按列形成的每个周期内都近似于抛物线分布,图 3(c)表明各点误差的两个分量值按行形成的每个周期内也都近似于抛物线分布;从镜头几何像差的表达式<sup>[15]</sup>中容易判断镜头引起的射影变换误差应是视场(即图像坐标)的多项式函数,而且根据泰勒公式知道若一函数足够光滑可将其展开为多项式的形式,观察图 3(d)、(e)的曲面形状,因此考虑使用多项式对误差进行拟合,通过对比二元三次函数、二元四次函数、二元五次函数等多种多项式函数的拟合效果,从实验结果表 1 和表 2 中分析可得出使用二元四次函数将各点坐标值误差分别在两个坐标方向拟合能较好地反映该误差规律。

图 3(d)、(e)中曲面即为二元四次函数拟合的曲面。

二元四次函数表达式为

$$\begin{cases} E_u(u, v) = b_{u1}u^4 + b_{u2}v^4 + b_{u3}u^3v + b_{u4}u^2v^2 + \\ b_{u5}uv^3 + b_{u6}u^3 + b_{u7}v^3 + b_{u8}u^2v + b_{u9}uv^2 + \\ b_{u10}u^2 + b_{u11}v^2 + b_{u12}uv + b_{u13}u + b_{u14}v + b_{u15} \\ E_v(u, v) = b_{v1}u^4 + b_{v2}v^4 + b_{v3}u^3v + b_{v4}u^2v^2 + \\ b_{v5}uv^3 + b_{v6}u^3 + b_{v7}v^3 + b_{v8}u^2v + b_{v9}uv^2 + \\ b_{v10}u^2 + b_{v11}v^2 + b_{v12}uv + b_{v13}u + b_{v14}v + b_{v15} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{b}_u = (b_{u1}, b_{u2}, \dots, b_{u15})^T$  与  $\mathbf{b}_v = (b_{v1}, b_{v2}, \dots, b_{v15})^T$  表示误差在  $u$  轴和  $v$  轴上分量的二元四次函数拟合系数;  $E_u$  与  $E_v$  表示拟合点的误差在  $u$  轴和  $v$  轴上的分量;  $(u, v)$  表示拟合点的投影仪图像坐标的理想值。

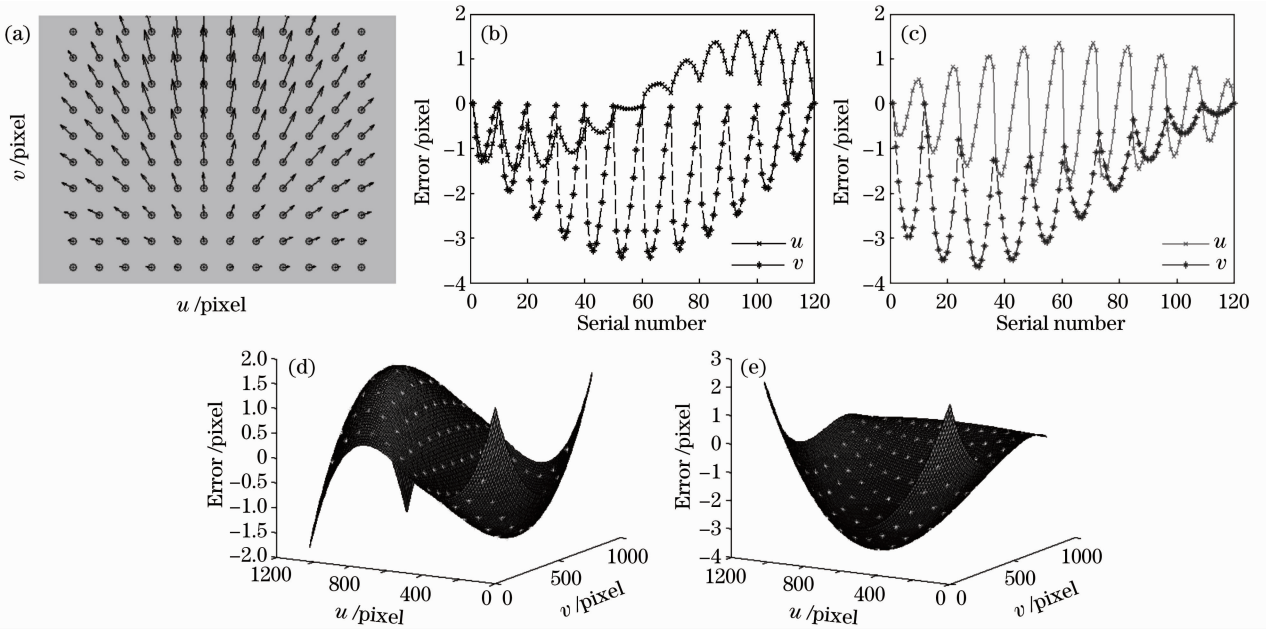


图 3 射影变换误差图。(a)误差二维分布;(b)误差周期变化图(按列);(c)误差周期变化图(按行);(d)误差  $u$  轴分量 3D 拟合图;(e)误差  $v$  轴分量 3D 拟合图

Fig. 3 Diagram of projective transformation error. (a) 2D distribution diagram of error; (b) periodic variation diagram of error (column); (c) periodic variation diagram of error (row); (d) 3D fitting diagram of  $u$ -axis component of error; (e) 3D fitting diagram of  $v$ -axis component of error

第二步计算标定板上各圆心在投影仪图像坐标。首先根据(3)式使用  $\mathbf{H}_{cp}$  将标定板上各圆心的摄像机图像坐标  $\mathbf{m}_{bc} = (u_{bc}, v_{bc}, 1)^T$  转换为投影仪图像坐标的近似值:  $\overline{\mathbf{m}}_{bp} = (\overline{u}_{bp}, \overline{v}_{bp}, 1)^T = \mathbf{H}_{cp} (u_{bc}, v_{bc}, 1)^T$ , 然后使用射影变换对应关系的误差补偿系数  $\mathbf{b}_u = (b_{u1}, b_{u2}, \dots, b_{u15})^T$  与  $\mathbf{b}_v = (b_{v1}, b_{v2}, \dots, b_{v15})^T$  根据(5)式计算各点的误差补偿量  $[E_u(\overline{u}_{bp}, \overline{v}_{bp}), E_v(\overline{u}_{bp}, \overline{v}_{bp})]$ , 最后对  $\overline{\mathbf{m}}_{bp}$  进行修正:

$$\mathbf{m}_{bp} = \begin{bmatrix} u_{bp} \\ v_{bp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{u}_{bp} \\ \overline{v}_{bp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_u(\overline{u}_{bp}, \overline{v}_{bp}) \\ E_v(\overline{u}_{bp}, \overline{v}_{bp}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

至此得到了标定板上各圆心准确的投影仪图像坐标  $\mathbf{m}_{bp}$ 。当标定板在各个不同的位置,都可以使用相同的方法获得标定板上各圆心的准确的投影仪图像坐标,在获得一组不共面空间点的世界坐标和投影仪图像坐标后,即可利用与摄像机标定相同的方法标定投影仪,本文采用了基于直接线性变换法

的非线性标定方法标定投影仪。

## 4 实验及结果

首先通过仿真实验验证投影仪图像坐标的精度, 仿真参数分别为: 摄像机分辨率  $4016 \text{ pixel} \times 2688 \text{ pixel}$ , 像素大小  $0.009 \text{ mm}^2$ , 主点为  $(2018, 1344)$ , 镜头焦距  $f=50 \text{ mm}$ , 畸变参数  $k_1=4.3588 \times 10^{-9}$ ,  $p_1=4.1830 \times 10^{-7}$ ,  $p_2=8.9268 \times 10^{-7}$ , 摄像机在世界坐标系中的位置为  $(100, 586.8802, 800)$ ; 仿真投影仪分辨率  $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$ , 像素大小

$0.0109140625 \text{ mm}^2$ , 主点  $(512, 768)$ , 镜头焦距  $f=26 \text{ mm}$ , 畸变参数  $k_1=1.4338 \times 10^{-8}$ ,  $p_1=-3.6487 \times 10^{-7}$ ,  $p_2=-5.581 \times 10^{-6}$ , 投影仪在世界坐标系中的位置为  $(100, 125, 750)$ 。

仿真实验中标定板分别处于 6 个不同的位置 ( $Z$  值分别为  $40, 20, 0, -20, -40, -60$ )。表 1 中分别统计了不同位置的射影变换误差  $E_u, E_v$ , 误差达到 3 pixel, 不能满足高精度的投影仪图像坐标, 但使用四次函数对射影变换误差在两个坐标轴分量上分别拟合修正后射影变换误差最大值在 0.01 pixel

表 1 仿真实验中射影变换误差

Table 1 Projective transformation error in simulation experiment

Position		Error /pixel			Error after revised by BF /pixel			
		Average	SD	Max	Average	SD	Max	RC
Z=40	$u$	-0.3651	0.9959	2.073	0	0.00053	0.00276	1
	$v$	-1.553	1.096	3.516	0	0.00075	0.00433	1
Z=20	$u$	-0.2783	0.9803	1.943	0	0.00057	0.00313	1
	$v$	-1.549	1.089	3.498	0	0.00080	0.00461	1
Z=0	$u$	-0.1900	0.9655	1.8286	0	0.00065	0.00363	1
	$v$	-1.546	1.081	3.480	0	0.00087	0.00496	1
Z=-20	$u$	-0.1002	0.9523	1.712	0	0.00097	0.00426	1
	$v$	-1.542	1.073	3.463	0	0.00077	0.00539	1
Z=-40	$u$	-0.0087	0.9412	1.595	0	0.00095	0.00501	1
	$v$	-1.538	1.065	3.445	0	0.00109	0.00590	1
Z=-60	$u$	0.08484	0.9320	1.617	0	0.00117	0.00585	1
	$v$	-1.534	1.058	3.428	0	0.00124	0.00647	1
All	$u$	-0.1429	0.9615	2.073	0	0.00084	0.00585	
	$v$	-1.5437	1.0771	3.516	0	0.00094	0.00647	

Note: BF: biquadratic function; SD: standard deviation; RC: related coefficient.

表 2 不同拟合函数修正后的误差

Table 2 Projective transformation error after corrected by different fitting functions

Position		Error after revised by CF /pixel				Error after revised by QF /pixel			
		Average	SD	Max	RC	Average	SD	Max	RC
Z=40	$u$	0	0.01464	0.06143	0.9999	-0.00057	0.02743	0.19401	0.9996
	$v$	0	0.01147	0.0511	0.9999	-0.00074	0.03921	0.27626	0.9994
Z=20	$u$	0	0.01337	0.05762	0.9999	-0.00050	0.02509	0.17706	0.9997
	$v$	0	0.01070	0.04877	1	-0.00073	0.03862	0.27207	0.9994
Z=0	$u$	0	0.01210	0.05383	0.9999	-0.00043	0.02277	0.15995	0.9997
	$v$	0	0.00993	0.04644	1	-0.00071	0.03801	0.26780	0.9994
Z=-20	$u$	0	0.01087	0.05015	0.9999	-0.00036	0.02048	0.14275	0.9998
	$v$	0	0.00916	0.04415	1	-0.00070	0.03740	0.26346	0.9994
Z=-40	$u$	0	0.00971	0.04667	0.9999	-0.00029	0.01826	0.12552	0.9998
	$v$	0	0.00842	0.04196	1	-0.00068	0.03679	0.25911	0.9994
Z=-60	$u$	0	0.00869	0.04349	1	-0.00022	0.01612	0.10830	0.9999
	$v$	0	0.00774	0.03992	1	-0.00066	0.03619	0.25478	0.9994
All	$u$	0	0.01174	0.06143		-0.00039	0.02203	0.19401	
	$v$	0	0.00966	0.0511		-0.00070	0.03772	0.27626	

Note: CF: cubic function; QF: quintic function; SD: standard deviation; RC: related coefficient.

以下,标准差控制在0.0015 pixel以内,拟合相关系数达0.9999以上,表明该拟合方法能很好地反映射影变换误差的变换规律,可以很好地修正射影变换带来的误差。表1和表2对比了四次、三次、五次函数对射影变换误差修正结果,可以发现四次函数修正后误差最小,三次函数误差次之,五次函数拟合时出现震荡误差最大。因此从原理分析和实验结果看四次函数对射影变换误差进行修正是一种合理的方法。

使用如图4所示的结构光测量系统对提出的投影仪标定方法进行验证,系统包括一台投影仪(型号为InFocus IN3182,分辨率为1024 pixel×768 pixel,像素大小为0.0109140625 mm<sup>2</sup>)、一台摄像机(型号为德国svs-vistek公司的SVCam-11002V2,分辨率为4016 pixel×2688 pixel,像素大小为9 μm×9 μm)、一块标定板(9×11圆阵,圆心距25 mm,平

面度为0.03 mm)。标定过程中标定板距投影仪800 mm左右,通过导轨移动标定板至6个不同的位置(Z值分别为40、20、0、-20、-40、-60),按上述方法分别获得投影仪图像坐标,如图5所示,其中“·”表示投影仪投影圆的圆心,“×”表示标定板上圆心在投影仪上的像。

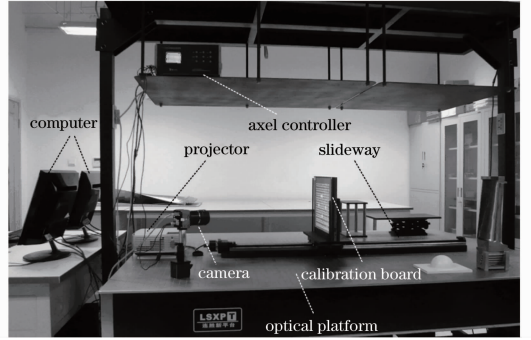


图4 测量系统组成图

Fig. 4 Composition diagram of measurement system

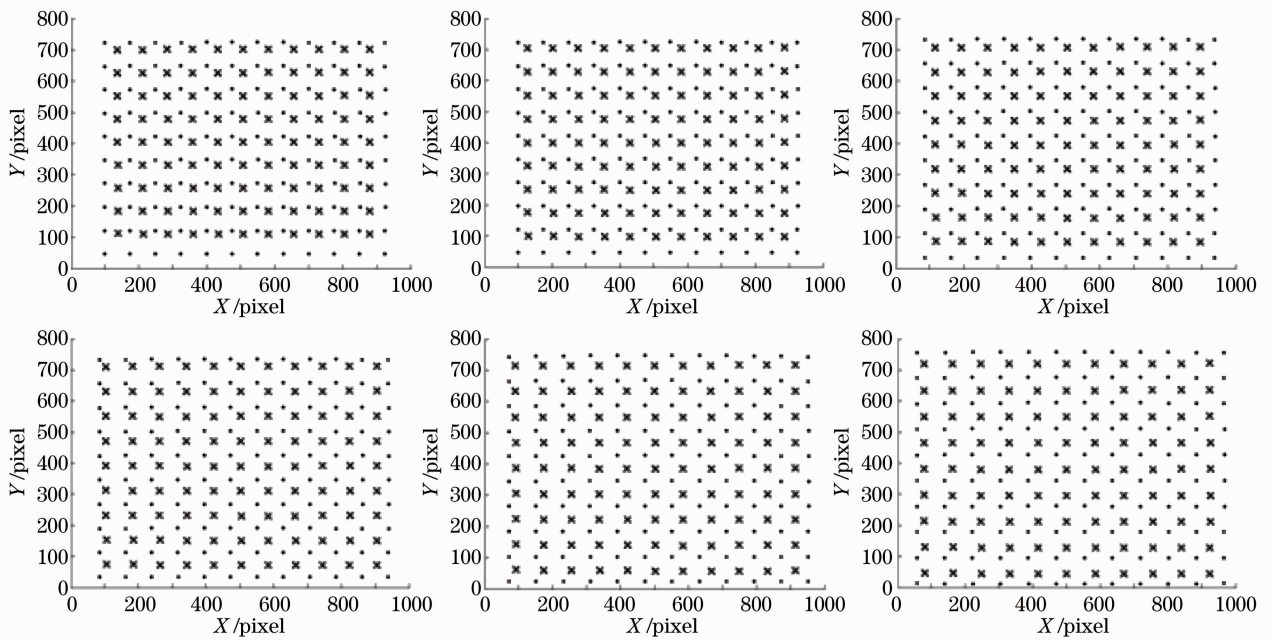


图5 投影仪“拍摄”的标定板图像

Fig. 5 Images of calibration board on projector

用类似的方法分析实验中射影变换误差,误差统计见表3,可以得出射影变换误差在两个坐标分量上分别拟合相关系数达0.9997以上,在拟合修正后射影变换误差最大值为0.1 pixel,标准差控制在0.04 pixel以内,实验亦表明该方法能很好地修正射影变换带来的误差,具有较高的稳定性和精度。

获得投影仪图像坐标后进行投影仪标定,标定结果见表4,反向投影误差(即各个标定点的标定残差)分布如图6所示,在图像的两个坐标轴上误差最

大值分别为0.10 pixel和0.08 pixel,均方根值均为0.03 pixel。

在完成摄像机和投影仪标定后,为验证本文测量系统的精度,将标定板移动到5个不同的位置(世界坐标系中Z值分别为30,10,-10,-30,-50),然后分别投影120个圆点到标定板上,测量结果如图7所示,系统测量误差见表5,平面的最大误差为0.0611 mm,均方根值为0.0182 mm。

表3 实验中射影变换误差

Table 3 Projective transformation error in experiment

Position		Error /pixel			Error after revised by BF /pixel			
		Average	SD	Max	Average	SD	Max	RC
Z=40	u	0.2369	1.0245	2.047	0	0.02643	0.08805	0.9997
	v	1.118	1.103	3.090	0	0.03090	0.07162	0.9996
Z=20	u	0.1104	1.030	1.977	0	0.02488	0.07978	0.9997
	v	1.175	1.127	3.175	0	0.02809	0.07057	0.9997
Z=0	u	-0.0196	1.152	2.0312	0	0.02440	0.06138	0.9998
	v	1.283	1.249	3.485	0	0.03084	0.08357	0.9997
Z=-20	u	-0.1687	1.1796	2.082	0	0.02637	0.07250	0.9998
	v	1.3256	1.2858	3.6084	0	0.02637	0.0725	0.9997
Z=-40	u	-0.3377	1.3190	2.4898	0	0.02142	0.06052	0.9999
	v	1.5074	1.4429	4.1203	0	0.03055	0.10001	0.9998
Z=-60	u	-0.5103	1.4978	3.0143	0	0.02706	0.07425	0.9998
	v	1.7136	1.5977	4.5597	0	0.03106	0.07536	0.9998

Note: BF: biquadratic function; SD: standard deviation; RC: related coefficient.

表4 投影仪标定结果

Table 4 Projector calibration result

	Projector parameters
Translation parameters /mm	258.9808, 136.1336, -820.2633
Rotation parameters /rad	0.0057, -0.0058, 0.0072
Focus /(mm/pixel)	2207.8, 2205.4
Principal point /pixel	858.60, 520.54
Nonnormality parameter of coordinate axes	-0.9247
Distortion parameters	$k_1 = 1.47 \times 10^{-8}$ , $p_1 = 8.86 \times 10^{-8}$ , $p_2 = 1.17 \times 10^{-7}$

表5 平面测量的Z轴分量误差统计

Table 5 Statistical values of Z-axis component of  
planes measurement result

Position	Average /mm	SD /mm	Max /mm	RMS /mm
Z=30	0.0144	0.0186	0.0611	0.0234
Z=10	0.0027	0.0168	0.0487	0.0169
Z=-10	-0.0069	0.0165	0.0473	0.0179
Z=-30	-0.0060	0.0164	0.0516	0.0174
Z=-50	$-7.335 \times 10^{-5}$	0.0144	0.0374	0.0143
Statistics	0.00083	0.0166	0.0611	0.0182

Note: SD: standard deviation; RMS: root mean square.

## 5 结论

提出了一种基于射影变换原理并结合四次函数拟合补偿误差的投影仪标定新方法。该方法操作过程简单,受环境光照等因素影响较小,精度高。基于射影变换原理和函数拟合方法准确地建立了投影仪

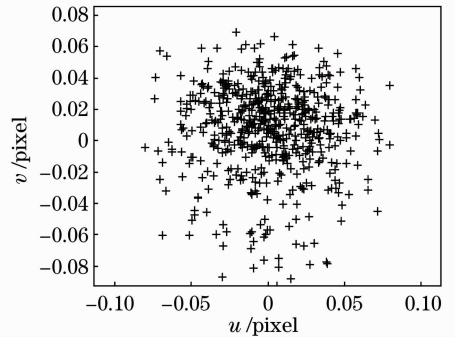


图6 投影仪标定误差

Fig. 6 Projector calibration error

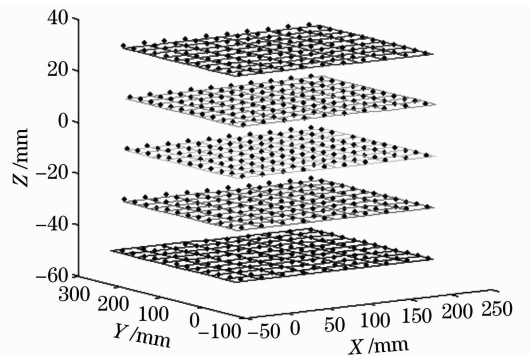


图7 平面测量结果的拟合图

Fig. 7 Fitting diagram of planes measurement result

图像坐标和摄像机图像坐标的一一对应关系,进而建立点的世界坐标和投影仪图像坐标的对应关系,从而将投影仪转化为一个“逆向”的摄像机,可以使用摄像机的标定方法标定投影仪。实验结果表明该投影仪标定方法有较高的标定精度和稳健性,标定误差最大值为0.10 pixel,有效值为0.03 pixel,系统测量平面精度可达0.0611 mm。

## 参 考 文 献

- 1 Yang Zaihua, Li Yuhe, Li Qingxiang *et al.*. Measuring profile system based on optical triangular method[J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(4): 622~626  
杨再华, 李玉和, 李庆祥 等. 一种基于光学三角法的形貌测量系统[J]. *光学技术*, 2005, **31**(4): 622~626
- 2 Qiu Maolin, Ma Songde, Li Yi. Overview of camera calibration for computer vision[J]. *Acta Automation Sinica*, 2001, **26**(1): 43~55  
邱茂林, 马颂德, 李毅. 计算机视觉中摄像机定标综述[J]. *自动化学报*, 2001, **26**(1): 43~55
- 3 Ge Baozhen, Li Xiaojie, Qiu Shi. Camera lens distortion correction based on coplanar point direct liner transformation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 484~494  
葛宝臻, 李晓洁, 邱实. 基于共面点直接线性变换的摄像机畸变校正[J]. *中国激光*, 2010, **37**(2): 484~494
- 4 Junhui Huang, Zhao Wang, Zhihua Gao *et al.*. A novel color coding method for structured light 3D measurement[C]. *SPIE*, 2011, **8085**: 808512
- 5 Wang Tao, Sun Changku, Shi Yongqiang *et al.*. Novel grating projection system based on assistant line and its calibration method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(1): 0115002  
王涛, 孙长库, 石永强 等. 基于辅助参考线的光栅投影轮廓测量系统及标定方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(1): 0115002
- 6 Wang Luyang, Da Feipeng. Three-dimensional shape measurement technique based on complementary color-encoded fringe projection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(6): 0612004  
王露阳, 达飞鹏. 基于互补色编码条纹投影的三维形貌测量方法[J]. *光学学报*, 2011, **31**(6): 0612004
- 7 Wang Zhao, Tan Yushan. Spaced coded high speed 3D profilometry-the theory and the method[J]. *Laser & Infrared*, 1998, **28**(4): 238~242  
王昭, 谭玉山. 空间编码高速三维轮廓测量技术-原理和方法 [J]. *激光与红外*, 1998, **28**(4): 238~242
- 8 Jiarui Liao, Lilong Cai. A calibration method for uncoupling projector and camera of a structured light system[C]. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2008. 770~774
- 9 S. Zhang, P. S. Huang. Novel method for structured light system calibration[J]. *Opt. Engng.*, 2006, **45**(8): 083601
- 10 Chen Xiaobo, Xi Juntong, Ye Jin. Accurate calibration for a camera-projector measurement system based on structured light projection[J]. *Opt. & Lasers in Engng.*, 2009, **47**(3-4): 310~319
- 11 Li Zhongwei, Shi Yusheng, Zhong Kai *et al.*. Projector calibration algorithm for the structured light measurement technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 3061~3065  
李中伟, 史玉升, 钟凯 等. 结构光测量技术中的投影仪标定算法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 3061~3065
- 12 Ma Songde, Zhang Zhengyou. *Computer Vision-Computation and Algorithm Theory* [M]. Beijing: China Science Press, 1998. 36~44, 52~60  
马颂德, 张正友. *计算机视觉-计算理论与算法基础* [M]. 北京: 科学出版社, 1998. 36~44, 52~60
- 13 Ma Shixiang. *Vector Algebra and Projective Geometry* [M]. Lanzhou: Lanzhou University Press, 2006. 78~86  
马世祥. *矢量代数与射影几何* [M]. 兰州: 兰州大学出版社, 2006. 78~86
- 14 A. Fitzgibbon, M. Pilu. Direct least square fitting of ellipses[J]. *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, **21**(5): 476~480
- 15 Yu Daoyin, Tan Hengying. *Engineering Optics* [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2001. 100~109  
郁道银, 谈恒英. *工程光学* [M]. 北京: 机械工业出版社, 2001. 100~109

栏目编辑:何卓铭