

基于数字图像相关的刚体面内微小转动测量及转动中心定位

顾国庆 王开福 许 星

(南京航空航天大学航空宇航学院, 江苏 南京 210016)

摘要 基于刚体面内微小转动测量在实验力学测量中的必要性和重要性,开展了利用数字图像相关方法(DICM)定量测量转动角度和准确定位转动中心的研究。从理论上分析了刚体面内转动角度与面内位移分量之间的关系,运用计算机仿真散斑图进行数值模拟研究,得到的转动角度和转动中心位置测量误差都在 2%以内,模拟结果验证了数字图像相关法进行刚体面内微小转动定量测量的可行性。运用数字图像相关法对刚体面内未知微小转动进行了实测,并与几何光学实验方法所得到的结果进行了比较,两者结果误差为 3.1%,符合较好。实验结果表明数字图像相关方法可以作为定量测量刚体面内微小转动的有效方法。

关键词 测量;面内转动;数字图像相关;仿真散斑图

中图分类号 O348.1 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201239.0108004

Measurement of in-Plane Micro-Rotations and Rotation-Center Location of a Rigid Body by Using Digital Image Correlation

Gu Guoqing Wang Kaifu Xu Xing

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

Abstract Due to the necessity and importance of the measurement of in-plane micro-rotations of a rigid body in the field of experimental mechanics, an investigation of quantitative measurement of rotation angle and rotation-center location is developed with digital image correlation method (DICM). The relation between the rotation angle and the in-plane displacement components is analyzed through theoretical analysis. The study of numerical simulation is carried out by specklegram produced by computer simulation. The measurement errors of both rotation angle and rotation-center location are within 2%. It shows that digital image correlation method is quite competent for the quantitative measurement of in-plane micro-rotations. The unknown in-plane rotation of a rigid body is practically measured by using digital image correlation method. The obtained rotation angle is compared with the result obtained from the geometrical optics experiment. The relative error is 3.1%. It shows that they are in good agreement. Experimental results indicate that digital image correlation method can be regarded as an efficient method to measure in-plane micro-rotations of a rigid body quantitatively.

Key words measurement; in-plane rotation; digital image correlation; simulated specklegram

OCIS codes 120.3940; 120.6150; 100.2960

1 引 言

数字图像相关方法(DICM)是在 20 世纪 80 年代初由日本的 Yamaguchi^[1]和美国南卡罗来纳大学

的 Peter 等^[2]独立提出的。该方法是对变形前后采集的物体表面的两幅图像进行相关处理,以实现物体变形场的测量。经过近 30 年的发展,数字图像相

收稿日期: 2011-07-14; 收到修改稿日期: 2011-10-09

基金项目: 南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金(BCXJ11-01)资助课题。

作者简介: 顾国庆(1984—),男,博士研究生,主要从事现代光测力学技术方面的研究。E-mail: gqgu@nuaa.edu.cn

导师简介: 王开福(1961—),男,教授,博士生导师,主要从事现代光测力学技术及数字图像处理等方面的研究。

E-mail: kfwang@nuaa.edu.cn(通信联系人)

关方法以其光路简单、无损非接触、全场测量、高精度等优点已经成为实验力学领域中一种重要的光学测量方法,广泛应用于从宏观到微观各种情况的测量^[3~5]。

刚体的面内转动测量包括转动角度的测量和转动中心的定位。对于转动角度的测量,已有许多相关的文献报道。Abedin等^[6]利用简易的电子散斑干涉仪测量了面内转动角度,得到了面内转动角度和干涉条纹空间频率倒数之间的关系。邓玲慧等^[7]采用超声散斑数字相关法研究刚体面内转动,对刚体面内转动角度对散斑场相关性的影响进行了分析。而对转动中心的准确定位,至今还未见相关的研究报道。刚体的面内微小转动测量是实验力学测量中的一个重要任务,有必要对转动的定量测量进行研究。数字图像相关方法对于转动后微变形的测量尤为有利,测量精度一般可达0.01~0.05 pixel所代表的实际大小^[8]。本文旨在应用数字图像相关法对刚体面内微小转动的转动角度进行精确测量和对转动中心进行准确定位。

2 原 理

2.1 数字图像相关方法基本原理

数字图像相关方法是根据物体变形前后散斑场的互相关性来获取物体的位移和变形的信息。在变形前的散斑图中,取以待求点 (x, y) 为中心的 $(2M+1) \times (2M+1)$ 的矩形图像子区,在变形后的目标散斑图像中通过一定的搜索方法,并通过某一相关函数进行相关运算,寻找与变形前所取矩形子区相关系数为最大值的以点 (x', y') 为中心的 $(2M+1) \times (2M+1)$ 目标矩形区域,从而确定参考散斑图像子区的整像素位移。

采用抗干扰能力较强的标准化协方差相关函数来评价图像子区的相似程度,

$$C = \frac{\sum \sum [(f - \langle f \rangle)(g - \langle g \rangle)]}{\left[\sum \sum (f - \langle f \rangle)^2 \sum \sum (g - \langle g \rangle)^2 \right]^{1/2}} \quad (1)$$

其取值范围为 $[-1, 1]$ ^[9],相关系数为1表示完全相关,相关系数为0表示完全不相关。其中 $f = f(x, y)$, $g = g(x+u, y+v)$ 分别为以源点和目标点为中心的散斑图的灰度值; u, v 为其水平和垂直方向整像素位移值; $\langle f \rangle$ 和 $\langle g \rangle$ 为其系统平均灰度值。由于散斑图记录的是离散的灰度信息,数字图像相关法处理的是数字化的图像(最小间隔为1 pixel),在

相关搜索的时候窗口的平移只能以像素为单位进行,因此相关搜索所能获得的位移只能是像素的倍数。然而在实际应用中,位移值一般不会恰好为整像素,而且由于CCD摄像机的像素有限,整像素位移定位精度在精密测量中远远不够。在数字图像相关法中,通常采用亚像素定位技术提高测量精度^[10]。

2.2 曲面拟合法亚像素定位原理

由于相关函数矩阵在以最大值为中心的一个单峰区域上通常近似地满足高斯分布,因此可以通过拟合得到该区域的解析曲面函数,取曲面极值点为目标的亚像素位置。相关函数拟合法具有抗噪声能力较强、适应性好和计算量小等优点。对整像素位移搜索得到的 (x', y') 周围各点的相关系数,都可用一个二元多项式拟合。拟合函数为^[11]

$$C(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2, \quad (2)$$

通常取 3×3 的拟合窗口,则有以下9个方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} C(x_0, y_0) = a_{00} + a_{10}x_0 + a_{01}y_0 + a_{20}x_0^2 + a_{11}x_0y_0 + a_{02}y_0^2 \\ C(x_0, y_1) = a_{00} + a_{10}x_0 + a_{01}y_1 + a_{20}x_0^2 + a_{11}x_0y_1 + a_{02}y_1^2 \\ C(x_0, y_2) = a_{00} + a_{10}x_0 + a_{01}y_2 + a_{20}x_0^2 + a_{11}x_0y_2 + a_{02}y_2^2 \\ C(x_1, y_0) = a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}y_0 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1y_0 + a_{02}y_0^2 \\ C(x_1, y_1) = a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}y_1 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1y_1 + a_{02}y_1^2 \\ C(x_1, y_2) = a_{00} + a_{10}x_1 + a_{01}y_2 + a_{20}x_1^2 + a_{11}x_1y_2 + a_{02}y_2^2 \\ C(x_2, y_0) = a_{00} + a_{10}x_2 + a_{01}y_0 + a_{20}x_2^2 + a_{11}x_2y_0 + a_{02}y_0^2 \\ C(x_2, y_1) = a_{00} + a_{10}x_2 + a_{01}y_1 + a_{20}x_2^2 + a_{11}x_2y_1 + a_{02}y_1^2 \\ C(x_2, y_2) = a_{00} + a_{10}x_2 + a_{01}y_2 + a_{20}x_2^2 + a_{11}x_2y_2 + a_{02}y_2^2 \end{array} \right., \quad (3)$$

对(3)式方程组采用最小二乘法^[12],可以求得该方程组的6个系数 $a_{00}, a_{10}, a_{01}, a_{20}, a_{11}, a_{02}$ 的值。函数 $C(x, y)$ 在拟合曲面的极值点处,应满足

$$\frac{\partial C(x, y)}{\partial x} = a_{10} + 2a_{20}x + a_{11}y = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial C(x, y)}{\partial y} = a_{01} + a_{11}x + 2a_{02}y = 0, \quad (5)$$

由(4)、(5)式可解得拟合曲面的极值点位置

$$x = \frac{2a_{10}a_{02} - a_{01}a_{11}}{a_{11}^2 - 4a_{20}a_{02}}, \quad (6)$$

$$y = \frac{2a_{01}a_{20} - a_{10}a_{11}}{a_{11}^2 - 4a_{20}a_{02}}. \quad (7)$$

3 理论分析

考虑以转动中心 O' 为原点建立直角坐标系 $O'x'y'$ ，如图 1 所示。

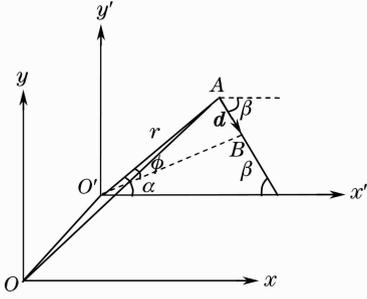


图 1 面内转动测量示意图

Fig. 1 Schematic of the measurement of in-plane rotation

令原点 O' 与任意一点 A 的连线距离为 r ，且连线与 x' 轴的夹角为 α ，点 A 绕转动中心 O' 旋转角度 ϕ 到点 B 。 d 为点 A 的位移矢量，其沿 x' 轴的分量设为 u' ， y' 轴的分量设为 v' 。假设转动角度 ϕ 很小，根据几何关系，则矢量大小 $d = r\phi = \phi \sqrt{x'^2 + y'^2}$ 。

那么， x' 轴的分量可表示为^[6]

$$u' = d \cos \beta = d \cos(90^\circ - \alpha) = d \sin \alpha = \phi \sqrt{x'^2 + y'^2} \frac{y'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} = \phi y'. \quad (8)$$

同理， y' 轴的分量可表示为 $v' = -\phi x'$ 。由此说明，位移分量 u' 仅与 y' 有关，位移分量 v' 仅与 x' 有关。

若以任意点为原点建立直角坐标系 Oxy ，两坐标系之间的平移矢量为 $T_{oo'} = (a, b)$ 。则坐标变换公式为

$$\begin{cases} x = x' + a, \\ y = y' + b, \end{cases} \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式，得到相应的位移分量为

$$\begin{cases} u = \phi y - \phi b \\ v = -\phi x + \phi a \end{cases} \quad (10)$$

由此可见，位移分量 u 和 v 是坐标 y 和 x 的一次函数关系。当转动角度很小时，直线的斜率即为物体绕转动中心转动的角度 ϕ ；当位移分量 u, v 为零时，即可得到转动中心 $O'(a, b)$ 。

4 数值模拟验证

采用数值模拟生成的仿真数字散斑图与真实的散斑图相比，不仅可以精确控制散斑图的位移和应变等变形量，而且能够排除实际散斑图可能受到的各种噪声的干扰，因此已被广泛应用于数字图像相关方法的算法研究中，成为验证和评价数字图像相关算法性能的一种常用方法^[13]。为精确测量面内转动，本文首先用可精确控制散斑颗粒的大小和数目的数学仿真散斑图来验证。

4.1 模拟散斑图的生成

采用文献[14]中模拟散斑图像的模型来模拟一幅数字散斑图像。图像大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ，高斯光斑数目为 500 个，高斯光斑大小为 4 pixel，并将该模拟散斑图围绕图像中心(128, 128)逆时针转动 0.5° 生成转动后的模拟散斑图。所有计算工作都是在 Matlab R2010b 语言环境下完成的。图 2 为计算机模拟生成的转动前后的散斑图。

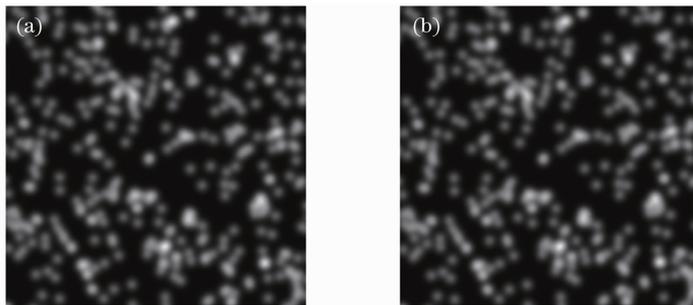


图 2 模拟散斑图。(a)转动前；(b)转动后

Fig. 2 Simulated speckle images. (a) Before rotation; (b) after rotation

4.2 模拟结果

本文采用的相关搜索方法为粗细搜索法。首先对转动前后的模拟散斑图像进行逐点相关计算，找

出使相关系数 $C(x, y)$ 最大的值。这是对真实位移的粗搜索，所得位移值即为整像素位移值。然后是细搜索，在粗搜索的基础上，运用曲面拟合法进行亚

像素定位,最终得到真实的位移分量 u, v 。该方法优点是编程容易,节省运算时间的同时又满足精度要求。图 3 为对转动前后的模拟散斑图进行数字散斑相关运算后的 u, v 场位移的三维分布图。数值模拟结果表明,当物体发生面内转动时, u 场位移随着 y 坐标的增加而变小,而与 x 坐标无关; v 场位移随着

x 坐标的增加而变大,而与 y 坐标无关。由图可知, u, v 场位移分布的光滑程度不够高。主要原因可能是模拟散斑图中的散斑颗粒平均分布密度变化比较大,少数区域散斑颗粒平均分布密度为零。相关计算区域为 $100 \text{ pixel} \times 100 \text{ pixel}$ 。

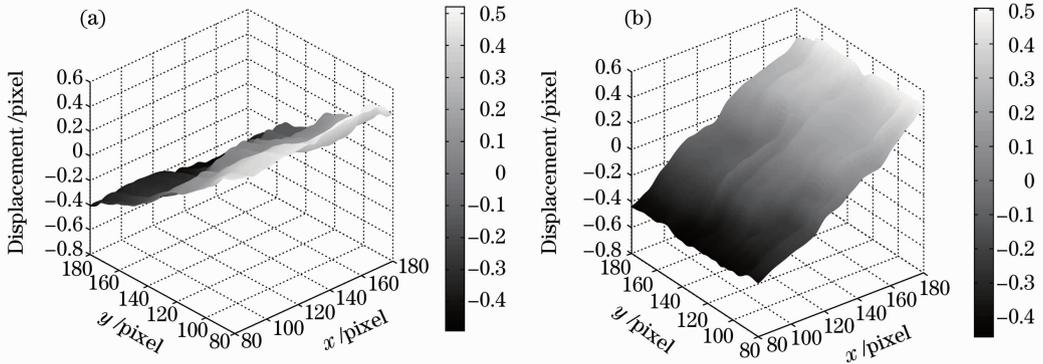


图 3 模拟散斑图面内转动位移分布图。(a) u 场; (b) v 场

Fig. 3 Displacement distribution of the in-plane rotation of simulated specklegram. (a) u -field; (b) v -field

为了准确获得转动角度和转动中心,在 u 场、 v 场位移三维分布图中分别截取 $x=130, y=130$ 平面离散数据运用最小二乘法做线性拟合,拟合结果如图 4 所示。图 4(a)为 u 场位移拟合结果,拟合表达式为 $u=-0.008874y+1.142$;图 4(b)为 v 场位移拟合结果,拟合表达式为 $v=0.008787x-1.129$ 。由两拟合表达式可知,两直线的斜率化为角度制都约为 0.5° ,相对误差分别为 1.7% 和 0.7% ,满足误

差要求。令两拟合表达式 u, v 等于零,得到转动中心,即 $(128.48, 128.69)$,相对误差分别为 0.38% 和 0.54% ,也满足误差要求。图 4(c)为模拟散斑图面内转动矢量图。从图中可以看出矢量箭头方向为逆时针方向,与数值模拟散斑图的面内转动方向相同。

数值模拟结果与理论分析结果的一致,进一步证明了本文方法在实际工作环境中测量面内微小转动的可行性。

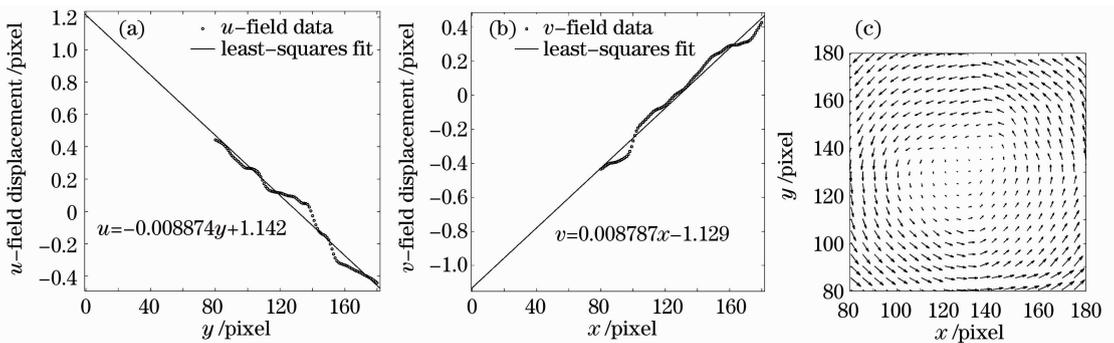


图 4 数值模拟位移分量与坐标的关系。(a) u 场; (b) v 场; (c) 转动矢量图

Fig. 4 Relationship between displacement component and coordinate in numerical simulation.

(a) u -field; (b) v -field; (c) rotation vector diagram

5 实 验

实际测量环境中采集的数字散斑图片会或多或少地被各种噪声污染和影响。为了验证本文方法对实际转动测量的精确性,采用一块圆形薄铝板作为试件进行面内转动实验。试件表面经粗砂纸打磨,形成粗糙的精细结构。在试件表面喷涂玻璃微珠

漆,形成高质量的人工散斑场,保证可以得到较高的相关系数数值从而提高数字图像相关方法的精度。采用经光纤传输的白光冷光源对试件表面进行照明,使用加载装置让试件顺时针旋转一个小角度,利用高速 CCD 采集试件转动前后的白光人工散斑数字图像,如图 5 所示。

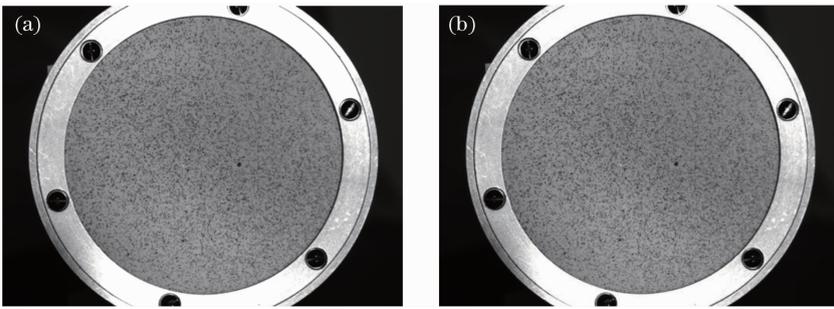


图 5 人工散斑数字图像。(a)转动前;(b)转动后

Fig. 5 Artificial digital speckle images. (a) Before rotation; (b) after rotation

利用数字图像相关法对实际采集的转动前后的数字图像进行相关计算,定量测量转动角度和转动中心。 u 、 v 场位移的三维分布如图 6 所示。从图中可以看出, u 、 v 场位移分布非常光滑,线性程度很

高。主要原因可能是人工散斑颗粒灰度对比程度明显,颗粒平均分布密度变化很小。可见人工制斑技术是提高相关计算精度的一个重要因素。相关计算区域为 260 pixel \times 160 pixel。

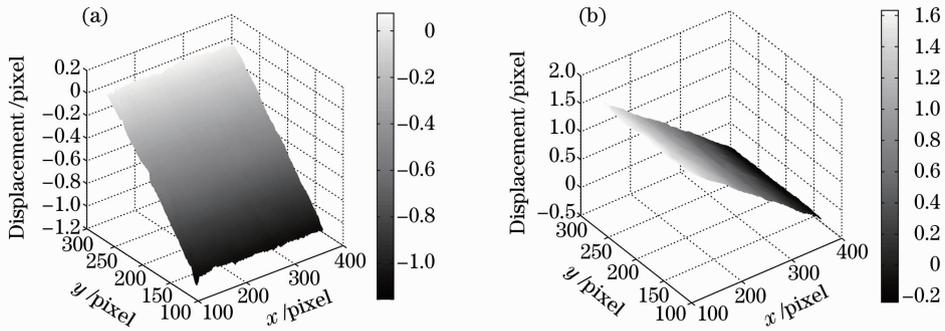


图 6 实验面内转动位移分布图。(a) u 场;(b) v 场

Fig. 6 Experimental displacement distribution of the in-plane rotation. (a) u -field; (b) v -field

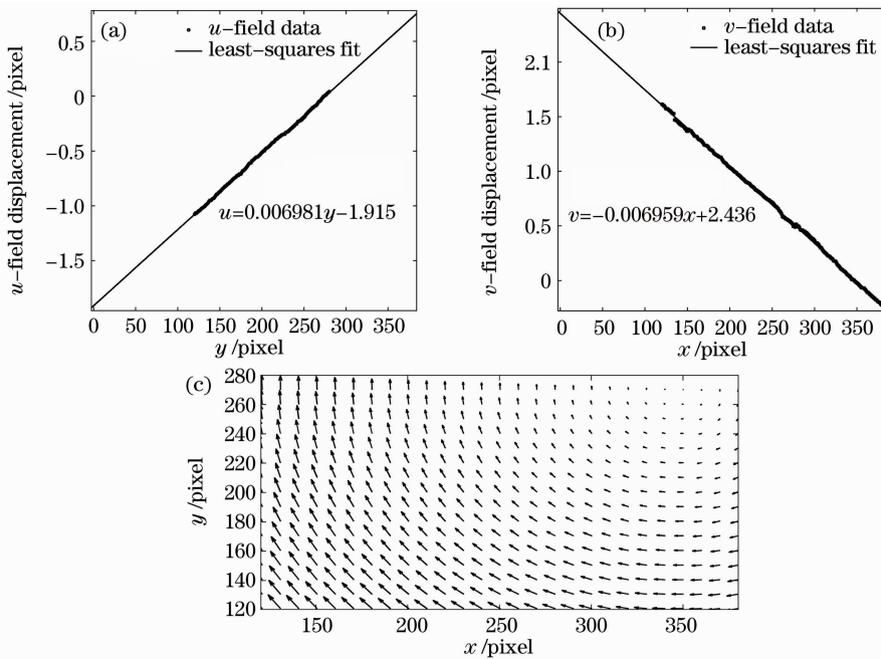


图 7 实验位移分量与坐标的关系。(a) u 场;(b) v 场;(c)转动矢量图

Fig. 7 Relationship between displacement component and coordinate in the experiment. (a) u -field; (b) v -field; (c) rotation vector diagram

同样,在 u 场、 v 场位移三维分布图中分别截取 $x=250, y=200$ 平面离散数据运用最小二乘法做线性拟合,拟合结果如图 7 所示。图 7(a)为 u 场位移拟合结果,拟合表达式为 $u=0.006981y-1.915$; 图 7(b)为 v 场位移拟合结果,拟合表达式为 $v=-0.006959x+2.436$ 。由两拟合表达式可知,两直线的斜率化为角度制都约为 0.4° ,令两拟合表达式 u, v 等于零,得到转动中心 $(350.05, 274.32)$ 。图 7(c)为试件面内转动矢量图,从图中可以看出矢量箭头方向为顺时针方向,与实际试件的面内转动方向相同。因此,运用数字图像相关方法不仅精确测量了试件的转动角度,而且还准确定位试件转动中心的位置。

在采集试件转动前后散斑图的同时,本文还做了一个简单几何光学实验来验证数字图像相关法测量实际试件面内转动角度的精确程度。实验装置如图 8 所示,试件周边固支,边缘粘贴一块反射镜。一束准直激光垂直照射反射镜后反射到不远处的观察屏上,在屏上形成一个亮点,亮点到反射镜的距离设为 l 。当试件转动一个微小的角度 ϕ 时,屏上的亮点将发生较明显的移动,移动的距离设为 Δd 。则根据几何关系可知

$$\phi = \frac{\Delta d}{2l}. \quad (11)$$

将实验过程中记录的数据 $l=6.8\text{ m}$, $\Delta d=0.098\text{ m}$ 代入(11)式,求得转动角度约为 0.413° ,这与数字图像相关法得到的结果相比,误差为 3.1% 。验证实验结果表明,数字图像相关法测量精度满足刚体面内小转动测量要求。

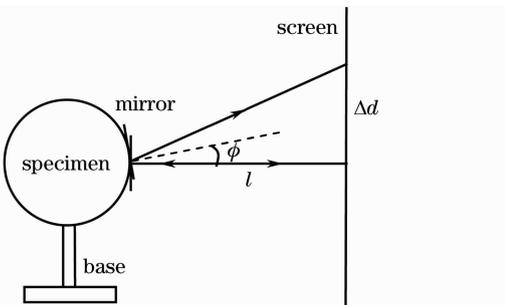


图 8 面内转动几何光学测量示意图

Fig. 8 Schematic of the geometrical optics measurement of the in-plane rotation

6 结 论

利用数字图像相关方法实现了刚体面内微小转动的转动角度的精确测量和转动中心的准确定位。

数值模拟结果验证了该方法的可行性。采用实际刚体面内微小转动实验验证该方法的精度和可行性。通过与几何光学实验结果对比发现,两者结果相对误差为 3.1% 。基于数字图像相关技术的面内微小转动定量测量方法具有以下优点:光学装置简单、非接触全场测量;被测对象广泛,具有天然纹理表面或者表面能够制作良好人工散斑的材料均可成为被测对象;测量范围较宽,测量精度较高;实时动态、自动化程度较高。

本文提出的方法为开展工程结构定轴转动的偏心测量提供了可靠的理论与实验基础,也为工程结构健康诊断领域注入了新的活力。

参 考 文 献

- 1 I. Yamaguchi. A laser speckle strain gauge[J]. *J. Phys. E: Scientific Instruments*, 1981, **14**(11): 1270~1273
- 2 W. H. Peter, W. F. Ranson. Digital imaging technique in experimental stress analysis[J]. *Opt. Engng.*, 1982, **21**(3): 427~431
- 3 B. Pan, K. M. Qian, H. M. Xie *et al.*. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review[J]. *Meas. Sci. Technol.*, 2009, **20**(6): 1~17
- 4 Chen Fanxiu, He Xiaoyuan, Lin Baoping. Application of micro-digital speckle correlation technique to study mechanical property of advanced thin film material[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8): 1104~1108
陈凡秀, 何小元, 林保平. 显微数字散斑相关测量新型薄膜的力学性能[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1104~1108
- 5 Liu Hengbiao, Zhou Yajie, Wang Changling. Surface roughness measurement based on dichromatic digital speckle correlation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(4): 0412006
刘恒彪, 周亚杰, 王昌灵. 双波长数字散斑相关法表面粗糙度测量[J]. *光学学报*, 2011, **31**(4): 0412006
- 6 K. M. Abedin, M. Wahadoszamen, A. F. M. Y. Haider. Measurement of in-plane motions and rotations using a simple electronic speckle pattern interferometer [J]. *Opt. Laser & Technol.*, 2002, **34**(4): 293~298
- 7 Deng Linghui, Zhu Hongmao, Wu Yanyang. A study on the in-plane rotation measurement of a rigid object with the ultrasonic speckle correlation method [J]. *J. Experimental Mechanics*, 2006, **21**(6): 721~726
邓玲慧, 朱鸿茂, 吴艳阳. 超声散斑数字相关法应用于刚体面内转动测量的研究[J]. *实验力学*, 2006, **21**(6): 721~726
- 8 Jin Guanchang. *Computer-Aided Optical Metrology* (2nd Edition) [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007. 141~147
金观昌. *计算机辅助光学测量*(第2版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007. 141~147
- 9 Wang Min, Hu Xiaofang, Wu Xiaoping. Digital image correlation method for the analysis of 3-D internal displacement field in object [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(10): 5135~5139
汪敏, 胡小方, 伍小平. 物体内部三维位移场分析的图像相关方法[J]. *物理学报*, 2006, **55**(10): 5135~5139
- 10 Pan Bing, Wu Dafang, Xie Huiming *et al.*. Spatial-gradient-based digital volume correlation technique for internal deformation measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(6): 0612005

- 潘 兵, 吴大方, 谢惠明 等. 基于梯度的数字体图像相关方法测量物体内部变形[J]. 光学学报, 2011, **31**(6): 0612005
- 11 Wang Kaifu, Gao Minghui. Speckle Metrology [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2010. 85
- 王开福, 高明慧. 散斑计量[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2010. 85
- 12 Zhang Yunhua, Xi Meicheng, Chen Xiaoqun. Numerical Calculation Method and Algorithm (2nd Edition) [M]. Beijing: Science Press, 2006. 59~60
- 张韵华, 奚梅成, 陈效群. 数值计算方法和算法(第2版)[M]. 北京: 科学出版社, 2006. 59~60
- 13 Sun Wei, He Xiaoyuan, C. Quan *et al.*. Three-dimensional rigid body displacement measurement based on digital image correlation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(5): 894~901
- 孙 伟, 何小元, C. Quan 等. 基于数字图像相关的三维刚体位移测量方法[J]. 光学学报, 2008, **28**(5): 894~901
- 14 P. Zhou, K. E. Goodson. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation[J]. *Opt. Engng.*, 2001, **40**(8): 1613~1620

栏目编辑:何卓铭