

# 基于交比不变性的广角成像系统几何失真校正

艾赛江 王 翔

(中国科学技术大学精密机械与精密仪器系, 安徽 合肥 230026)

**摘要** 广角成像系统在近距离倾斜摄像获取大场景平面信息时, 图像会存在透视变形与径向失真综合的非线性几何失真。利用网格模板成像, 结合透视投影下的共线点列的交比不变性原理, 通过非线性优化获得径向失真模型参数, 实现径向失真的校正; 通过透视变换方法构建变换矩阵求得变换系数, 进而实现线性梯形失真的校正。对广角镜头焦距为 14 mm, 相机倾斜角为  $43.34^\circ$ , 边长 1200 mm 正方形模板成像的几何失真进行了校正实验, 经对不同位置分布点的精度分析, 得到各位置点的相对误差均小于 1%。表明校正算法适用于非线性几何失真的处理, 且具有较高的校正精度。

**关键词** 图像处理; 几何失真; 交比不变性; 径向失真; 图像校正

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201239.0108005

## Correction of Geometric Distortion of Wide-Angle Imaging System by Cross Ratio Invariability

Ai Saijiang Wang Xiang

(Department of Precision Machinery and Precision Instrument, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China)

**Abstract** When using the wide-angle imaging system to obtain large flat-screen scene information close and tilt, images will produce nonlinear geometric distortion consisted with perspective distortion and radial distortion. Based on imaging the grid template and the cross ratio invariability of collinear points with perspective projection, the radial distortion model parameters by nonlinear optimization is obtained, and the radial distortion is corrected. The transform matrix is built to calculate the transform coefficients by perspective transform method and correct the trapezium distortion. The non-linear geometric distortion is corrected for the images of square template with the side length as 1200 mm, the focal length of wide-angle lens as 14 mm, and the camera tilt angle as  $43.34^\circ$ . By the accuracy analysis of points in different locations, the relative error of identification points are less than 1%, the results show that the algorithms are suitable for the correction of nonlinear geometric distortion and have a high correct accuracy.

**Key words** image processing; geometric distortion; cross ratio invariability; radial distortion; image correction

**OCIS codes** 100.2000; 100.5010; 150.1488

## 1 引 言

在基于摄像机的图像采集和处理系统中, 如摄像机因设置空间受限, 以一定的倾斜角度对场景进行成像时, 将会带来透视变形; 而监视并获得大场景图像的应用则需利用广角摄像机, 但会存在非线性的径向失真。而当在受限空间内进行大场景的监视

和图像采集时, 就会产生透视变形和径向失真综合的非线性几何失真, 这对图像校正和处理提出了更高的要求。

对于非线性径向失真的校正处理, Tsai<sup>[1]</sup>提出了经典的基于径向排列约束(RAC)的两步法; 在此基础上国内外学者利用平面模板上特征点失真前后

**收稿日期**: 2011-08-12; **收到修改稿日期**: 2011-10-05

**作者简介**: 艾赛江(1984—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学测量及图像处理技术方面的研究。

E-mail: asj@mail.ustc.edu.cn

**导师简介**: 王 翔(1964—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光学测量及光机电一体化技术、激光快速成型技术和微纳米制造技术等方面的研究。E-mail: wxyf@ustc.edu.cn(通信联系人)

的映射关系来求解失真模型参量,提出了多种不同的校正方法<sup>[2~5]</sup>;如基于直接线性变换的方法,将被校正图像的中心设为图像失真中心的初始估计,利用变换矩阵的初值进行迭代优化来实现失真的校正<sup>[6,7]</sup>。同时,一些学者基于射影不变性原理,在不预先确定失真中心及特征点失真前后映射关系的情况下,直接通过对图像上直线的变形特征的分析 and 计算来确定失真系数,进而实现图像校正<sup>[8~11]</sup>。

对于线性失真的透视变形,比较常用的校正方法有透视变换方法<sup>[12]</sup>和控制点变换方法<sup>[13]</sup>。前者是依据摄像机成像原理,利用由线性针孔模型世界坐标系与图像坐标系的变换关系得到的透视变换矩阵来实现图像校正;而控制点变换方法则是以图像边缘顶点为控制点,通过双线性空间变换来进行图像的校正。胡东红等<sup>[14]</sup>通过对两种方法的比较分析,表明透视变换方法对实际拍摄的图像校正更为精确。

因此,本文针对透视变形和径向失真综合的几何失真,利用射影不变性中的交比(CR)不变性原理,结合平面模板法的应用来校正径向失真,将具有综合几何失真的图像转变为线性针孔模型下倾斜的梯形失真图像,再通过透视变换方法来实现图像的校正。

## 2 CR 不变性及径向失真校正原理

### 2.1 透视投影的 CR 不变性

如图 1 所示,直线  $L$  上 3 个点  $A, B, C$ , 设  $A, B$  为基础点,  $C$  为分点(内分点或外分点), 由分点与基础点所确定的两有向线段之比称为简单比(SR), 记为

$$R_s(A, B, C) = AC/BC, \quad (1)$$

如定义一条直线上 4 个点中, 两个 SR 的比值为 CR。如图 1 所示直线  $L$  上任意 4 点  $A, B, C, D$ , 则对应的 CR 可表示为

$$R_c(A, B, C, D) = \frac{R_s(A, B, C)}{R_s(A, B, D)} = \frac{AC/BC}{AD/BD}. \quad (2)$$

在摄像机系统中, 对于以点  $O$  为相机中心的线

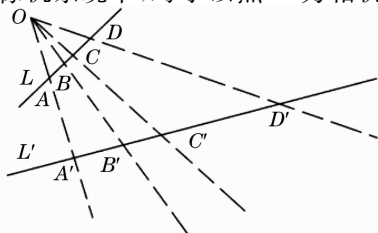


图 1 CR 不变性原理

Fig. 1 Principium of CR invariability

性针孔模型, 空间物体(直线  $L$ ) 所成的像为直线  $L'$ , 则由射影不变性原理<sup>[15]</sup> 可知, 摄像机透视投影变换具有 CR 不变性, 即对于直线  $L$  和  $L'$ , 总存在

$$R_c(A', B', C', D') = R_c(A, B, C, D). \quad (3)$$

因此, 对于空间共线的 4 点  $A, B, C, D$ , 对应的成像点为  $A', B', C', D'$ , 若已知像面上  $A', B', C'$  的坐标, 就可以利用(2), (3) 式来求得  $D'$  点对应像面上的位置。如设  $B'$  点为图像失真中心,  $A', C'$  点坐标为理想坐标, 通过空间点  $A, B, C, D$  得到 CR 后, 则可根据 CR 性质来求得失真点  $D'$  的理想像点坐标为

$$\begin{cases} x_{D'} = \frac{R_c(x_{B'} - x_{C'})x_{A'} - (x_{A'} - x_{C'})x_{B'}}{R_c(x_{B'} - x_{C'}) - (x_{A'} - x_{C'})} \\ y_{D'} = \frac{R_c(y_{B'} - y_{C'})y_{A'} - (y_{A'} - y_{C'})y_{B'}}{R_c(y_{B'} - y_{C'}) - (y_{A'} - y_{C'})} \end{cases}. \quad (4)$$

### 2.2 径向失真的摄像机成像模型

摄像机的成像过程模型如图 2 所示<sup>[16]</sup>。首先, 被摄主体通过刚体变换从世界坐标系  $O_w(X_w, Y_w, Z_w)$  转换到摄像机坐标系  $O_c(X_c, Y_c, Z_c)$ , 即空间物点  $M$  由  $M(X_w, Y_w, Z_w)$  转换到  $M(X_c, Y_c, Z_c)$ ; 当摄像机对被摄物体进行倾斜成像时, 仍满足线性针孔成像模型, 即从摄像机坐标系  $O_c(X_c, Y_c, Z_c)$  转换到像平面坐标系  $O(x, y)$  时, 经中心透视投影变换的图像将呈现倾斜的梯形失真; 此时, 如将像平面坐标系  $O(x, y)$  以成像面上的像素坐标系  $O_p(u, v)$  来表征, 则  $M(X_c, Y_c, Z_c)$  在像素平面坐标系的像点即为  $P_u(x_u, y_u)$ ; 对于大视场的广角成像系统, 由于其不满足线性针孔模型, 实际成像将产生径向失真, 即  $M(X_c, Y_c, Z_c)$  在像素平面坐标系上的实际像素坐标将变为  $P_d(x_d, y_d)$ 。

由于线性针孔摄像机模型下所成的像是不包含非线性失真的理想像, 成像过程遵循线性针孔模型的射影不变性规律, 即: 保持直线, 直线与点的接合性以及直线上点列的 CR 不变<sup>[15]</sup>。故图 2 所示的  $P_u(x_u, y_u)$  点是对应空间点  $M$ , 在线性针孔模型下

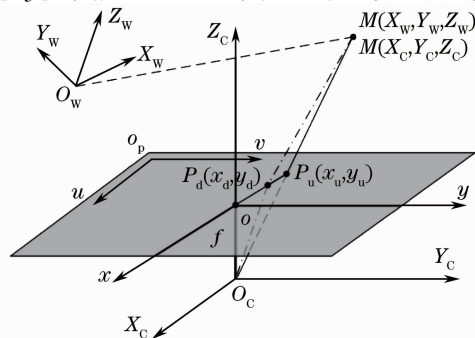


图 2 摄像机成像模型

Fig. 2 Model of camera imaging

不包含任何非线性失真的理想像点。

图2所示的 $P_d(x_d, y_d)$ 点是对应空间点 $M$ 受到径向失真影响的实际(失真)像点。通常径向失真函数是失真像点 $P_d$ 到理想像点 $P_u$ 的映射,描述径向失真的标准数学模型是偶数阶多项式模型,由于仅考虑模型前两阶就可达到亚像素精度<sup>[3]</sup>,故其数学模型可表示为

$$\begin{cases} x_u - e_x = (x_d - e_x)(1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) \\ y_u - e_y = (y_d - e_y)(1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $(x_u, y_u)$ 是理想像点 $P_u$ 像素坐标, $(x_d, y_d)$ 是失真像点 $P_d$ 像素坐标, $(e_x, e_y)$ 是图像失真中心点 $O$ 像素坐标, $r_d = \sqrt{(x_d - e_x)^2 + (y_d - e_y)^2}$ 是失真像点到失真中心点的距离, $k_1, k_2$ 是径向失真模型参数。其中,参数 $k_1$ 是决定径向失真类型的主导因素。若 $k_1 > 0$ ,表示桶形失真,若 $k_1 < 0$ ,则为枕形失真。

如设摄像镜头以主轴为中心各向同性,径向失真有如下几个特点:失真关于摄像镜头主轴对称,且主轴像点为失真中心;像面失真程度随着像点到主轴的距离增大而增加;过主轴像点的直线,失真后仍为直线;失真中心邻近区域的变形很小故而可忽略<sup>[17]</sup>。

因此,对于具有径向失真图像的校正,可以将径向失真中心及其邻近区域内点作为理想像点,利用CR不变性来计算过中心直线上的失真像点和边缘顶点的理想像点坐标,通过求解径向失真函数模型,获得模型参数,实现径向失真的校正。

### 3 几何失真校正算法

本校正算法是利用平面模板成像,根据研究对象为大场景且摄像机位置必须设置在下方的需求,依据摄像广角像机参数,调整拍摄倾斜角度使其主轴穿过模板十字中心线交点,模板中心成像后在图像失真中心。即通过对栅格模板的成像,利用失真中心和过失真中心的直线(十字中心线)及其与失真中心点共线的点列,根据上节所述的利用CR不变性来对径向失真进行校正,再利用透视变换来校正倾斜的梯形失真,以实现非线性几何失真的校正。

#### 3.1 径向失真校正

图3所示为具有透视变形和径向失真综合的几何失真的平面模板图像。失真中心点 $D_c$ 位于模板中心,设邻近失真中心的栅格交点 $D_1, D_2, \dots, D_8$ 为基准点,并定义模板栅格间距为基准距离,则基准距离越小,对应像点的径向失真越小,因此,在相同成

像模式下,以其理想像点为基准点,利用CR不变性就可得到其他像点的理想坐标。

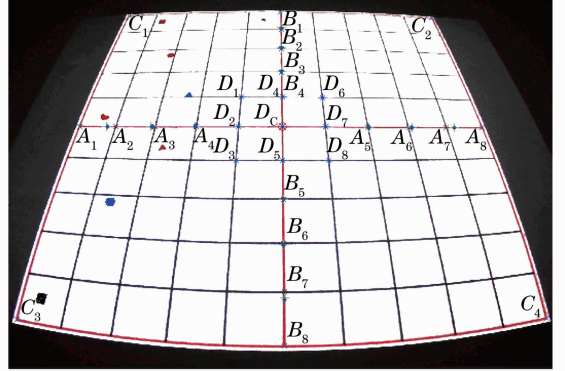


图3 平面栅格模板几何失真图像

Fig. 3 Image of geometric distortion of plane grid template

为了实现全视场失真图像的有效校正,需要选取若干“控制点”来实现。为了便于CR不变性原理的应用,全视场图像校正的控制点主要考虑选取过失真中心十字直线上的点和模板外围的角点。因此,可选取的控制点有:横向 $A_1, A_2, \dots, A_8$ 点,纵向 $B_1, B_2, \dots, B_8$ 点,外围 $C_1, C_2, C_3, C_4$ 点。控制点数量的多少会对校正精度产生影响,为了保证精度,一般应至少选取 $A_1, A_8, B_1, B_8, C_1, C_2, C_3, C_4$ 等点作为控制点。

根据模板已知的栅格间距,过中心 $D_c$ 的直线上共线点的CR可以由(2)式计算得到,再分别利用不同直线上基准点( $D_1, D_2, \dots, D_8$ ),由(4)式来计算对应直线上控制点的理想坐标。例如,求某控制点 $A_2$ 的理想坐标 $(x_u, y_u)$ ,则有

$$\begin{cases} x_u = \frac{R_C(x_{D_c} - x_{D_2})x_{D_7} - (x_{D_7} - x_{D_2})x_{D_c}}{R_C(x_{D_c} - x_{D_2}) - (x_{D_7} - x_{D_2})} \\ y_u = \frac{R_C(y_{D_c} - y_{D_2})y_{D_7} - (y_{D_7} - y_{D_2})y_{D_c}}{R_C(y_{D_c} - y_{D_2}) - (y_{D_7} - y_{D_2})} \end{cases}. \quad (6)$$

根据上述方法可以依次求得一组控制点对应的理想坐标,若有 $n$ 组对应点,将其代入(5)式,并写成矩阵形式,则有

$$\begin{bmatrix} (x_{1,d} - e_x)r_{1,d}^2 & (x_{1,d} - e_x)r_{1,d}^4 \\ (y_{1,d} - e_y)r_{1,d}^2 & (y_{1,d} - e_y)r_{1,d}^4 \\ \vdots & \vdots \\ (x_{n,d} - e_x)r_{n,d}^2 & (x_{n,d} - e_x)r_{n,d}^4 \\ (y_{n,d} - e_y)r_{n,d}^2 & (y_{n,d} - e_y)r_{n,d}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} x_{1,u} - x_{1,d} \\ y_{1,u} - y_{1,d} \\ \vdots \\ x_{n,u} - x_{n,d} \\ y_{n,u} - y_{n,d} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中  $(x_{1,d}, y_{1,d}), \dots, (x_{n,d}, y_{n,d})$  是  $n$  组控制点像素坐标,  $(x_{1,u}, y_{1,u}), \dots, (x_{n,u}, y_{n,u})$  是对应的  $n$  组理想点像素坐标。(7)式可以写成为

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{K} = \mathbf{w}, \quad (8)$$

式中  $\mathbf{K} = [k_1 \quad k_2]^T$ 。

为了求解径向失真模型参数,首先通过线性最小二乘法来最小化代数距离,得到可以在非线性优化阶段改良的封闭解<sup>[18]</sup>为

$$\mathbf{K} = (\mathbf{W} \cdot \mathbf{W})^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{w}. \quad (9)$$

由(9)式得到  $k_1, k_2$  的初始估计,再利用 Levenberg-Marquart 算法对下述误差函数进行非线性最小化,进一步获得优化的  $k_1, k_2$  值。

$$J = \sum_{i=1}^n [\| (x_{iu} - x_{id}) - (x_{id} - e_x) (k_1 r_{id}^2 + k_2 r_{id}^4) \| + \| (y_{iu} - y_{id}) - (y_{id} - e_y) (k_1 r_{id}^2 + k_2 r_{id}^4) \|]. \quad (10)$$

最后,将优化的  $k_1, k_2$  值代入(5)式,可得到实际像平面坐标系和理想像平面坐标系之间像素的函数关系,进而即可对图形各点特征像素点进行校正。

### 3.2 透视变形校正

在对透视变形和径向失真综合的非线性几何失真图像实现了径向失真校正后,就可以来对线性的梯形失真进行处理。在线性针孔摄像模型中,其世界坐标系  $O_w(X_w, Y_w, Z_w)$  与图像像素坐标系  $O_p(u, v)$  之间映射关系的齐次坐标形式可表示为

$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

整理消去  $z$  后,得到关于  $m_{ij}$  的线性方程为

$$\begin{cases} u = \frac{m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{13}Z_w + m_{14}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \\ v = \frac{m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{23}Z_w + m_{24}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{33}Z_w + m_{34}} \end{cases}, \quad (12)$$

对于平面场景,有  $Z_w = 0$ ,则(12)式可变为

$$\begin{cases} u = \frac{m_{11}X_w + m_{12}Y_w + m_{14}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{34}} \\ v = \frac{m_{21}X_w + m_{22}Y_w + m_{24}}{m_{31}X_w + m_{32}Y_w + m_{34}} \end{cases}, \quad (13)$$

在应用非齐次线性解法时,可设其中一个未知参数为 1,通常设  $m_{34} = 1$ <sup>[19]</sup>,则根据(13)式,可得到透视变换方程

$$\begin{cases} u = \frac{ax + by + c}{gx + hy + 1} \\ v = \frac{dx + ey + f}{gx + hy + 1} \end{cases}, \quad (14)$$

式中  $(x, y)$  是完成径向失真校正后的理想图像坐标系中的像素坐标,  $(u, v)$  是透视变换后图像坐标系中相应的像素坐标,  $a, b, c, d, e, f, g, h$  是变换系数。

透视变形为线性失真,因此,只需要设定 4 个控制点便可对其校正。控制点选取的原则是不能有 3 点共线,为了使校正后的图形关于中心点对称,选取图 3 所示的过中心十字线上  $A_1, A_8, B_1, B_8$  点对应的校正径向失真后的理想像点作为控制点,如设其坐标分别为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ ,对应的透视变换后的坐标分别为  $(u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_3, v_3), (u_4, v_4)$ 。对于相机主轴通过平面栅格模板中心的透视变形,其失真前后的横向中心线不变,因此,可以利用其校正径向失真后的长度来作为校正透视变形后的图形边长,并以此为基准长度设置透视变换后控制点的坐标值,从而实现对图形的真实复原。

对上述选定的控制点,由(14)式所定义的变换可以得到透视变换的变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_1x_1 & -u_1y_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -v_1x_1 & -v_1y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_2x_2 & -u_2y_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -v_2x_2 & -v_2y_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_3x_3 & -u_3y_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -v_3x_3 & -v_3y_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_4x_4 & -u_4y_4 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -v_4x_4 & -v_4y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & u_2 & v_2 & u_3 & v_3 & u_4 & v_4 \end{bmatrix}^T, \quad (15)$$

由(15)式可以解出 8 个变换参数,从而得到透视变换前后的变换关系,再由(14)式实现对图形透视变换后的空间坐标定位而达到校正透视变形的目的。

## 4 实验结果及精度分析

### 4.1 实验结果

成像模型及模板图样如图 4 所示,图 4(a)的成像模型实验是利用宾得 DA Fish-Eye 10-17 mm F3.5-4.5 ED 广角镜头,相机焦距为 14 mm;由于摄像头的安装位置受限需要近距倾斜成像(在高度方

向  $Y_w$ , 模板中心到相机中心的高度  $H=840$  mm), 且相机主轴穿过模板中心, 同时, 将相机主轴所在垂直平面设置为垂直通过平面模板中心 (即主轴在  $X_w Z_w$  面内与模板平面法线夹角  $\beta=0$ ); 为使模板成像充满相机视场, 则相机中心至模板的水平距离  $L=890$  mm 时, 相机主轴在  $Y_w Z_w$  面内与模板平面法线夹角为  $\alpha=43.34^\circ$ 。如此对图 4(b) 所示的栅格模板 (边长  $1200$  mm $\times$  $1200$  mm, 等间距为  $120$  mm) 成像, 即为具有透视变形和径向失真综合的几何失

真图像; 即根据 2.2 节的径向失真的摄像机成像模型分析, 靶平面由世界坐标系  $O_w(X_w, Y_w, Z_w)$  转换到摄像机坐标系  $O_c(X_c, Y_c, Z_c)$ , 进而在像素平面坐标系得到如图 3 所示的以模板中心  $O_w$  为图像中心  $D_c$  (失真中心) 的几何失真图像。

由于相机设置在模板的垂直对称平面上, 所成图像也为左右对称, 故仅以模板左半幅上的不同位置识别点 ( $P_1, P_2, \dots, P_8$ ) 为例来分析和计算, 并进一步了解校正算法的精度。

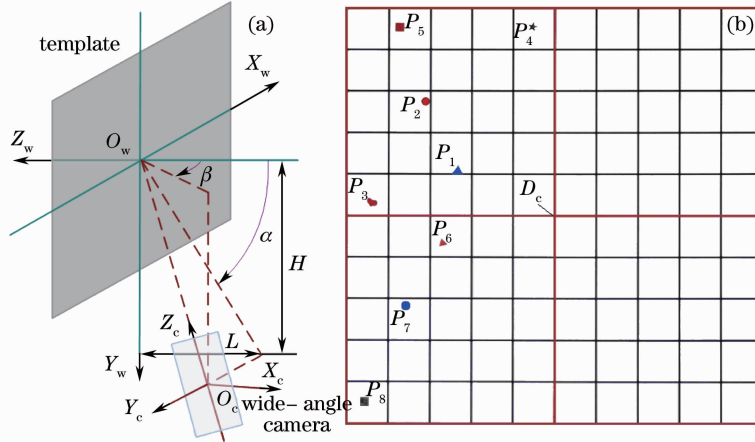


图 4 成像模型及栅格模板图样

Fig. 4 Imaging model and the grid template pattern

利用 3 节的失真校正算法对图 3 所示的非线性几何失真进行校正, 其中, 以图 3 所示  $D_c$  为失真中心 (模板中心),  $D_1, D_2, \dots, D_8$  为基准点, 并选取横向的  $A_1, A_2, \dots, A_8$  点、纵向的  $B_1, B_2, \dots, B_8$  点和图像 4 个顶点  $C_1, C_2, C_3, C_4$  为控制点。对应模板特征像素点 (栅格交点) 和识别点中心的校正结果如图 5

所示, 非线性的径向失真校正后所得的图形如图 5(a) 所示, 即径向失真校正后的图像为具有线性变换特征的梯形失真; 再通过对透视变形的校正, 得到最终完成校正后的栅格图形如图 5(b) 所示。由图可以看出, 对应 8 个识别点的位置得以恢复, 图像的变形有了显著改善, 图形的复原结果较好。

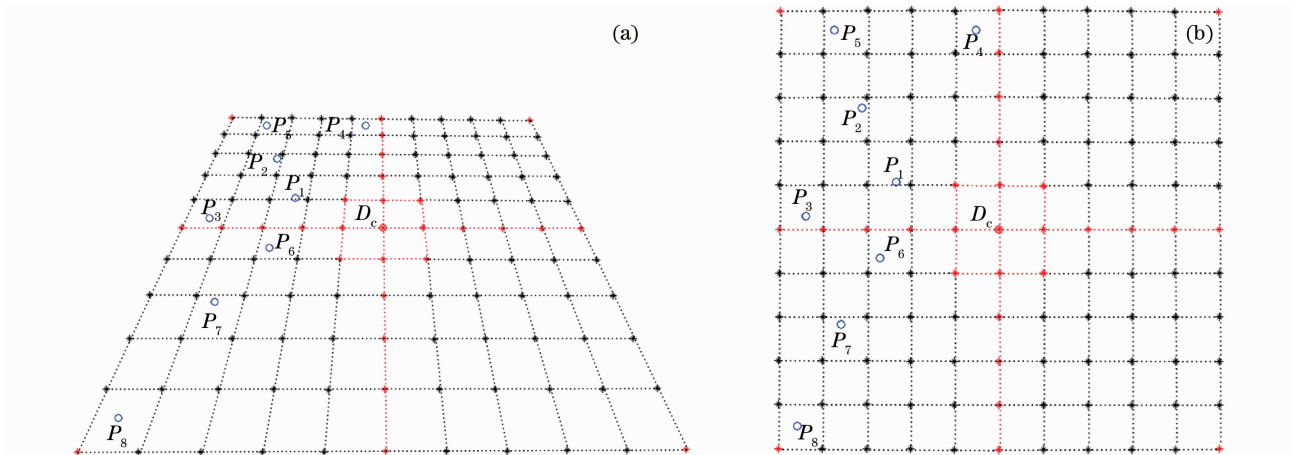


图 5 失真栅格模板及识别点校正结果。(a) 径向失真校正后图像; (b) 最终校正后图像

Fig. 5 Grid template of distortion and correction of identification points. (a) Trapezium distortion of raster graphics; (b) raster graphics of completed correction



### 4.2 精度分析

为了了解校正算法的精度,利用设定在不同区域的8个识别点来进行分析,即通过计算校正后各识别点中心到模板中心距离,与实际距离相比较来计算其相对误差。

针对图5(b)所示的最终校正结果,不同位置的识别点的相对误差如图6所示。由图可知,过失真中心水平直线的 $P_1, P_2, P_5$ 与 $P_6, P_7, P_8$ 相比位置分布大致对称,其上半区域的 $P_1, P_2, P_5$ 校正精度较高;其是由于图像失真关于失真中心为左右对称,而相对过失真中心的横向直线则有着不同的失真特征,即上半区域的径向失真小,下半区域受到的径向失真大,从而使得位于上半区域的识别点的校正精度较高。对于靠近过失真中心十字线边缘的 $P_3, P_4$ 点,由于其位置靠近校正计算中选取的控制点(过失真中心十字线上的栅格交点),从而使其精度较高;同理,可以看出,图中的 $P_2, P_7$ 两点由于相距控制点较远而表现出较大的相对误差。不过,8个不同位置点的相对误差均小于1%,因而表明给出校正算法具有较高的精度。

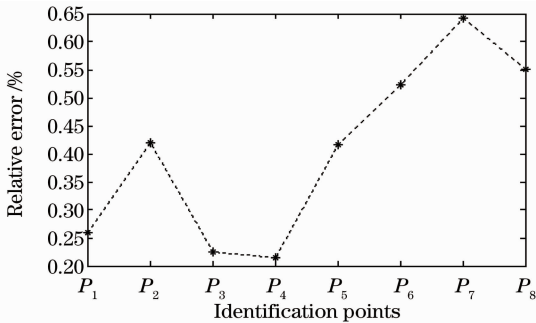


图6 不同位置识别点的校正相对误差  
Fig. 6 Relative error of correction of different identification points

为了进一步了解校正算法的精度,在上述算法基准点选取不变的前提下,来考察不同控制点数对校正精度的影响。根据实验用栅格图像关于中心对称的特点,在初步选定图像4个顶点为控制点的基础上,通过选取过图像中心的十字直线上的不同栅格交点数目来进行分析,并以半边区域的一维方向的栅格交点数目为例来予以说明,如图7所示,控制点数目的变化对校正精度影响不大,但随着控制点数目的增加精度会略微提高。因此,选取较多的控制点能有效保证校正精度。

对于本文基于CR不变性原理的校正非线性径向失真算法,是建立于失真中心及其邻近区域变形可以忽略的基础,为此,基准点位置的不同将可能会

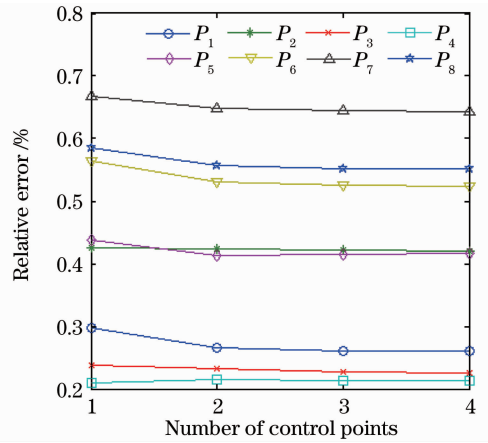


图7 不同控制点数下的校正相对误差

Fig. 7 Relative error of correction under different number of control points

对校正精度产生影响。

在相同成像模式下,对不同基准距离(基准点与失真中心的距离,或模板的栅格间距)的模板成像,如评价的识别点位置保持固定,并设各模板控制点数均为3,基准距离分别为60,75,100,120,150 mm时不同位置识别点的校正误差如图8所示。由计算结果可以看出,对于在同一成像模式下,由于失真中心邻近区域的失真变形程度变化较小,故整体上在基准距离变化不大的情况下,基准距离对校正精度影响较小,但是,仍表现有随着基准距离增大而呈现精度下降的趋势。另外,由图8可以看到,在基准距离为较小的60 mm时误差相对较大,其原因主要是:基准距离小,虽然对应失真基准像点的形变误差也随之减小,但是,由于模板成像后栅格线宽占据多个像素,而在识别和确定基准点位置坐标时将存在一定的误差(如图3所示图像的分辨率为1728 pixel×

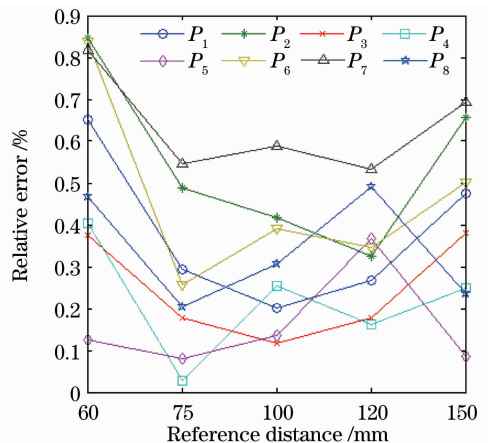


图8 不同基准距离下的校正相对误差

Fig. 8 Relative error of correction under different reference distance

1152 pixel,线宽为 6 pixel),对于利用像素求解算法来校正大视场非线性失真,此像素坐标识别误差带来的影响在基准距离越小时表现得越为明显,从而可能会导致基准距离较小的情况下精度反而较差。为此,可以考虑利用细化线宽等方法来减小其影响,进一步提高校正的精度。

#### 4.3 不同成像模式下的校正结果

为验证算法的适用范围和稳定性,在上节的成像模式(焦距为 14 mm,倾角为  $\alpha = 43.34^\circ$ )校正分析的基础上,对相机焦距为 11 mm,倾斜角度

54.33°,相机焦距为 17 mm,倾斜角度36.15°等不同成像角度和广角下所成的像进行了校正。结果表明,针对本研究的大视场,在一定的成像模式下,均可以得到较好的结果,不同目标点的精度均能在 1%以内。图 9 所示为对焦距 11 mm,倾斜角度为 54.33°时的网格模板图像的校正结果。通过对多种模式成像的计算和分析,相机实际倾角小于 60°时,算法能保持稳定和较高精度,且摄像模式(相机焦距和相机倾角)对算法的复杂度和精度影响较小。

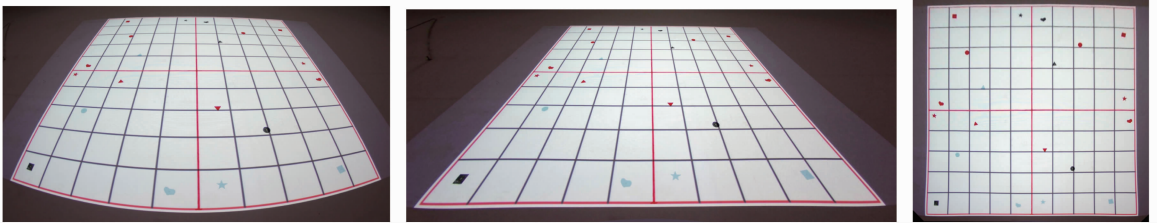


图 9 网格模板图像校正结果

Fig. 9 Grid template image correction results

## 5 结 论

针对在受限空间内的大视场监视和图像采集与处理中,广角镜头在大倾斜角度下所成图像具有透视变形与径向失真综合的几何失真,从失真分离的角度出发来构建校正方法,首先校正由广角摄像产生的非线性径向失真,再校正由于倾斜摄像引起的线性梯形失真。

为此,利用平面栅格为模板,基于径向失真的特点,将径向失真中心及其邻近区域栅格交点作为理想像点,进而通过射影不变性中的共线点列的 CR 不变性原理的应用,并以理想像点为基准点来计算径向失真图像校正所需各控制点在线性针孔模型下的理想像点坐标;再通过非线性优化获得径向失真模型参数,实现了径向失真的校正;在非线性的径向失真校正后,针对满足线性针孔摄像模型的梯形失真,通过构建透视变形校正的变换矩阵,计算得到其变换系数以实现梯形失真的校正。在完成校正算法构建的基础上,以边长为 1200 mm 的正方形栅格为模板,对其在广角镜头焦距为 14 mm,相机倾斜角度为 43.34°下的非线性几何失真图像进行校正计算实验。结果表明,虽然随着栅格间距的减小、控制点数的增加,校正精度有提高的趋势,但影响相对较小;而对于倾斜摄像下同时存在非线性失真的像面,由于其失真在通过失真中心水平直线两边具有不同的变形程度,因此,位于像面上半区域的不同分布位

置点的校正精度相对较高;同时,由实际校正计算结果可知,不同情况的各点的相对误差均小于 1%,表明本文的校正算法不仅适用于同时存在梯形失真和径向失真的非线性几何失真的处理,并通过对多种模式成像的计算和分析,算法具有较好的稳定性和精度。因此,随着对本文的校正方法研究的深入,将能进一步提高校正精度和拓展适用范围,进而为对具有不同性质失真图像的处理提供借鉴。

## 参 考 文 献

- 1 Roger Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE J. Robotics and Automation*, 1987, **3**(4): 323~344
- 2 Liu Hang, Yu Daoyin, Du Ji *et al.*. Distortion correction of the wide-angle optical system with digital technology[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(8): 1108~1112  
刘航,郁道银,杜吉等.广角成像系统光学畸变的数字校正方法[J]. *光学学报*, 1998, **18**(8): 1108~1112
- 3 Junhee Park, Seong-Chan Byun, Byung-Uk Lee. Lens distortion correction using ideal image coordinates[J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2009, **55**(3): 987~991
- 4 Zhu Jia, Li Xingfei, Xu Yingxin. Camera calibration technique based on active vision[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1297~1303  
朱嘉,李醒飞,徐颖欣.摄像机的一种主动视觉标定方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1297~1303
- 5 Zhong Hongjun, Yang Mengfei, Lu Xin. Calibration method of star sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(5): 1343~1348  
钟红军,杨孟飞,卢欣.星敏感器标定方法研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(5): 1343~1348
- 6 Ge Baozhen, Li Xiaojie, Qiu Shi. Camera lens distortion

- correction based on coplanar point direct liner transformation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 488~494
- 葛宝臻, 李晓洁, 邱 实. 基于共面点直接线性变换的摄像机畸变校正[J]. *中国激光*, 2010, **37**(2): 488~494
- 7 Gao Gui, Yang Xichen, Zhang Haiming. Study of binocular vision system calibration in laser remanufacturing robot [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(7): 1868~1872
- 高 贵, 杨洗陈, 张海明. 激光再制造机器人双目视觉系统标定研究[J]. *中国激光*, 2010, **37**(7): 1868~1872
- 8 F. Devernay, O. Faugeras. Straight lines have to be straight: Automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments[J]. *Machine Vision and Applications*, 2001, **13**(1): 14~24
- 9 Gwang-Yu Song, Joon-Woong Lee. Correction of radial distortion based on line-fitting [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, **8**(3): 615~621
- 10 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 465~472
- 霍 炬, 杨 卫, 杨 明. 基于消失点几何特性的摄像机自标定方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 465~472
- 11 Guangjun Zhang, Junji He, Xianming Yang. Calibrating camera radial distortion with cross-ratio invariability[J]. *Opt. & Laser Technol.*, 2003, **35**: 457~461
- 12 Niu Yan. Discussion about perspective transform [J]. *J. Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2001, **13**(6): 549~551
- 牛 彦. 关于透视变换的研究[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2001, **13**(6): 549~551
- 13 Liu Huijuan. Omnidirectional recognition of quick response code image [J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2006, **27**(4): 376~379
- 刘慧娟. 快速响应码图像的全方位识别[J]. *仪器仪表学报*, 2006, **27**(4): 376~379
- 14 Hu Donghong, Wang Hao, Ai Jun *et al.*. Comparisons of two kinds of image rectification algorithms[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2009, **45**(13): 191~193
- 胡东红, 汪 浩, 艾 君等. 两种图像校正算法在实际应用中的比较[J]. *计算机工程与应用*, 2009, **45**(13): 191~193
- 15 Ma Songde, Zhang Zhengyou. Computer Vision [M]. Beijing: Science Press, 1998. 36~42
- 马颂德, 张正友. 计算机视觉[M]. 北京: 科学出版社, 1998. 36~42
- 16 Zhang Yujin. Image Engineering (Volume Two)-Image Understanding and Computer Vision [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 34~35
- 章毓晋. 图像工程(下册)-图像理解与计算机视觉[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 34~35
- 17 Clive S. Fraser. Calibration and orientation of cameras in computer vision: Photogrammetric Camera Component Calibration; A Review of Analytical Techniques [C]. Berlin: Springer, 2001. 95~121
- 18 Carlos Ricolfe-Viala, Antonio-Jose, Sanchez-Salmeron. Lens distortion models evaluation [J]. *Appl. Opt.*, 2010, **49**(30): 5914~5928
- 19 A. Criminisi. Accurate Visual Metrology from Single and Multiple Uncalibrated Images[D]. Oxford, U. K: University of Oxford, 1999. 48~50

栏目编辑:李文喆