

滤波函数对瞳面相位差波前传感器相位恢复效果的影响

杨慧珍 龚成龙 李要球

(淮海工学院电子工程学院, 江苏 连云港 222005)

摘要 选择合适的滤波函数是瞳面相位差波前传感器成功实现的关键。以建立的瞳面相位差波前传感器模型为基础,采用模式法进行波前相位的恢复,考察不同类型、不同大小滤波函数对波前恢复效果的影响。结果表明,滤波函数种类的选择对传感器相位恢复效果的影响不大,在合适的大小范围内,都可以得到令人满意的恢复精度,如离焦作为滤波函数时,其峰谷(PV)值在 $(2\pi \pm \pi)$ rad 范围内;球差作为滤波函数时,PV 值在小于等于 π rad 范围内。同一种滤波函数,当其大小超过一定范围时,如离焦大于 3π rad、球差大于 π rad 时,随着其大小的增加,相位恢复精度逐步降低。具体应用时,可根据实现的成本和制作难易程度在滤波函数大小合适的范围内确定滤波函数的种类。

关键词 传感器;波前传感器;瞳面相位差法;滤波函数;相位恢复方法;Zernike 模式

中图分类号 TP273.2;TP212 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.s114002

Effects of Kind and Size of Filter Function on Phase Retrieval for the Wavefront Sensor Based on Pupil Phase Diversity

Yang Huizhen Gong Chenglong Li Yaoqiu

(Department of Electronic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang, Jiangsu 222005, China)

Abstract An appropriate filter function is the key to successful wavefront retrieval for the wavefront sensor based on pupil phase diversity. The effects of kind and size of filter function on phase retrieval are investigated through several kinds of filter functions and different sizes of filter functions based on the mode of wavefront sensor and Zernike decomposition. Simulation results show that the kind of filter function has almost no effect on retrieval effect as long as the size of filter function is within an appropriate range, such as peak vale (PV) is between π rad and 3π rad for the defocus and PV is less than or equal to π rad for the sphere. The restoring accuracy is gradually decreasing as increasing of filter function size, such as PV is bigger than 3π rad for the defocus and π rad for the sphere. In real application, the kind of filter function can be chosen based on the cost and complex of making filter function while the size of filter function is within an appropriate range.

Key words sensors; wavefront sensor; pupil phase diversity; filter function; phase restoration algorithm; Zernike mode

OCIS codes 120.5050; 010.7350; 110.1080; 280.4788

1 引言

由光学系统内不同平面上的光强分布来重构波前相位的算法最早由 Gerchberg-Saxton 提出^[1,2],即 GS 算法。1973 年, Misell 仿照 GS 算法方案提

出 Misell 算法,利用两个具有不同离焦值的离焦像的强度分布恢复波前。相位差法(PD)则是基于 GS 算法和 Misell 算法原理,通过类似 GS 的迭代方法利用两幅或多幅图像的强度分布来实现波前的重

收稿日期: 2011-07-14; **收到修改稿日期**: 2011-08-26

基金项目: 中国科学院自适应光学重点实验室基金(LAOF201102)和江苏省高校自然科学基金研究项目(11KJB510001)资助课题。

作者简介: 杨慧珍(1973—),女,博士,副教授,主要从事自适应光学技术及其应用方面的研究。

E-mail: yanghz526@126.com

构^[3,4]。目前 PD 方法主要用于大型地面望远镜和空间望远镜的像差检测及高分辨率图像恢复等领域^[5~7]。国内多家单位也分别进行了由光学系统内不同平面上的光强分布来重构波前相位^[8,9]及传统 PD 方法的分析和应用研究^[10~12]。

2004 年, Campbell 等^[13]提出了广义相位差(GPD)方法,即瞳面相位差(PPD)法用于波前传感。瞳面相位差波前传感器的最大特点在于传感器输出信息一定程度上可以表征待测波前的方向和大小,当输入波前为平面波时,瞳面相位差波前传感器的输出信息为零,即为一平面。该方法主要使用了一对符合一定条件的像差作为滤波函数,即 Diversity 函数,对待测波前分别进行滤波,得到两幅图像,再将两幅图像做差运算得到传感器输出信息。该传感器对待测波前是否连续没有要求,因此既可用于连续波前测量,也可用于非连续波前测量。

选择合适的滤波函数是该方法成功实现的关键。现有的参考文献只是以理论推导的形式证明了凡是傅里叶变换的实部和虚部分别满足偶对称条件的函数都可以作为滤波函数。但满足上述条件的不同种类函数或同一种类不同大小的函数对传感器精度的影响是否一致的问题,有必要就滤波函数的选择进行探讨,为瞳面相位差波前传感器的进一步研究和实际应用提供理论基础。本文以建立的瞳面相位差波前传感器模型为基础,以不同湍流条件下的像差为恢复对象,采用模式法进行波前相位的恢复,考察不同类型、不同大小滤波函数对波前恢复效果的影响。

2 瞳面相位差法波前传感原理和相位恢复算法

2.1 瞳面相位差法波前传感原理

瞳面相位差波前传感器可采用以下模型,如图 1 所示。主要由透镜 L1、光栅透镜组合、CCD 相机、图像采集卡等组成。待测波前 $\phi(r)$ 经透镜 L1、光栅透镜组合滤波后在 CCD 上成像,由于光栅透镜

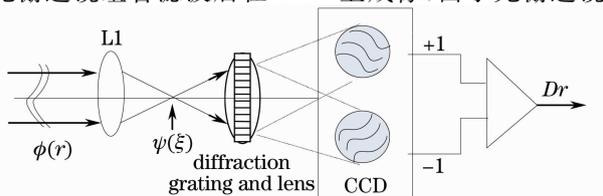


图 1 瞳面相位差波前传感器原理图

Fig. 1 Schematic of pupil phase diversity

组合的特殊作用,在 CCD 上可同时得到 +1 阶和 -1 阶的衍射图像^[14],将两幅图像进行差运算,得到瞳面相位差波前传感器输出信息 Dr 。

由图 1 得到传感器输出信息 Dr 可表示为

$$Dr = | \mathcal{F}\{\mathcal{F}\{\exp[i\phi(r)]\} * \exp(i\phi_{d+})\} |^2 - | \mathcal{F}\{\mathcal{F}\{\exp[i\phi(r)]\} * \exp(i\phi_{d-})\} |^2 = | \exp[i\phi(r)] \otimes \mathcal{F}\{\exp(i\phi_{d+})\} |^2 - | \exp[i\phi(r)] \otimes \mathcal{F}\{\exp(i\phi_{d-})\} |^2, \quad (1)$$

式中 \mathcal{F} 表示傅里叶变换运算, \otimes 表示卷积运算, $| \cdot |$ 表示取模运算, ϕ_d 为滤波函数(DP)。

2.2 相位恢复算法

理论分析中,常常采用圆域的泽尼克(Zernike)多项式来描述波前,针对由 Zernike 多项式描述的波前,待测波前 $\phi(r)$ 可以看作是各阶 Zernike 多项式的线性组合

$$\phi(r) = \sum_{j=1}^M a_j Z_j(r), \quad (2)$$

式中

$$a_j = \sum_{i=1}^M \phi(r) Z_i(r), \quad (3)$$

a_j 为第 j 阶 Zernike 系数, M 为 Zernike 阶数, $Z_j(x, y)$ 为第 j 阶 Zernike 模式。瞳面相位差波前传感的最大特点是传感器输出信息一定程度上表征待测波前的方向和大小,因此直观上可以采用模式分解法来恢复波前:即将传感器输出信息按照每一阶的独立输出模式进行分解。同时理论分析也表明^[15],待测波前对应的瞳面相位差波前传感器输出信息可以用各单阶模式对应的传感器输出信息的线性组合表示,当然这种表示以一定的近似误差为前提,即忽略了交叉项,详细的推导见参考文献^[15]。 N 个 Zernike 模式对应的 N 个输出 $D_j(r)$ 可以事先计算或测量。

当像差较大或由多个高阶模式线性组合而成时,采用上述模式分解法则会使分解的误差增大,这是因为阶数越多,不同阶之间的耦合越大。为保证相位恢复的精度,可以提高成像分辨率。限于硬件条件,成像分辨率一定时,可以采取文献^[15]中的相位恢复算法,即在模式分解的基础上,再用随机并行优化算法对分解后的结果进行优化。本文是理论仿真,分辨率容易调整,所以仅使用了模式法来恢复相位。

多项式系数 $\{a_i\}$ 作为相位恢复算法的控制参数,随着算法迭代的进行,当前解 $\{a_{curr}\}$ 应逐步趋于最优解,传感器输出信息 Dr_{curr} 也应逐步趋于初始的 Dr_{init} 。定义系统性能指标函数为

$$J = \sum_{(x,y)} [Dr_{\text{init}}(x,y) - Dr_{\text{curr}}(x,y)]^2, \quad (4)$$

J 的值越小,相位恢复效果越好。另外,使用残余波前远场光斑的斯特雷尔比(SR)来衡量相位恢复的效果。通过快速傅里叶变换分别计算残余波前和理想平面波前对应的远场光斑,将畸变波前远场光斑峰值光强与理想平面波前远场光斑峰值光强相比则可得到斯特雷尔比。

3 仿真结果与分析

3.1 不同类型、不同大小的滤波函数对传感器输出信息的影响

当滤波函数使用 Zernike 多项式表示时,则理论上满足下列条件的 Zernike 模式或这些模式之间的线性组合形式都可以作为瞳面相位差波前传感器的滤波函数。Zernike 多项式用极坐标描述时,两个条件为^[13]:

- 1) 极半径 ρ 的指数为偶次方;
- 2) 极角 θ 的系数为偶数。

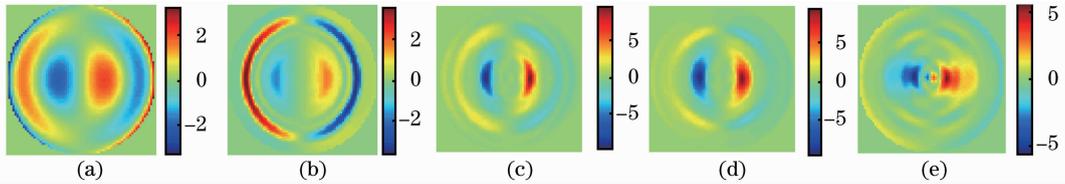


图 2 待测波前为 $Z(15)$ (a)时,滤波函数分别取(b) $Z(3)$; (c) $Z(10)$; (d) $Z(21)$; (e) $Z(36)$ 时的传感器输出信息比较
Fig. 2 Comparison of the wavefront [$Z(15)$] and output information of the sensor under different diversity functions

(a) is the wavefront, and signals from (b) to (e) are generated by $Z(3)$, $Z(10)$, $Z(21)$, $Z(36)$ respectively

图 3 给出了待测波前为 $Z(15)$, RMS 为 1 rad、滤波函数取 $Z(10)$, 其 PV 值分别为 1π 、 2π 、 3π 、 4π 和 5π rad 时的传感器输出信息。从图 3 可以看出,

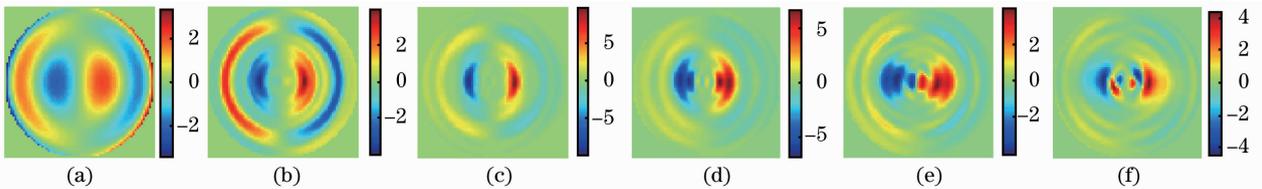


图 3 待测波前为 $Z(15)$ (a)时,滤波函数取 $Z(10)$, 其 PV 值大小分别为(b) π rad、(c) 2π rad、(d) 3π rad、(e) 4π rad、(f) 5π rad 时的传感器输出信息

Fig. 3 Comparison of the wavefront [$Z(15)$] and output information of the sensor under different size of $Z(10)$. (a) is the wavefront and signals from (b) to (f) are generated when PV of $Z(10)$ are π rad, 2π rad, 3π rad, 4π rad, 5π rad respectively

3.2 不同种类滤波函数对波前恢复效果的影响

采用 Roddier^[17] 提出的方法随机生成多帧不同湍流条件下的畸变相屏来完成相位恢复实验,像差由前 65 阶像差组成(不包括两个方向的倾斜)。用这种方法生成的相屏统计属性符合 Kolmogrov 谱,且相屏之间不具有相关性。

因此,符合上述条件的 Zernike 模式非常多,仅在前 65 阶像差中就有 21 个满足上述要求。本文拟以文献[16]中的模式排序为标准(除去第 1 项的平移),使用 Zernike 多项式来描述波前,如 $Z(3)$ 为离焦、 $Z(10)$ 为球差等。

图 2 给出了待测波前为 $Z(15)$, 均方根(RMS)为 1 rad 时,滤波函数分别取前 65 阶中的 $Z(3)$ 、 $Z(10)$ 、 $Z(21)$ 、 $Z(36)$ 时的传感器输出信息。其中 (a) 为待测波前,单位为 rad, (b)~(e) 为分别采用 $Z(3)$ 、 $Z(10)$ 、 $Z(21)$ 、 $Z(36)$ 做滤波函数时的传感器输出信息,单位为强度对比度,滤波函数的峰谷(PV)值均为 2π rad。从图 2 中可以看出,对于同一个待测波前,尽管采用的滤波函数不同,但所得到的传感器信息均能在一定程度上反映出波前位置信息。输出的传感器信息不同在于采用不同的滤波函数时,其傅里叶变换后,即其频谱的展宽不同,再与待测波前做卷积运算时的结果也会有所不同。

滤波函数取不同大小时,所得到的传感器信息不同,与待测波前的相似度有些差异,但基本上都能反映出待测的原始波前信息。

保持滤波函数大小不变(PV 值为 2π rad),改变滤波函数的种类,考察滤波函数对瞳面相位差波前传感器相位恢复效果的影响。分别以 $Z(3)$ 、 $Z(10)$ 、 $Z(21)$ 、 $Z(36)$ 为滤波函数,像差条件为 $D/r_0 = 8$,其中 D 为望远镜孔径, r_0 为大气相干长度,通过对 20 个不同相屏的有关数据做系综平均

得到该湍流情况下的平均数据,包括 SR、性能指标变化曲线等,此时采用的分辨率为 256×256 。几种滤波函数的相位恢复效果,即算法迭代结束后的 SR 值分别为 1、0.913、0.87 和 0.66。

从上述数据可以看出,滤波函数 PV 值为 2π rad 时,相同像差条件下,随着滤波函数阶数的增大,恢复效果依次降低, $Z(3)$ 作为滤波函数时恢复效果最好, $Z(36)$ 最差。图 4 给出了性能指标随迭代次数的变化曲线。从图 4 可以看出,所采用的相位恢复算法经过 3~5 次的迭代已基本收敛。滤波函数的阶数越高、初始性能指标值越大。

图 5 给出 $D/r_0 = 8$ 时某一帧的原始波前,color 单位为 rad。图 6 为图 5 中的波前像差在不同滤波函数时的瞳面相位差传感器输出信息以及恢复出的相位,其中(a1)~(d1)为传感器输出信息,colorbar 单位为光强对比度,(a2)~(d2)为恢复出的相位,colorbar 单位为 rad。可以看出滤波函数的 PV 值都取 2π rad 时,恢复精度随着滤波函数阶数的增大

而降低。

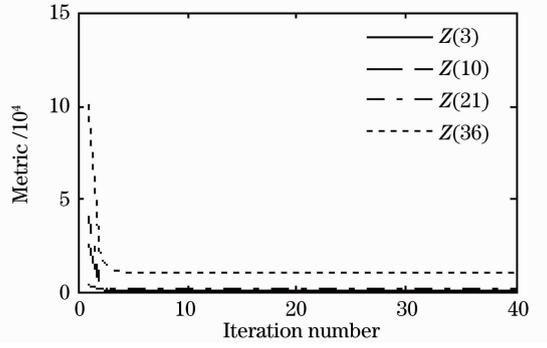


图 4 $D/r_0 = 8$ 时的性能指标变化曲线

Fig. 4 Evolution curves of the metric function J for $D/r_0 = 8$

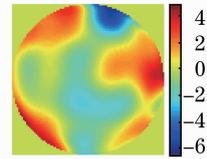


图 5 $D/r_0 = 8$ 时的一帧随机波前

Fig. 5 A frame phase screen under $D/r_0 = 8$

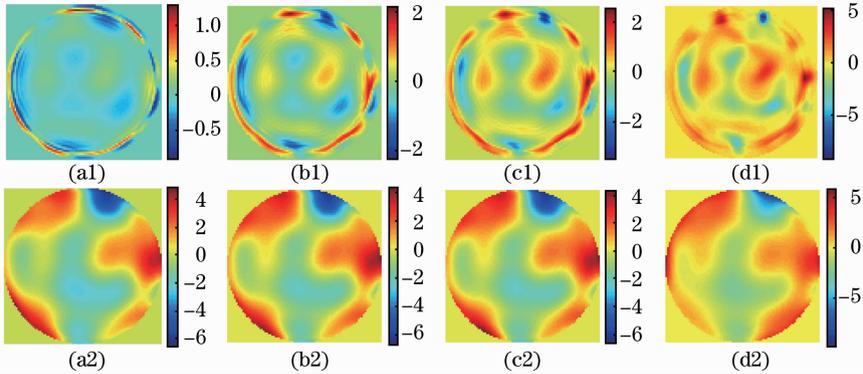


图 6 对图 5 中的待测波前,采用不同滤波函数时 [$Z(3)$, $Z(10)$, $Z(21)$, $Z(36)$] 的传感器输出信息(a1)~(d1)和由传感器信息采用相位恢复算法恢复出的相位(a2)~(d2)比较

Fig. 6 Comparison between the output information of sensor (a1)~(d1) and reconstructed phases (a2)~(d2) under different diversing functions [$Z(3)$, $Z(10)$, $Z(21)$, $Z(36)$] about the aberrated wavefront in Fig. 5

3.3 不同大小滤波函数对波前恢复效果的影响

保持像差不变,考察不同大小的滤波函数对相位恢复效果的影响。以 $D/r_0 = 5$ 像差条件下的随

表 1 不同大小滤波函数时,算法收敛后的平均 SR 值比较

Table 1 Comparison of averaged SR by different size of diversity function after convergence of the phase retrieval algorithm

Diversity size / (PV/rad)	$0.1 \times 2\pi$	$0.2 \times 2\pi$	$0.5 \times 2\pi$	$1 \times 2\pi$	$1.5 \times 2\pi$	$2 \times 2\pi$	$2.5 \times 2\pi$
SR [$Z(3)$ as diversity]	0.59	0.73	1	1	1	0.95	0.85

从表 1 可以看出使用 $Z(3)$ 作为滤波函数,其 PV 值在 $(2\pi \pm \pi)$ rad 范围内,恢复效果比较理想,这个范围和文献[18]中的结论一致。类似的仿真实验结果表明,采用高阶的滤波函数时,如 $Z(10)$ 、 $Z(21)$,则合适的 PV 值小于或等于 π rad;当 PV 值

机 20 frame 相屏为恢复对象, $Z(3)$ 作为滤波函数,分辨率为 128×128 。表 1 给出了取不同大小滤波函数时算法收敛后的 SR 值。

大于 1π rad 时,恢复效果逐步降低。因此对于同样的像差条件,不同的滤波函数都可以实现完全的恢复,区别在于不同的滤波函数合适的大小范围不一样,阶数越高,所需的滤波函数越小。这也解释了 3.2 节中当滤波函数的 PV 值都取 2π rad 时, $Z(3)$

作为滤波函数时恢复效果最好的问题。

图 7 给出了滤波函数分别取 0.4π rad、 2π rad 和 4π rad 时的性能指标变化曲线。和图 4 类似，相位恢复算法经过 3~5 次迭代即可收敛。滤波函数的 PV 值越大，性能指标初始值越大，收敛的精度相对越低，如表 1 中的数据。

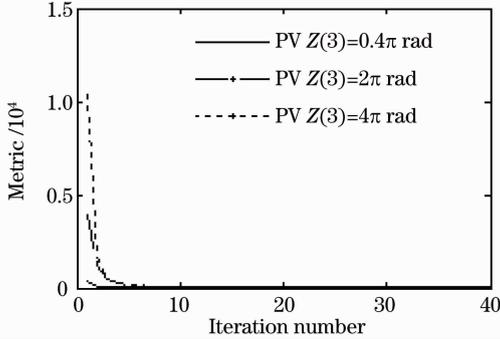


图 7 滤波函数取不同大小时的指标变化曲线
Fig.7 Evolution curves of the metric J under different size of diversity functions

图 8 给出 $D/r_0=5$ 时某一帧的原始波前，color 单位为 rad。图 9 为图 8 中的波前像差在采用 $Z(3)$ 作为滤波函数时瞳面相位差传感器输出信息以及恢复出的相位。其中 (a1)~(c1) 为传感器输出信息，colorbar 单位为光强对比度，(a2)~(c2) 为恢复出的相位，colorbar 单位为 rad。3 种不同大小滤波函数的恢复结果比较可以看出滤波函数 $Z(3)$ 在其 PV 值等于 2π rad 时，恢复精度最好。

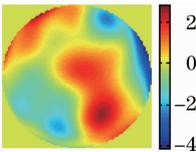


图 8 $D/r_0=5$ 时的一帧随机波前

Fig. 8 A frame phase screen under $D/r_0=5$

4 结 论

瞳面相位差法与传统 PD 方法和曲率传感器最大的区别在于利用了待测波前的像进行波前传感，而前两者都是利用待测波前的远场光斑信息。选择合适的滤波函数是该方法成功实现的关键。因此有必要就滤波函数的选择进行探讨，为瞳面相位差波前传感器的进一步研究和实际应用提供理论基础。

本文以建立的瞳面相位差波前传感器模型为基础，采用模式法进行波前相位的恢复，考察不同类型、不同大小滤波函数对波前恢复效果的影响。结果表明，滤波函数种类的选择对传感器相位恢复效

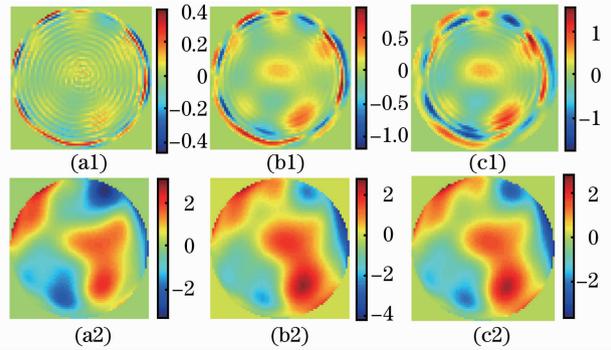


图 9 滤波函数 $Z(3)$ 取不同大小时的传感器输出信息 (a1)~(c1) 和由传感器信息采用相位恢复算法恢复出的相位 (a2)~(c2)。 $Z(3)$ 的 PV 值分别为 (a1) (a2) 0.4π rad, (b1) (b2) 2π rad, (c1) (c2) 4π rad
Fig. 9 Comparison between the output information of sensor (a1)~(c1) and reconstructed phases (a2)~(c2) about the aberrated wavefront in Fig. 8. PV of $Z(3)$ is (a1), (a2) 0.4π rad, (b1) (b2) 2π rad and (c1) (c2) 4π rad

果的影响不大，在合适的大小范围内，都可以得到令人满意的恢复精度，如 $Z(3)$ 的 PV 值在 $(2\pi \pm \pi)$ rad 内， $Z(10)$ 在小于等于 π rad、 $Z(21)$ 和 $Z(36)$ 在小于 1π rad 范围内时。对于同一种滤波函数，当其大小超过一定范围时，如 $Z(3)$ 大于 3π rad、 $Z(10)$ 大于 1π rad 时，随着其大小的增加，相位恢复精度逐步降低。具体应用时，可根据实现的成本和制作难易程度在滤波函数大小合适的范围内确定滤波函数的种类。

参 考 文 献

- 1 R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237~246
- 2 J. Maeda, K. Murata. Retrieval of wave aberration from point spread function or optical transfer function data[J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(2): 274~279
- 3 J. R. Fienup, B. J. Thelen, R. G. Paxman *et al.*. Comparison of phase diversity and curvature wavefront sensing[C]. *SPIE*, 1998, **3353**: 930~940
- 4 J. R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(15): 2758~2769
- 5 M. R. Bolcar, J. R. Fienup. Sub-aperture piston phase diversity for segmented and multi-aperture systems [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(1): A5~A12
- 6 J. J. Dolne, P. Menicucci, K. Widen *et al.*. Advanced image processing and wavefront sensing with real-time phase diversity [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(1): A30~A34
- 7 N. Baba, K. Mutoh. Measurement of telescope aberrations through atmospheric turbulence by use of phase diversity [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(4): 544~552
- 8 Xi Fengjie, Jiang Zongfu, Xu Xiaojun *et al.*. High-diffractive-efficiency defocus grating for wavefront curvature sensing [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(11): 3444~3448

- 9 Li Xinyang, Li Min. Preliminary analysis on principle and performance of a linear phase-retrieval wave front measuring method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1211~1216
李新阳, 李 敏. 一种线性相位反演波前测量方法的原理和性能初步分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1211~1216
- 10 Liang Shitong, Yang Jianfeng, Xue Bin. A new phase diversity wave-front error sensing method based on genetic algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(4): 1015~1019
梁士通, 杨建峰, 薛 彬. 基于遗传算法的改进相位差法波前误差传感技术研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(4): 1015~1019
- 11 Li Qiang, Shen Mangzuo. Measurement of telescope aberrations using phase-diversity method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1553~1557
李 强, 沈忙作. 利用相位差法测量望远镜像差[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1553~1557
- 12 Wang Zongyang, Wang Jianli, Wang Bin *et al.*. Image restoration based on phase diversity [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(12): 25~29
汪宗洋, 王建立, 王 斌 等. 基于相位差异的图像复原方法[J]. *光电工程*, 2010, **37**(12): 25~29
- 13 H. I. Campbell, S. J. Zhang, A. H. Greenaway. Generalized phase diversity for wave-front sensing [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(23): 2707~2709
- 14 P. M. Blanchard, A. H. Greenaway. Simultaneous multiplane imaging with a distorted diffraction grating [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(32): 6692~6699
- 15 Yang Huizhen, Gong Chenglong. Phase retrieval for a kind of wavefront sensing based on pupil phase diversity [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112002
杨慧珍, 龚成龙. 一种基于瞳面相位差的波前传感器相位恢复 [J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1112002
- 16 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(3): 207~211
- 17 N. Roddier. Atmospheric wave-front simulation using Zernike polynomials [J]. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(10): 1174~1180
- 18 L. Meynadier, V. Michau, M. T. Velluet *et al.*. Noise propagation in wave-front sensing with phase diversity [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(23): 4967~4979

栏目编辑:何卓铭