

# 光学系统中白宝石分光镜的热变形像差分析

周 琼 姜宗福 习锋杰

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 以光学系统中的白宝石分光镜为研究对象,利用有限元方法和 Zernike 多项式对其热变形像差进行了计算和拟合,分别对入射激光的反射相移和信标光的透射相移进行了研究和分析。入射激光的反射相移的主要像差为离焦项;信标光的透射相移的主要像差包含离焦项和主球差项,而主球差的引入主要是由于在激光入射区域边界上轴向温度分布的不均匀性。利用像差比率  $\gamma_{mn}$  直观反映入射激光的吸收功率与反射激光和透射信标光的像差的关系,对入射激光而言,其离焦比率  $\gamma_{20} = 0.0393$ ;对信标光而言,其离焦比率  $\gamma_{20} = -0.0011$ ,主球差比率  $\gamma_{40} = -0.0033$ 。

**关键词** 光学设计;光学系统;白宝石分光镜;热变形像差;Zernike 多项式

**中图分类号** TN012;O439;O343.6 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.1002001

## Study of Thermal Deformations Induced Optical Aberrations for $\text{Al}_2\text{O}_3$ Mirror in an Optical System

Zhou Qiong Jiang Zongfu Xi Fengjie

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Based on the finite element method (FEM) and Zernike polynomial, the thermal deformation aberrations of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  mirror in an optical system are calculated. The phase shifts of reflected laser beam and transmitted beacon beam are theoretically analyzed, respectively. The defocusing is the major aberration of reflected laser beam and the defocusing and the primary spherical aberrations are the major aberrations of transmitted beacon beam. The primary spherical aberration is induced by the uneven temperature distribution at the boundary of laser irradiation area. The aberration ratio  $\gamma_{mn}$  is defined to describe the influence of absorption power on aberration of reflected laser beam and transmitted beacon beam. The defocusing ratio of reflected laser beam  $\gamma_{20}$  is 0.0393, and the defocusing ratio of transmitted beacon beam  $\gamma_{20}$  is -0.0011 and the primary spherical ratio  $\gamma_{40}$  is -0.0033.

**Key words** optical design; optical system;  $\text{Al}_2\text{O}_3$  mirror; thermal deformation aberration; Zernike polynomial

**OCIS codes** 140.6810; 010.1080; 220.1000; 080.1005

## 1 引 言

光学系统中反射镜和分光镜在强激光的辐照下会吸收一定的能量并发生热变形,同时系统中的气体通道中存在着气体热效应,两者均会使出射激光的光束质量下降,因此需要通过自适应光学系统对这两项主要的热像差源进行波前探测和相位补

偿<sup>[1~3]</sup>。较为典型的为相位共轭的波前预补偿方法<sup>[1]</sup>,主要包括两部分:一是利用信标光对热像差源进行探测,一般而言,信标光为低功率可见光;二是在已知像差的情况下利用变形镜对入射激光实施波前预补偿。信标光携带的气体热效应信息能很好地与待测激光相对应,但是对于分光镜的热变形信息,

**收稿日期**: 2012-05-14; **收到修改稿日期**: 2012-05-30

**基金项目**: 中国科学院光束控制重点实验室基金(2010LBC003)资助课题。

**作者简介**: 周 琼(1985—),女,博士研究生,主要从事光学系统中热变形像差及其波前预补偿等方面的研究。

E-mail: qinqin0416@hotmail.com

**导师简介**: 姜宗福(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事高能激光技术及气动光学等方面的研究。

E-mail: jiangzongfu@yahoo.com.cn

情况则有所不同:入射激光的像差源为白宝石( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )分光镜上表面的轴向热变形;而信标光的像差源则由分光镜的热变形和热光效应共同引入,因此本文将分别对入射激光和信标光经过分光镜后的波前畸变,即激光的反射相移和信标光的透射相移,进行研究和分析。

## 2 理论基础

在激光辐照的情况下,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜的温度和热变形分布可以通过求解准静态条件<sup>[4]</sup>下的热传导方程和热弹性方程得到<sup>[4,5]</sup>。

热传导方程:

$$\nabla^2 T(r, \theta, z; t) + \frac{\dot{q}}{\kappa} = \frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial T(r, \theta, z; t)}{\partial t}, \quad (1)$$

热弹性方程:

$$\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} - \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla^2 u_z + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} - \frac{2(1+\nu)}{1-2\nu} \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

实验操作上分光镜多采用周边压环的夹持方式,且与周围环境保持自然对流,则边界条件和初始条件为<sup>[4,5]</sup>

$$\left. \frac{\partial T(r, \theta, z; t)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \left. \frac{\partial T(r, \theta, z; t)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{h}{\kappa} (T - T_\infty), \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial T(r, \theta, z; t)}{\partial z} \right|_{z=d_0} = q(r, \theta, d_0; t), \quad (5)$$

$$T(r, \theta, z; t) \Big|_{t=0} = T_\infty, \quad (6)$$

$$u_z \Big|_{r=r_0} = 0, \quad (7)$$

(1)~(7)式中  $\alpha_d = \kappa/\rho C$  为热扩散系数,  $\kappa$  为热传导率,  $\rho$  为材料密度,  $C$  为比热,  $\dot{q}$  为单位体积内的热生成率,即体热源,  $\alpha_1$  为线性热膨胀系数,  $\nu$  为泊松比,  $\epsilon$  为热应变,  $h$  为换热系数,对自然对流而言,一般取为  $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $T_\infty$  为环境温度,  $q(r, \theta, z; t)$  为镜体表面的热流载,即面热源,  $r_0$  为分光镜的半径,  $d_0$  为分光镜的厚度。相对面热源对热变形的影响,体热源  $q$  的贡献可忽略,因此,热传导方程可以得到简化形式:

$$\nabla^2 T(r, \theta, z; t) = \frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial T(r, \theta, z; t)}{\partial t}. \quad (8)$$

通过对(2)、(3)式和(8)式的联立求解,可以得到高能激光连续辐照下的热变形分布。由热变形的等比缩放律<sup>[6]</sup>可以知道,在吸收功率不变的情况下,对均匀分布的激光光束而言,高反镜和激光的尺寸同时进行了等比率缩放后,其热变形分布不变<sup>[6]</sup>。

不考虑膜层的形变对相位的影响,由分光镜热形变引起的相移  $\Delta\Phi$  可以描述为  $\Delta\Phi = (2\pi/\lambda)\Delta L$ ,  $\Delta L$  为光程差。对于波前补偿系统而言,分光镜的热变形和热光效应对入射激光的反射相移和信标光的透射相移均有影响。对反射激光而言,其相移为

$$\Delta\phi_R(r, \theta) = \left(\frac{2\pi}{\lambda_L}\right)\Delta L_R = \left(\frac{2\pi}{\lambda_L}\right) \times [2u_z(r, \theta) \Big|_{z=d_0}], \quad (9)$$

对透射信标光而言,其相移为

$$\Delta\phi_T(r, \theta) = \left(\frac{2\pi}{\lambda_B}\right)\Delta L_T = \left(\frac{2\pi}{\lambda_B}\right) \left[ \int_0^{d_0} \Delta n(r, \theta, z) dz + n_0 \Delta u_z(r, \theta) \right] = \left(\frac{2\pi}{\lambda_B}\right) \left\{ \int_0^{d_0} [\epsilon_T \times \Delta T(r, \theta, z)] dz + n_0 \Delta u_z(r, \theta) \right\}, \quad (10)$$

(9)式和(10)式中  $\lambda_L$  和  $\lambda_B$  分别为入射激光波长和信标光波长,  $\Delta L_R$  和  $\Delta L_L$  分别为反射激光和透射信标光的光程差,  $\epsilon_T = dn/dT$  为分光镜材料的热光系数,  $n_0$  为分光镜的折射率。(10)式右边第一项为光热效应带来的相移,第二项则为热变形带来的相移。

为了直观地分析相移对激光特性的影响,利用极坐标系下的 Zernike 多项式  $Z_n^m(\rho) \cos m\theta$  对上述相移(9)和(10)式进行展开<sup>[7]</sup>

$$\Delta\phi_p = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n A_{nm}^p Z_n^m(\rho) \cos m\theta. \quad (11)$$

## 3 像差模型的建立

在连续高能激光辐照下,一般采用弱耦合条件下的热传导和热弹性模型描述反射镜的热变形问题<sup>[5,8]</sup>,且在求解过程中使用准静态假设<sup>[5]</sup>,仅考虑存在膜层吸收的面热源条件,即在分光镜的激光辐照表面有  $q(r, \theta, d_0; t) = I_a(r, \theta, d_0; t)$ ,  $I_a(r, \theta, d_0; t)$  为膜层吸收的激光强度分布<sup>[8]</sup>。另外,由于高反膜层厚度远远小于反射镜基底的热扩散长度,因此膜层的热变形可以忽略。当忽略气体通道的气体热效应时,依据文献<sup>[6]</sup>的结论,可以知道当分光镜的吸收总功率和激光束相对尺寸(激光束半径/分光镜半径,即激光束尺寸相对于分光镜的无量纲空间参数)保持不变时,使用缩放模型得到的结果亦是不变的,因此,在计算时是以吸收总功率和相对尺寸作为参量来建立模型。

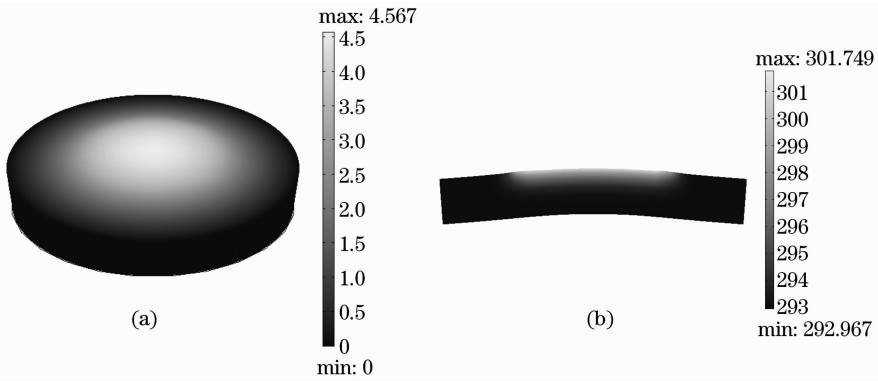
取相对尺寸为 0.5,使用 Comsol 多物理场模拟

软件,采用有限元方法(FEM)计算激光辐照 5 s 时  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜的温度分布和热变形分布,计算模型的参数见表 1<sup>[9]</sup>。

假设入射激光截面为圆形,且功率是均匀分布的,吸收功率为 108 W,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜的热变形分布以及  $x=0$  截面上的温度分布见图 1(a)和(b)。从图 1 可以看出,分光镜的热变形区域主要集中在激光辐照范围内,辐照区内的温度分布在径向方向上较为均匀,但是在轴向方向上存在明显的梯度,且由于在边界上采取压环方式,使得热变形在径向方向上的分布并不是像温度分布那样均匀,也因此使得径向上的热变形梯度与自由边界条件下相比相对增大。

表 1  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜的计算模型参数(293 K)Table 1 Properties of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  mirror (293 K)

Property	Value
Density $\rho$ / ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	3980
Thermal conductivity $\kappa$ / [ $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ]	24
Specific heat $C_p$ / [ $\text{W}\cdot\text{s}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ]	761.5
Thermal expansion coefficient $\alpha_t$ / ( $10^{-6}/\text{K}$ )	7.8
Poisson's ratio $\nu$	0.27
Young's modulus / GPa	379
Refractive index $n$	1.433
Thermo-optic coefficients $\epsilon_T$ / ( $10^{-6}/\text{K}$ )	-11.5 at 632.8 nm
Nondimensional spatial scale	0.5

图 1  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜的(a)热变形分布和(b)  $x=0$  截面上的温度分布Fig. 1 (a) Thermal deformation distribution and (b) temperature distribution at  $x=0$  plane of  $\text{Al}_2\text{O}_3$  mirror

在已知热变形和温度分布的情况下,通过(9)式和(10)式分别求得由于  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜热变形而造成的反射光相移和透射光相移,如图 2 所示。利用 Zernike 多项式分别对反射光相移和透射光相移进行计算,可以得到其主要像差和像差系数。图 2(a)为入射激光的反射相移,其主要像差为离焦项,离焦系数值为 3.02;图 2(b)为信标光的透射相移,其主要像差除了包含离焦外,在激光入射区域的边界上

轴向的温度分布不均匀引入了更为严重的主球差,其中离焦系数为-0.23,主球差系数为-0.39。从图 2 可以看出,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜的热变形使入射激光和信标光均产生了严重的相位畸变,入射激光的反射相移要远大于信标光的透射相移,且反射相移主要表现为负透镜效应,而透射相移则表现为正透镜效应,这也证明分光镜上表面的热变形分布不均匀性大于下表面。

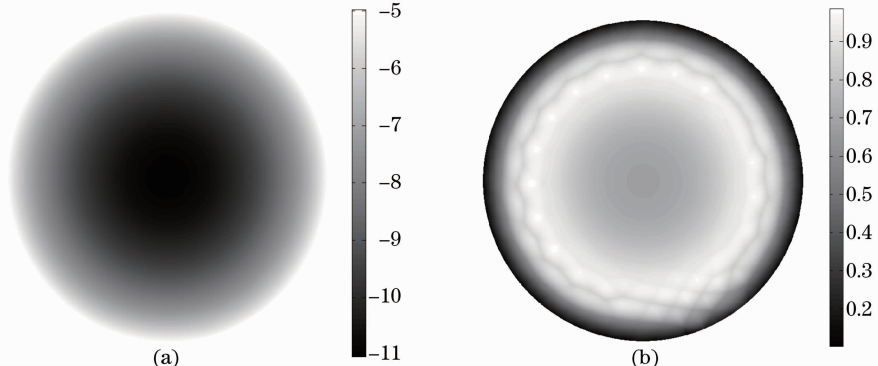
图 2 经过  $\text{Al}_2\text{O}_3$  分光镜后(a)入射激光的反射相移和(b)信标光的透射相移

Fig. 2 Phase shifts distributions of (a) reflected laser beam and (b) transmitted beacon beam

## 4 计算结果分析

假设入射激光和信标光均为平面波且正入射分光镜,对于相对尺寸和辐照时间一定的分光镜热变形畸变模型,激光的反射像差系数和信标光的透射像差系数值  $A_{mm}$  均与膜层的吸收总功率  $P_a$  成正比,定义像差比率  $\gamma_{mm}$  为

$$A_{mm} = \gamma_{mm} P_a, \quad (12)$$

式中  $P_a$  即为全部转化为面热源的那部分激光总功率,  $P_a = \frac{1}{\pi} \iint I_a(r, \theta) r dr d\theta$ 。图 3(a) 和 (b) 分别给出了相对尺寸为 0.5、辐照时间为 5 s 时经过畸变  $Al_2O_3$  分光镜后反射激光和透射信标光的像差系数与吸收功率的关系,由 (12) 式计算得到反射激光的离焦比率  $\gamma_{20} = 0.0393$ , 透射信标光的离焦比率  $\gamma_{20} = -0.0011$  和球差比率  $\gamma_{40} = -0.0033$ 。由于激光辐照区域内的分光镜温度分布在边界上不均匀,使得信标光的球差像差比离焦像差更严重,并随着

功率的增加,信标光中球差像差的影响也更为剧烈。

将反射激光的离焦比率代入 (11) 式和 (12) 式,则入射激光经分光镜反射后的相移为

$$\Delta\phi_R = P_a \gamma_{20} Z_2^0(\rho) = 0.0393 Z_2^0(\rho) P_a, \quad (13)$$

同理,可以得到信标光通过分光镜透射后的相移为

$$\Delta\phi_T = P_a [\gamma_{20} Z_2^0(\rho) + \gamma_{40} Z_4^0(\rho)] = [-0.23 Z_2^0(\rho) - 0.39 Z_4^0(\rho)] P_a, \quad (14)$$

对相对尺寸为 0.5、工作时间为 5 s 的波前预补偿系统而言,只要知道  $Al_2O_3$  分光镜膜层吸收的总功率,则可以通过 (13) 式和 (14) 式计算得到入射激光的反射相移和信标光的透射相移。对波前预补偿系统而言,在已知入射激光的反射相移后即可得到实施预补偿时所需要的共轭相位,而对信标光而言,通过探测其通过气体通道后的畸变波前和已知的透射相移,则可以得到由入射激光的气体热效应引入的相移,从而能对其进行有效地研究和控制。

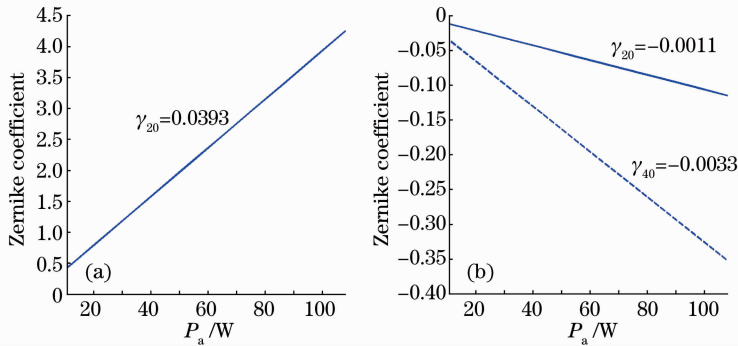


图 3 部分 Zernike 像差系数与吸收功率  $P_a$  的关系。(a) 入射激光的反射像差; (b) 信标光的透射像差

Fig. 3 Zernike coefficients as function of absorption power  $P_a$ . (a) Reflected laser beam; (b) transmitted beacon beam

## 5 结 论

针对光学系统中  $Al_2O_3$  分光镜的热变形对激光像差的影响,分别从入射激光的反射相移和信标光的透射相移两个方面进行了计算和分析。计算结果表明,入射激光的反射相移的主要像差为离焦项;而信标光的透射相移除了包含离焦像差外,还有更为严重的主球差像差,主球差则是由于轴向温度分布在激光入射区域边界上的不均匀性造成的。为了更为直观地反映入射激光的吸收功率与反射激光和透射信标光的像差的关系,定义了像差比率  $\gamma_{mm}$ ,量化了在一定条件下  $Al_2O_3$  分光镜的反射激光和透射信标光的像差系数。在波前预补偿系统中,在已知入射激光功率的情况下,可以利用像差比率计算得到反射相移,即可得到实施预补偿时所需要的共轭相位,同时,对信标光而言,探测得到的畸变波前

和计算得到的透射相移,则可以反映气体热效应引入的相移,从而对其进行有效地研究和控制。

## 参 考 文 献

- 1 R. K. Tyson. Principles of Adaptive Optics [M]. San Diego: Academic Press, 1997
- 2 D. W. Callahan, S. H. Bowersox, P. H. Dichinson *et al.*. High power, uncooled silicon mirror transmitted beam diagnostics [C]. SPIE, 1995, **2543**: 89~101
- 3 Ciming Zhou, Zuhai Cheng, Feng Sun *et al.*. Transient thermal effect of high power laser mirrors and its propagating characters of far-field[J]. Optik, 2003, **114**(5): 221~227
- 4 J. H. Lienhard. Heat Transfer Textbook [M]. Cambridge: Phlogiston Press, 2005
- 5 Takeachi Yoichivo. Heat Stress [M]. Guo Tingwei, Li Anding Trans., Beijing: Science Press, 1977  
竹内洋一郎. 热应力 [M]. 郭廷玮, 李安定译. 北京: 科学出版社, 1977
- 6 Zhou Qiong, Jiang Zongfu, Xi Fengjie. Designing of scaling model and study of thermal deformation compensation for inner optical system[J]. Chinese J. Lasers, 2012, **39**(4): 0402008

- 周 琼, 姜宗福, 习锋杰. 内光路系统的缩放模型及其热变形像差的波前预补偿[J]. 中国激光, 2012, **39**(4): 0402008
- 7 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- 8 Weiping Wang, Fuli Tan, Baida Lü *et al.*. Three-dimensional calculation of high-power, annularly distributed, laser-beam-induced thermal effects on reflectors and windows [J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(34): 7442~7450
- 9 M. J. Weber. Handbook of Optical Materials [M]. Berkeley: CRC Press, 2003

栏目编辑: 王晓琰