

# 透明平板在高斯光束照射下辐射压力的研究

李东华<sup>1,2</sup> 蒲继雄<sup>1</sup> 王喜庆<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021  
<sup>2</sup>西南交通大学物理科学与技术学院, 四川 成都 610031)

**摘要** 以几何光学模型为基础,应用平面波角谱理论方法,研究了在高斯光束的照射下,透明介质平板的受力分布。不同于光镊原理,光压差即可产生光学升力,根据动量守恒定理,推导了透明介质平板受力的表达式,通过数值计算,深入分析了光束的光腰半径,平板的摆放位置以及倾斜角度等参数对透明介质平板受力分布的影响。研究表明,在一定功率的高斯光束照射下,减小高斯光束光腰半径、使光束照射位置靠近平板的中心,以及拉近平板与高斯光束光腰之间的距离,都能有效地增大透明平板所受到的横向和轴向的光辐射压力;当透明平板与  $x$  轴倾斜成  $65^\circ$  时,轴向力达到最大值,方向始终沿  $+z$  方向;当平板倾斜  $70^\circ$  时,横向力在正方向和负方向同时达到最大值。适当选取光腰半径和摆放位置,平板受到的横向力可以增大到足以克服重力,在光束的照射下升起来。

**关键词** 辐射;辐射压力;角谱理论;光动量

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201138.s102008

## Investigation on the Radiation Forces upon a Transparent Plate by a Gaussian Beam

Li Donghua<sup>1,2</sup> Pu Jixiong<sup>1</sup> Wang Xiqing<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Department of Electronic Science & Technology, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China  
<sup>2</sup>Department of Physics, Science College, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

**Abstract** A new method is employed to study the radiation forces on a transparent plate illuminated by a Gaussian beam under geometric optics model. Unlike optic traps, it depends only on the deference of light pressure to produce the optical lift. According to the law of conservation of momentum, the formula is derived on the basis of angular spectrum theory. The influences of waist radius, transparent plate location and inclination angle are investigated and the distributions of forces are illustrated in longitudinal and transverse components. From the graphical comparison, it is shown that the radiation forces become larger with the waist radius, the distance between transparent plate and the waist radius decreasing. The longitudinal force arrive at the maximum value when the inclination angle is  $60^\circ$ , and the direction always keeps along the  $z$  axis. While the transverse forcees along both the positive and negative directions go up to the peak at  $70^\circ$ . The numerical results show that if we choose the appropriate parameters there will be enough transverse forces to conquer the gravity force to move the plate upwards.

**Key words** radiation; radiation forces; angular spectrum theory; light momentum

**OCIS codes** 350.5610; 350.4600; 080.1510

## 1 引言

光既携带能量,也携带动量,当光通过介质或被反射时,会将动量传给介质,继而产生光辐射压力。

人们对光压的利用越来越广泛。太阳帆<sup>[1,2]</sup>就是一种利用太阳光压作用在帆上来加速飞行的航天器,在没有空气阻力的宇宙空间中,太阳光光子会连续

收稿日期: 2011-07-10; 收到修改稿日期: 2011-08-19

基金项目: 国家自然科学基金(60977068)、中国科学院瞬态光学与光子技术国家重点实验室基金(SKLST200912)和华侨大学学科重点建设项目资助课题。

作者简介: 李东华(1987—),女,硕士研究生,主要从事激光光束变换方面的研究。E-mail: 20054282@hqu.edu.cn

导师简介: 蒲继雄(1962—),男,教授,主要从事光束传输与变换等方面的研究。E-mail: jixiong@hqu.edu.cn  
(通信联系人)

撞击太阳帆,使太阳帆获得的动量逐渐递增,从而形成加速度。阳光动力火箭也是将太阳光聚集到航天器上,利用光压产生推力,使航天器加速飞行,修正航行轨道偏差等。

在实际应用中,对光压进行理论研究是十分必要的。2010年,Grover A. Swatzlander等<sup>[3,4]</sup>在研究中发现了光产生的辐射压力也会产生抬升的力量,即Optical lift(光学升力),也就是在光作用下物体不仅能向前进,也会做垂直运动,这一效果类似空气对飞机机翼产生的升力。光线在进入不同形状的透明物体时,会产生不同的折射或反射,若大部分入射光线以垂直方向反射离开,它们离开的一边就会受到更大的辐射压力,当足以克服重力时,物体由此而上升。光学升力在未来中拥有极大的前景。因此,对光通过透明物质时产生的辐射压力进行理论分析是很有意义的。本文以一种全新的方法,通过角谱理论,在射线模型下,研究了透明介质平板在激光束照射下受到的光辐射压力。

## 2 角谱理论分析

由傅里叶变换的概念可知,对一随时间变化的信号做傅里叶变换,可求得该信号的频谱分布,同样,若对任意平面上的复光场分布做二维傅里叶变换,则可求得光信号的“空间频谱”分布。各个空间频率的空间傅里叶分量可以看作是沿不同方向传播的平面波谱。因此,把“空间频谱”称为平面波的角谱,平面电磁波传播的角谱法<sup>[5~8]</sup>,提供了波的传播过程的另一种解释。

在 $z=0$ 平面处,函数 $U$ 在 $xy$ 平面上的二维傅里叶变换为

$$A_0(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} U(x, y, 0) \times \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy, \quad (1)$$

同样,它存在着逆变换关系

$$U(x, y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} A_0(k_x, k_y) \times \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y, \quad (2)$$

式中 $A_0(k_x, k_y)$ 为空间函数 $U$ 在 $z=0$ 平面上的角谱。这样,空间函数 $U$ 展开成以空间频率为变量的系列基元函数之和,其波矢方向 $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y + k_z \mathbf{e}_z$ ,其中 $\mathbf{e}_x$ 、 $\mathbf{e}_y$ 和 $\mathbf{e}_z$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三方向的单位矢量。根据角谱传播的规律,在 $z=z$ 平面上的角谱可表示为

$$A(k_x, k_y, z) = A_0(k_x, k_y) \exp(ik_z z). \quad (3)$$

单色光在某一平面上的场分布可以看成是沿不同方向传播的平面波的叠加,在叠加时各平面波成分有各自的振幅和相位,其值分别为角谱的模和幅角。

设一高斯光束沿着 $z$ 轴传播,其二维光场表达式为

$$U(x, z) = U_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega(z)}} \exp\left[-\frac{x^2}{\omega^2(z)}\right] \exp(-ikz), \quad (4)$$

式中 $\omega_0$ 为高斯光束的光腰, $\omega(z)$ 为高斯光束在 $z$ 平面的光斑尺寸, $k = \frac{2\pi n_1}{\lambda}$ 为波数, $n_1$ 为光传输介质的折射率, $\lambda$ 为光束的波长。

通过角谱理论,可以将高斯光束 $U$ 展开成基元高斯光束的叠加,波矢 $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x + k_z \mathbf{e}_z$ ,由公式变换 $k_x = k \sin \theta$ , $k_z = k \cos \theta$ ,可得到其基元高斯光束为

$$U'(x, z, \theta) = U_0 \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4} k^2 \sin^2 \theta\right) \times \exp(ikx \sin \theta) \exp(ikz \cos \theta), \quad (5)$$

式中 $\theta$ 为波矢 $\mathbf{k}$ 与 $z$ 轴的夹角。光强可表示为

$$I'(x, z, \theta) = \frac{n_1 \epsilon_0 c}{2} |U'(x, z, \theta)|^2, \quad (6)$$

式中 $\epsilon_0$ 为真空介电常数, $c$ 为真空中的光速。

光束在折射率为 $n$ 的介质中传播,光束的动量即为所有光子动量的和,在单位时间内能量为 $I$ 的光线的总动量为

$$p = \frac{nI}{c}. \quad (7)$$

根据动量守恒定理,光子与物质相互作用时,这些光子给物质一个动量改变量等值反向的动量,即产生光辐射压力<sup>[9~12]</sup>。

在 $z$ 轴上放置一个透明平板,与 $x$ 轴倾斜角度为 $\alpha$ ,一高斯光束沿 $z$ 轴打在平板上,取光腰位置为原点,如图1(a)所示。将高斯光束做角谱变换,则一传播方向与 $z$ 轴成 $\theta$ 角的基元光束在平板中传播的方向如图1(b)所示。

此时推导出基元光束产生的在 $x'$ 、 $z'$ 两个方向的力为

$$f(x, z, \theta)_{z'} = \frac{n_1 |U'(x, z, \theta)|^2}{c} \cos(\theta + \alpha) \times \{1 + R(\theta + \alpha) - T^2(\theta + \alpha) \times \sum_{n=0}^{\infty} [-R(\theta + \alpha)]^n\}, \quad (8)$$

$$f(x, z, \theta)_{x'} = \frac{n_1 |U'(x, z, \theta)|^2}{c} \sin(\theta + \alpha) \left\{ 1 - R(\theta + \alpha) - T^2(\theta + \alpha) \sum_{n=0}^{\infty} [R(\theta + \alpha)]^n \right\}, \quad (9)$$

式中  $R(\theta + \alpha) = \left[ \frac{m \cos(\theta + \alpha) - \sqrt{1 - m^2 \sin^2(\theta + \alpha)}}{m \cos(\theta + \alpha) + \sqrt{1 - m^2 \sin^2(\theta + \alpha)}} \right]^2$  为透明平板的光功率反射率, 其中  $m = \frac{n_1}{n_2}$ ,  $n_2$  为透明平板的折射率,  $T(\theta + \alpha) = 1 - R(\theta + \alpha)$  为透明平板的光功率透射率。

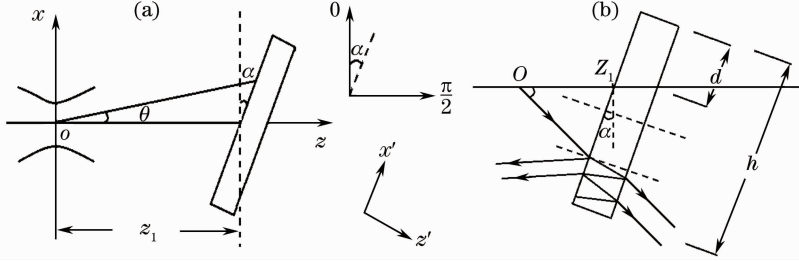


图 1 (a) 光路系统图; (b) 与  $z$  轴成  $\theta$  角的基元光束在透明介质平板中传播的方向

Fig. 1 (a) Schematics of the optical system; (b) directions of a single ray striking a transparent plat

对(8)、(9)式进行积分, 得到在  $x$ 、 $z$  方向上倾斜透明平板受到的总的辐射压力为

$$F(x, z)_z = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} [f(x, z, \theta)_{z'} \cos \alpha + f(x, z, \theta)_{x'} \sin \alpha] k \cos \theta d\theta, \quad (10)$$

$$F(x, z)_x = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} [-f(x, z, \theta)_{z'} \sin \alpha + f(x, z, \theta)_{x'} \cos \alpha] k \cos \theta d\theta, \quad (11)$$

式中积分上下限分别为  $\theta_{\max} = \arctan\left(\frac{d \cos \alpha}{z_1 + d \sin \alpha}\right)$ ,

$\theta_{\min} = \arctan\left[-\frac{(h-d) \cos \alpha}{z_1 - (h-d) \sin \alpha}\right]$ , 其中  $d$  为平板轴上长度,  $h$  为平板总长度。

若  $p$  为光功率, 由(6)式可得

$$I_0 = \frac{n_2 \epsilon_0 c U_0^2}{2} = \frac{2p}{\pi \omega_0^2}, \quad (12)$$

利用(12)式, 可对(8)~(11)式进行化简。

### 3 数值计算

数值计算中各种参量取值为:  $\lambda = 975 \text{ nm}$ ,  $p = 0.13 \text{ W}$ ,  $n_1 = 1.33$ ,  $n_2 = 1.592$ ,  $\omega_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $k = \frac{2\pi n_1}{\lambda}$ ,  $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$ ,  $z_0 = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$ 。假设无限长透明平板垂直放置在  $z$  轴上, 由(10)式求得平板受到的轴向辐射力为:  $F(x, z)_z = 1.44 \times 10^{-8} \text{ N}$ , 其值为一个定值。也就是在理想状态下, 无限长介质平板受力不变。由于介质平板的对称性, 平板在  $x$  方向上受力相互抵消, 横向力表现为零, 而  $F(x, z)_x = 0$ 。在实际中, 透明介质平板的尺寸往往不能近似为无限

大。取透明平板长度  $h = 10 \text{ cm}$ , 受力分布如图 2 所示。

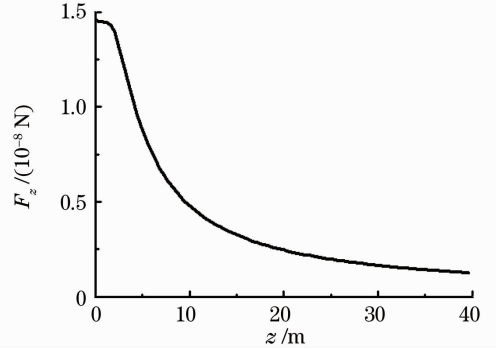


图 2 轴向辐射压力随  $z_1$  变化的分布图

Fig. 2 Distribution of radiation pressures varying with  $z_1$

从图 2 可以看出, 当  $z_1 = 0$  时, 介质平板受力与理想状态相等, 随着透明平板的位置不断远离原点, 其轴向力快速减小, 根据角谱理论, 这是由于打在平板上的有效角度的光束随着距离的增大而不断减少, 从而使得参与动量交换的光强随之减小所导致的结果。

当透明平板倾斜放置在  $z$  轴上时, 且与  $z$  轴交于平板中心, 由(10)、(11)式算出轴向辐射压力和横向辐射压力在  $z$  轴不同位置处的分布, 如图 3 所示。

从图 3 可以看出, 随着距离  $z_1$  的不断增大, 轴向力与横向力都在不断地减小。图 3(a)中, 轴向力关于角度  $\alpha$  的分布是对称的, 分别在  $\pm 65^\circ$  附近出现最大值, 其方向沿  $+z$  方向。由(10)式可知, 平板在  $x'$  方向上受到的力并不对称, 虽然  $z'$  方向的力随着倾斜角度的增大对  $z$  方向的贡献会逐渐减小, 但是  $x'$  方向对  $z$  方向的贡献会逐渐增大, 这时在  $\pm 65^\circ$  附

近出现两个峰值,但随着偏离程度的进一步增大,轴向力又减小到零。

图 3(b)中,横向力随着倾斜角度的增大先增大后减小,当倾斜角度为 $\pm 70^\circ$ 时,横向力分别达到负正方向的最大值,而且与图 3(a)进行比较,横向力的最

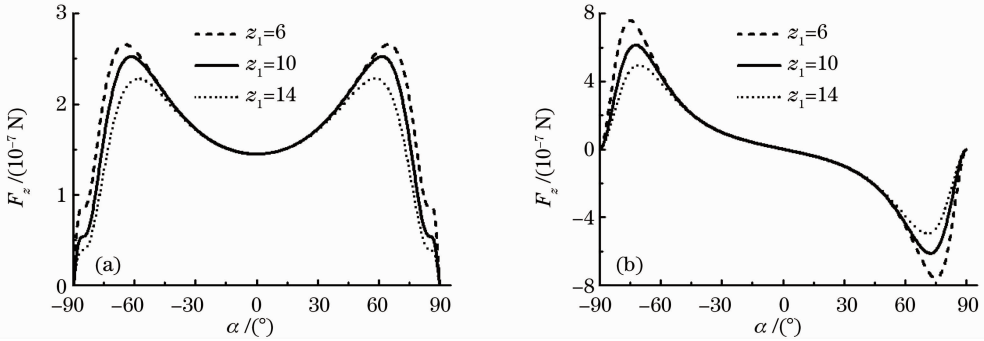


图 3 不同位置处,透明介质平板的受力分布。(a)轴向力;(b)横向力

Fig. 3 Distributions of (a) longitudinal forces and (b) transverse forces with different  $z_1$

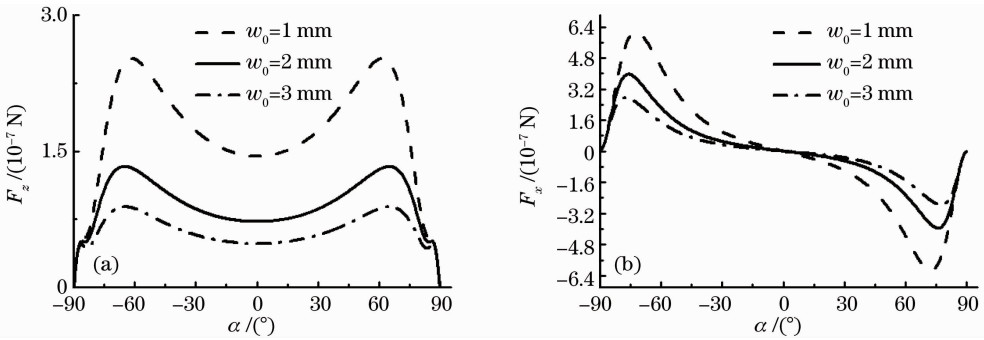


图 4 不同光腰半径下,透明介质平板的受力分布。(a)轴向力;(b)横向力

Fig. 4 Distributions of (a) longitudinal forces and (b) transverse forces with different  $w_0$

在图 4 中,轴向力和横向力随  $w_0$  的改变较为明显, $w_0$  取值越大,轴向力和横向力越小。可以选择适当的  $w_0$  来增大横向力。

光束往往不能很准确地打在透明平板的中心处,那么透明平板受到的光辐射力也会改变。选取  $z_1 = 10 \text{ m}$ ,  $w_0 = 1 \text{ mm}$ ,其他参数不变,当  $d$  分别取  $\frac{1}{4}h$ ,  $\frac{1}{3}h$ ,  $\frac{1}{2}h$ ,  $\frac{2}{3}h$ ,  $\frac{3}{4}h$  时,轴向力和横向力随倾斜角  $\alpha$  的分布如图 5 所示。

由图 5 可以看出,当  $d = \frac{1}{2}h$  时,轴向力和横向力都得到最大值,且均具有对称性,即  $F_z|_{d=\frac{1}{3}h} = F_z|_{d=\frac{2}{3}h}$ ,  $F_z|_{d=\frac{1}{4}h} = F_z|_{d=\frac{3}{4}h}$ ,  $F_x|_{d=\frac{1}{3}h} = F_x|_{d=\frac{2}{3}h}$ ,  $F_x|_{d=\frac{1}{4}h} = F_x|_{d=\frac{3}{4}h}$ 。无论  $d$  取何值,轴向力在倾斜角度大于  $60^\circ$  时,其分布曲线重合;由横向力分布曲线的小图中可以看出,横向力受  $d$  取值的影响不大,当倾斜角度大于两个峰值对应的角度时,三条曲线同样渐趋重合。

大值要大于轴向力的最大值。当倾斜角度  $\alpha$  为负时,平板受到  $+x$  方向的力,如果此时横向力大于平板的重力,那么平板有可能在光束的照射下升起来。

在  $z_1 = 10 \text{ m}$  处,光腰半径  $w_0$  取不同值时,横向力和轴向力随倾斜角  $\alpha$  的分布如图 4 所示。

## 4 结 论

以角谱理论方法推导了透明介质平板在高斯光束照射下的受力表达式,分析了轴向和横向辐射力的分布。研究表明,减小高斯光束光腰半径,使光束照射位置靠近平板的中心,以及拉近平板与高斯光束光腰之间的距离,都能有效地增大透明平板所受到的横向和轴向的光辐射压力。如果选取合适的光束和平板的摆放位置,平板受到的水平辐射力可以增大到足够克服重力,在光束的照射下而升起来。这种方法除了可以更精确地进行数值计算外,还可以通过缔造产生更大水平辐射力的光束的角谱方程,来返回推导并构造这一类型的激光光束,使其照射物体时,物体能够受到更大的光辐射力。这对于太阳帆、阳光动力火箭以及光学升力等领域的进一步研究应用有一定的意义。

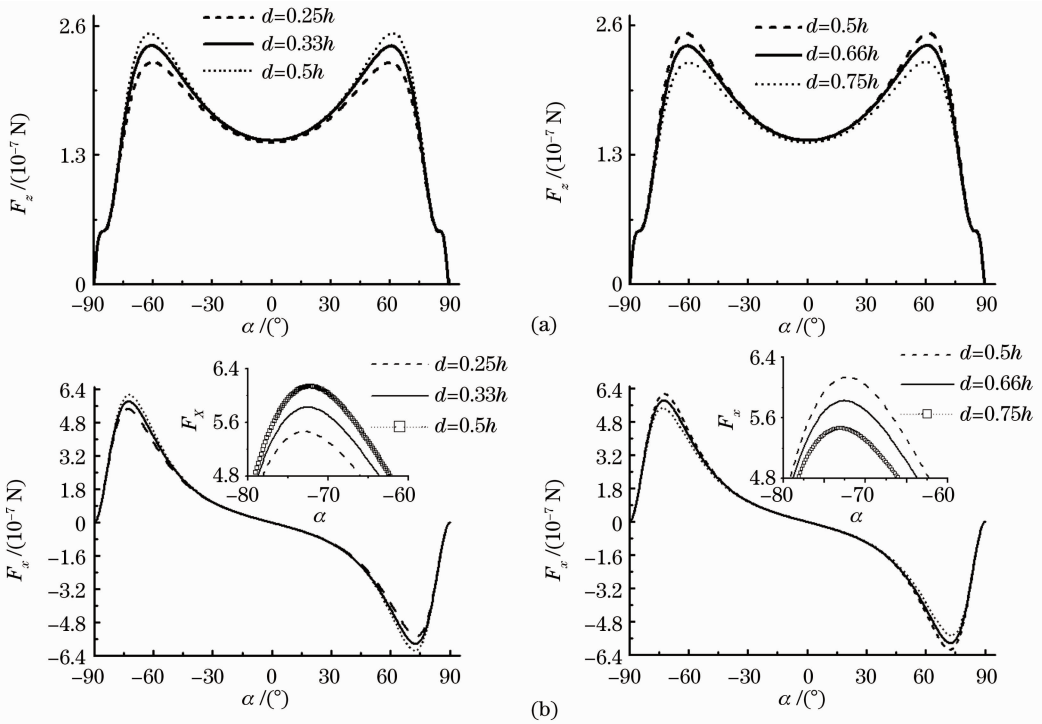


图 5 透明介质平板在不同  $d$  时的受力分布。(a)轴向力;(b)横向力

Fig. 5 Distributions of (a) longitudinal forces and (b) transverse forces with different  $d$

参 考 文 献

1 Zhou Pu, Hou Jing, Liu Zejin *et al.*. Photon propulsion and its feasibility analysis[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, **36**(6): 805~808  
 周 朴, 侯 静, 刘泽金等. 光子推进及其可行性分析[J]. *红外与激光工程*, 2007, **36**(6): 805~808  
 2 Wang Qi, Li Qi, Shang Tieliang. Laser propulsion principle and development[J]. *Laser & Infrared*, 2003, **33**(1): 3~7  
 王 骐, 李 琦, 尚铁梁. 激光推进原理与发展状况[J]. *激光与红外*, 2003, **33**(1): 3~7  
 3 Grover A. Swartzlander, Timothy J. Peterson, Alexandra B. Artusio-Glimpse *et al.*. Stable optical lift[J]. *Nature Photonics*, 2010, **5**: 48~51  
 4 Yang Ding, Nick Gravish, Daniel I. Goldman. Drag induced lift in granular media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, **106**(2): 028001  
 5 Wu Xianyun, Li Kun, Zhang Bin. Analysis of wide bandwidth THG by using angular spectral dispersion[J]. *Laser Journal*, 2007, **28**(1): 41~43  
 吴显云, 李 混, 张 彬. 采用角谱色散补偿法的宽带三倍频方案分析[J]. *激光杂志*, 2007, **28**(1): 41~43  
 6 Xie Jianping, Lu Yonghua, Wang Peizhang *et al.*. Analysis of neap field distribution of solid immersion lens by angular spectrum [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(4): 413~416  
 谢建平, 鲁拥华, 王沛章等. 用角谱方法分析固体浸透透镜的近场光场[J]. *光学学报*, 2002, **22**(4): 413~416

7 Li Junchang. FFT computation of angular spectrum diffraction formula and its application in wavefront reconstruction of digital holography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(5): 1163~1167  
 李俊昌. 角谱衍射公式的快速傅里叶变换计算及在数字全息波面重建中的应用[J]. *光学学报*, 2009, **29**(5): 1163~1167  
 8 Jiang Ji, Fu Qiang, Zhu Xiaoli *et al.*. Design and analyze of amplitude sieves based on angular spectrum[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(9): 1734~1738  
 姜 骥, 付 强, 朱效立等. 基于角谱法的振幅型光子筛的设计和分折[J]. *光子学报*, 2008, **37**(9): 1734~1738  
 9 Jinhua Zhou, Hongliang Ren, Jun Cai *et al.*. Ray-tracing methodology: application of spatial analytic geometry in the ray-optic model of optical tweezers[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(33): 6307~6314  
 10 Ligang Wang, Chengliang Zhao, Liqin Wang *et al.*. Effect of spatial coherence on radiation forces acting on a Rayleigh dielectric sphere[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(11): 1393~1395  
 11 Brandon A. Kemp1, Tomasz M. Grzegorzcyk. The observable pressure of light in dielectric fluids[J]. *Opt. Lett.*, 2011, **36**(4): 493~495  
 12 Zhu Yanying, Ding Xifeng, Gao Qiujuan *et al.*. The calculation and numerical simulation on optical trapping force in lateral way of one-beam laser optical tweezers [J]. *Laser Journal*, 2006, **27**(1): 69~72  
 朱艳英, 丁喜峰, 高秋娟等. 单光束光镊横向光阱力的计算与仿真分折[J]. *激光杂志*, 2006, **27**(1): 69~72

栏目编辑:宋梅梅