

# 基于压缩传感的单点太赫兹成像

赵亚芹<sup>1,2</sup> 张亮亮<sup>2</sup> 祝德充<sup>2</sup> 刘小华<sup>1</sup> 张存林<sup>2</sup>

<sup>1</sup>北京理工大学光电学院, 北京 100081

<sup>2</sup>太赫兹光电子学教育部重点实验室, 太赫兹波谱与成像北京市重点实验室, 首都师范大学物理系, 北京 100048

**摘要** 描述了一种成像方式基于压缩传感(CS)理论的太赫兹(THz)成像系统,其核心思想是将压缩与采样合并进行,采集图像的非自适应线性投影(测量值),根据相应重构算法由测量值重构原始图像。此系统通过测量图像和单一掩模板的内积来得到单一 THz 强度值,最后得到一系列与掩模板数目相同的测量值。CS 理论可以从比  $N^2$  少得多的测量值中来重建一幅  $N \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$  的图像,从而缩短成像时间。这种单点成像系统消除了对物体或 THz 波束进行光栅扫描的必要,不但提高了成像速度,而且保持了单像素探测的高灵敏度。利用连续 THz 波源—返波振荡器(BWO)来进行实验,并得到了初步实验结果。

**关键词** 成像系统; 太赫兹; 返波振荡器; 压缩传感; 单像素成像

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201138.s111003

## Single-Pixel Terahertz Imaging Based on Compressed Sensing

Zhao Yaqin<sup>1,2</sup> Zhang Liangliang<sup>2</sup> Zhu Dechong<sup>2</sup> Liu Xiaohua<sup>1</sup> Zhang Cunlin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

<sup>2</sup>Key Laboratory of Terahertz Optoelectronics, Ministry of Education,

Beijing Key Laboratory for Terahertz Spectroscopy and Imaging,

Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100048, China

**Abstract** A terahertz (THz) imaging system and the image formation is based on the theory of compressed sensing (CS) is described. CS combines sampling and compression into a single non-adaptive linear measurement process, and then reconstructs the original image by using measurements based on reconstruction algorithm. It is obtained that a single intensity value by measuring the inner of a single mask and original image and a series of measurements with the same number of masks. CS permits the reconstruction of a  $N \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$  image using much fewer than  $N^2$  measurements to reduce the imaging time. This approach eliminates the need for raster scanning of the object or the THz beam, while maintaining the high sensitivity of a single-element detector. The experiment using a backward wave oscillator (BWO) which is a continuous-wave THz source and get a preliminary test result.

**Key words** image systems; terahertz; backward wave oscillator; compressed sensing; single-pixel imaging

**OCIS codes** 100.3008; 110.6795; 040.2235

## 1 引言

太赫兹(THz)波通常是指频率在 0.1~10 THz (波长在 3 mm~30  $\mu\text{m}$ )范围内的电磁辐射<sup>[1]</sup>。近年来,THz 成像技术在泡沫绝缘检测<sup>[2,3]</sup>、非法毒品检测和包装检验<sup>[4]</sup>等领域广泛的应用前景促使其朝

着更高速、更高质量的方向发展。目前通常所用的 THz 成像有扫描成像、阵列式探测成像,但是扫描成像中的机械扫描会降低采样速度,而阵列式探测成像具有复杂程度高和成本高等缺点。例如,微测热辐射计阵列对于 THz 辐射不是很敏感,所以需要

收稿日期: 2011-09-06; 收到修改稿日期: 2011-09-19

基金项目: 国家 973 计划(2007CB310408)、国家自然科学基金(11004140)和北京市教育委员会科技面上项目(11224010011)资助课题。

作者简介: 赵亚芹(1985—),女,硕士研究生,主要从事太赫兹成像方面的研究。E-mail: yaqinhappy@126.com

导师简介: 张存林(1961),男,博士,教授,主要从事太赫兹光谱与成像技术和光电信息功能材料等方面的研究。

E-mail: cunlin\_zhang@yahoo.com

一个高功率的 THz 源。因此,寻找更多、更好的 THz 成像方法也是目前 THz 成像研究的重点之一。基于压缩传感(CS)的 THz 成像技术就是将信号压缩方面的新理论——CS 应用于 THz 成像而发展出来的一种新的成像技术。本文对物体进行单点 THz 成像,此系统的核心是一个单像素探测器和一系列随机掩模板,成像的方式是基于 CS 理论。利用这种方法可以达到欠奈奎斯特图像采集速率<sup>[5,6]</sup>。

## 2 理 论

利用 CS 理论,一个单点探测器顺序地测量  $M \leq N^2$  个测量值,每一个测量值都是  $N^2$  个像素与随机测量矩阵的内积。也就是说 CS 能够利用  $M \leq N^2$  个测量值来重建一个  $N \times N$  的图像<sup>[7,8]</sup>。CS 理论只要包括信号稀疏表示、编码测量和重建算法三部分<sup>[9]</sup>。图 1 为 CS 的理论框架,其中  $f'$  是  $f$  的恢复信号。

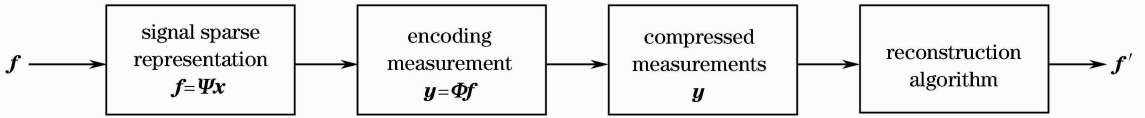


图 1 CS 的理论框架

Fig. 1 Frame of CS theory

### 2.1 信号稀疏表示

如果一个信号中只有少数元素是非零的,则该信号是稀疏的。通常时域内的自然信号都是非稀疏的,但在某些变换域可能是稀疏的<sup>[10]</sup>。

在下文中,假设被恢复信号为  $x \in R^N$ 。在实际情况下,向量  $x$  可能是原始信号  $f \in R^N$  在正交基  $\Psi$  上的系数,

$$f = \sum_{i=1}^N x_i \psi_i \quad \text{or} \quad f = \Psi x, \quad (1)$$

如果  $x$  只有很少的大系数,则称信号  $f$  是可压缩的;如果  $x$  只有  $K$  个元素为非零,则称  $x$  为信号  $f$  的  $K$  稀疏表示。如图 2 所示,可以很清晰地知道  $x$  是信号  $f$  在  $\Psi$  域的 3 稀疏信号表示。

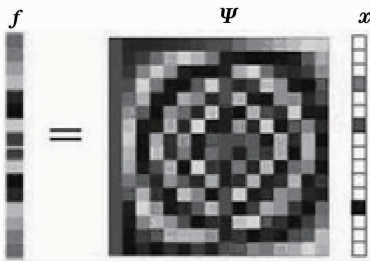


图 2 用基  $\Psi$  进行稀疏表示 (3 稀疏)

Fig. 2 Sparse representation based on  $\Psi$  (3-sparse)

### 2.2 编码测量

考虑一般的信号重构问题,即已知某一个测量矩阵  $\Phi_m \in R^N$  以及某未知信号  $f$  在该矩阵下的线性测量值为

$$y_m = \langle f, \Phi_m \rangle, \quad m = 1, \dots, M \quad \text{or} \quad y = \Phi f \quad (2)$$

式中  $y$  是一个  $M \times 1$  的测量值列向量,  $x$  是对一个  $N \times N$  的图像进行排序的  $N^2 \times 1$  的列向量,  $\Phi$  是一个  $M \times N^2$  的矩阵。利用 CS 理论,得到了比图像像

素值个数  $N^2$  小得多的测量值<sup>[11]</sup>,并且能够通过一个重建算法来精确重建物体图像。

因为  $f = \Psi x$ ,为了使用方便的矩阵符号,可以把方程  $y = \Phi f$  写成  $y = \Phi' x$ ,其中  $\Phi' = \Phi \Psi$ 。图 3 是 CS 线性测量过程。

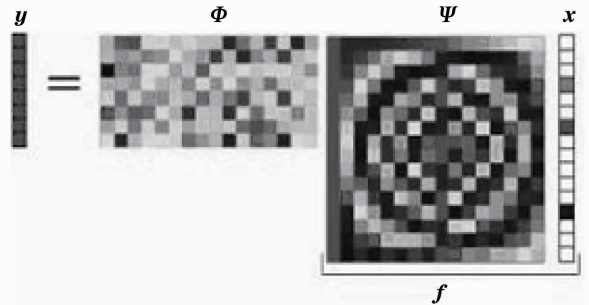


图 3 CS 线性测量过程

Fig. 3 Linear measurement of CS

### 2.3 重建算法

CS 理论的第三部分是从测量值  $y = \Phi' x$  中恢复信号  $x$ ,这部分是 CS 理论的核心。可知,当已知传感矩阵  $\Phi' = \Phi \Psi$  和线性测量值  $y$  时,便可通过解方程  $y = \Phi' x$  得到  $x$  的值。但是  $\Phi'$  的行数远远低于  $\Phi'$  的列数,所以方程  $y = \Phi' x$  为欠定方程组,具有无穷解。但是可以选择最稀疏的解作为  $x$  的解。为了得到这一最稀疏的解,对(3)式进行优化。

$$\hat{x} = \arg \min_x \|x\|_0 \quad \text{s. t.} \quad y = \Phi' x, \quad (3)$$

由于最优化问题(3)式本质上是一个非确定性多项式困难(NP-hard)问题,通常需要对该问题进行转换,如将  $l_0$  范数转化为下式的  $l_1$  范数问题加以解决:

$$\hat{x} = \arg \min_x \|x\|_1 \quad \text{s. t.} \quad y = \Phi x, \quad (4)$$

式中信号的  $l_1$  范数定义成信号中元素的绝对值的

和：

$$\|x\|_1 = \sum_i |x_i|. \quad (5)$$

在此理论中常用的主要算法包括匹配追踪系列算法和最小全变分法<sup>[12,13]</sup>等。最后,可以通过  $f = \Psi x$  得到原始信号  $f$ 。

对正交匹配追踪算法(OMP)、可压缩采样的匹配追踪算法(CoSAMP)、正则化的正交匹配追踪算法(ROMP)和同步正交匹配追踪算法(SOMP)进行

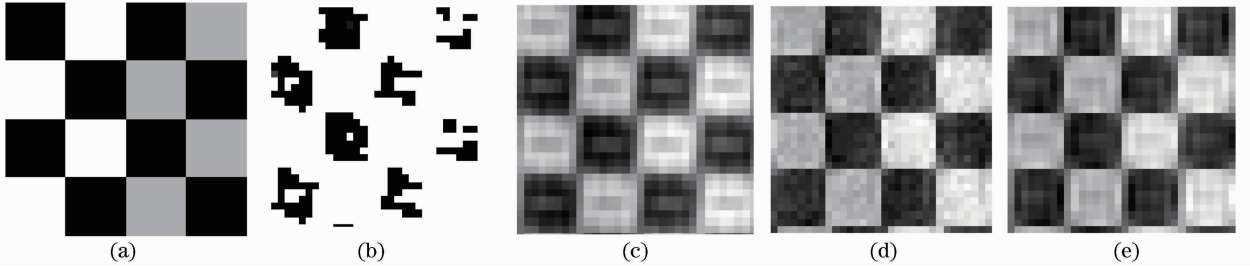


图4 (a)原始图像;(b)OMP恢复结果;(c)CoSaMP恢复结果;(d)ROMP恢复结果;(e)SOMP恢复结果

Fig. 4 (a) Original image; (b) OMP recovery result; (c) CoSaMP recovery result; (d) ROMP restoration result (e) SOMP restoration result

### 3 实验装置

图5是实验装置的示意图。此成像装置包括一个返波振荡器(BWO)THz发射源,一个热释电探测器,一系列随机掩模板和两个聚乙烯透镜。由BWO发射的THz波顺序透过物体和随机掩模板,最后由探测器收集。为了有效地收集THz波的强度,各部件的距离根据透镜的焦距进行设定。对于每一个随机掩模板,利用单点热释电探测器来测量THz的强度值。也就是说,测量的是物体和随机掩模板的内积,而不是物体的像素值。利用300个随机掩模板进行300次测量,得到测量列向量 $y$ 。最后,利用SOMP算法进行图像重构,并且恢复图像的分辨率受掩模板的限制,为掩模板一个像素的大

比较<sup>[14]</sup>,以便找出恢复精度高的算法来对下面的实验数据进行处理。因为在本文中,测量矩阵 $\Phi$ 、正交基 $\Psi$ 以及测量次数 $M=300$ 确定,所以只需改变系数度 $k$ 的值来得到每种算法的最佳重构结果,然后再比较这几个最佳重构结果来确定实验数据处理所使用的算法。图4为几种算法的图像重构结果对比。通过对比图4(b)~(e)的结果可知SOMP的重构效果最好,所以选定此算法对实验数据进行处理。

小。

在该系统中最核心的元件——掩模板采用以对THz具有高透性的聚四氟乙烯作为基板材料的PCB板(掩模板上不透部分材料为铜)。由于目前国内PCB板制作精度有限,且受成像分辨率的限制,掩模板上每个单元即每个像素点上所附铜的面积无法做得很细化,所以掩模板每个单元所代表的数值无法做到(0,1)或别的数值,只能单纯地做到两种状态:透THz,为1;不透THz,为0。这样就导致测量矩阵 $\Phi$ 只能选择采用二值随机矩阵,且为了保证成像效果良好,二值随机矩阵中0和1的数目需各占50%。掩模板上每一单元为1 mm×1 mm,像素为32 pixel×32 pixel。本实验使用300个随机掩模板,对于每一个掩模板,测量一系列THz强度值

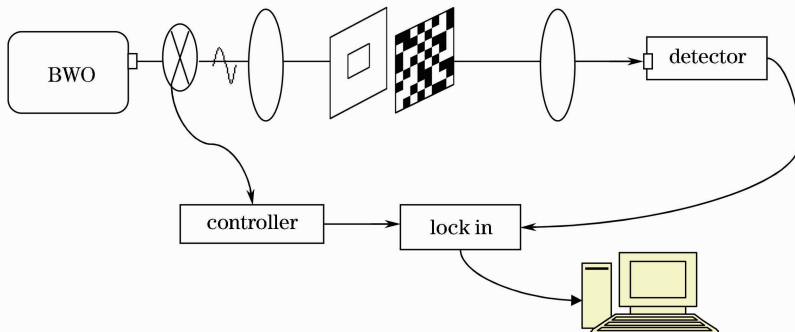


图5 THz CS成像实验装置

Fig. 5 THz CS experimental setup

做平均得到一个  $y$  值<sup>[15]</sup>。

## 4 结果与讨论

设定 BWO 源发射的 THz 波的频率为 200 GHz。图 6(a)是物体的光学成像,此物体为在一个铝板中间挖一高度和宽度都为 1cm 的方形孔。图 6(b)是进行 300 次测量,最后利用 CS 重建算法恢复的物体的 32 pixel×32 pixel 的 THz 成像图,且每一像素的大小是 1 mm×1 mm。

从图 6(b)中,可以看到在重建的图像中有几个孔而不是一个孔。发生这种现象的原因是当 THz 波经过随机掩模板时,THz 波发生了衍射,这是因为 200 GHz 的 THz 波对应的波长是 1.5 mm。即

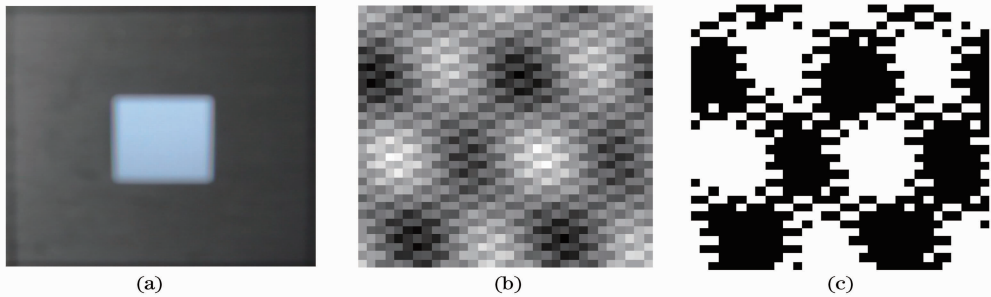


图 6 (a) 方形孔的物体; (b) 利用 CS 算法重建的物体的 32 pixel×32 pixel 的 THz 成像图; (c) THz 图像的二值化图像

Fig. 6 (a) Object mask shaped as a rectangular hole; (b) 32 pixel×32 pixel THz image reconstructed via CS using 300 measurements and the pixel size is 1 mm×1 mm; (c) binary image of the THz image

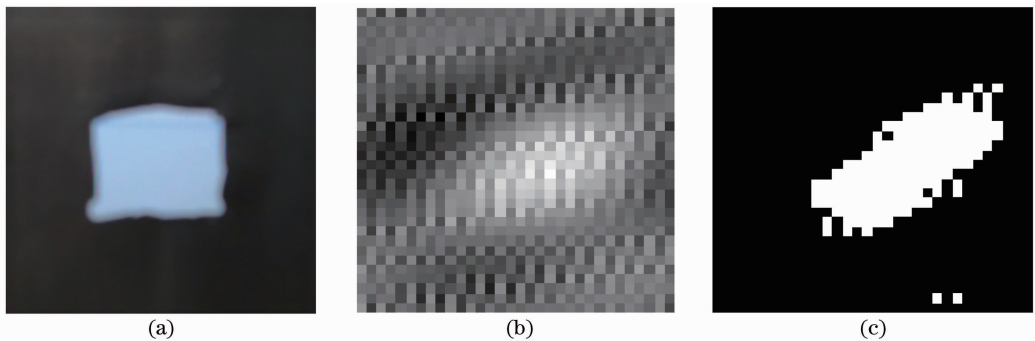


图 7 (a) 不规则孔的物体; (b) 利用 CS 算法重建的物体的 32 pixel×32 pixel 的 THz 成像图; (c) THz 图像的二值化图像

Fig. 7 (a) Object mask shaped as an irregular hole; (b) 32 pixel×32 pixel THz image reconstructed via CS using 300 measurements and the pixel size is 1 mm×1 mm; (c) binary image of the THz image

## 5 结 论

介绍了一种有望实现高速成像的 THz 成像方式,它基于 CS 理论,主要利用 BWO THz 发射源,一个单点探测器和一系列随机掩模板。通过这种方式,可以利用  $M \leq N^2$  个测量值来重建一个  $N \times N$

THz 波的波长大于随机掩模板的单个像素的尺寸,当 THz 波透过透明的像素时衍射就发生了。

设定 BWO 源发射的 THz 波的频率为 350 GHz。图 7(a)是物体的光学成像,此物体为在一个铝板中间挖一不规则的孔。图 7(b)是进行 300 次测量,最后利用 CS 重建算法恢复的物体的 32 pixel×32 pixel 的 THz 成像图,且每一像素的大小是 1 mm×1 mm。

从图 7(b)中,可以明显地看到在图像中有一个孔,即当 THz 波的频率为 350 GHz (相当于 0.86 mm)时,可以得到物体的 THz 像。但是重建结果不理想,主要是因为成像系统不对准,以及随机掩模板之间错位。下一步会对实验装置进行改进来实现物体的精确成像。

的图像,从而极大地减少了成像时间。但在本实验系统中,掩模板的更换是完全手动的,所以成像时间多达几个小时,为了显示此成像方式的优势,下一步的工作就要设计自动的掩模板更换装置来实现图像采集的高速度,从而极大地缩短成像时间。

## 参 考 文 献

- 1 C. Fattinger, D. Grischkowsky. Terahertz beams[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **54**(6): 490
- 2 N. Karpowicz, H. Zhong, C. Zhang *et al.*. Compact continuous-wave subterahertz system for inspection applications [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **86**(5): 054105
- 3 N. Karpowicz, H. Zhong, J. Xu *et al.*. Non-destructive sub-THz CW imaging[C]. *SPIE*, 2005, **5727**: 132~142
- 4 W. L. Chan, J. Deibel, D. M. Mittleman. Imaging with terahertz radiation[J]. *Rep. Prog. Phys.*, 2007, **70**: 1325~1379
- 5 L. David, Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289~1306
- 6 E. Candés. Compressive sampling [C]. Proceedings of International Congress of Mathematicians. Switzerland; European Mathematical Society Publishing House, 2006
- 7 D. Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, **52**(4): 1289~1306
- 8 E. Candes, J. Romberg, T. Tao. Robust uncertainty principles; Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, **52**(2): 489~509
- 9 R. Baraniuk. Compressive sensing[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, **24**(4): 118~121
- 10 B. A. Olshausen, D. J. Field. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images[J]. *Nature*, 1996, **381**(6583): 607~609
- 11 D. Takhar, J. Laska, M. Wakin *et al.*. A new compressive imaging camera architecture using opticaldomain compression [C]. *SPIE*, 2006, **6065**: 606509
- 12 I. L. Rud, S. Osher, I. E. Fatem. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. *Phys. D*, 1992, **60**(1~4): 259~268
- 13 E. Candés, J. Romberg, T. Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, **52**(2): 489~509
- 14 Yang Hairong, Zhang Cheng, Ding Dawei *et al.*. Compressed sensing and reconstruction algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, **39**(1): 142~148  
杨海蓉,张成,丁大为等. 压缩传感理论与重构算法[J]. *电子学报*, 2011, **39**(1): 142~148
- 15 M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar *et al.*. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. *IEEE Sig. Proc. Mag.*, 2008, **25**(2): 83~91

栏目编辑：李文誌