

高斯光束垂直入射到不同折射率介质中的传播规律

洪敏芳 沈建琪 张秋长 于 彬

(上海理工大学理学院, 上海 200093)

摘要 近年来,在光散射颗粒测试技术中越来越多地采用了高斯光束作为入射光,高斯光束的传播及其物理参数对测量结果至关重要。傍轴近似条件下通过菲涅耳-基尔霍夫衍射公式推导出高斯光束垂直入射到不同折射率介质中的传播表达式,并通过数值计算进行验证。结果表明,对于非强聚焦高斯光束,当传播方向与界面垂直时,在不同折射率介质中光束的传播仍然满足高斯分布规律,并且其束腰半径参数不变、束腰位置参数取决于相邻介质的折射率比值。

关键词 衍射;高斯光束;标量场;衍射理论

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.0702005

Propagation of Gaussian Beam through Planar Interface

Hong Minfang Shen Jianqi Zhang Qiuchang Yu Bin

(College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract Gaussian beam has been widely employed in optical particle measurements recently, in which the light propagation and the beam's parameters are very important to measurement results. An analytical expression of diffracted field of a Gaussian beam through a planar interface is derived based on Fresnel-Kirchhoff diffraction integral and under paraxial approximation, which is checked with numerical calculation. Result shows that, while a Gaussian beam, which is weakly focused, propagates normally through a planar interface between materials of mismatched refractive indices, parameters of beam waist radius keep unchanged and location of the beam waist depends on the ratio of refractive indices of neighboring materials.

Key words diffraction; Gaussian beam; scalar field; diffraction theory

OCIS codes 050.1940; 260.1960; 070.7345

1 引 言

在光散射颗粒测量技术中,越来越多地采用了单模激光束(TEM_{00}),其光强分布满足高斯分布规律。基于高斯光束的颗粒散射理论在最近 30 年中逐步完善^[1,2],并在激光多普勒测速仪^[3]、激光颗粒捕获^[4]等场合得到应用。此外,在激光自混频颗粒测量技术^[5]、透射率脉动法^[6]、逆向傅里叶变换颗粒衍射仪^[7]等颗粒测量技术中均采用了高斯光束。在这些颗粒测量技术中,高斯光束的诸多物理参数(如束腰大小、束腰位置、光强分布等)对测量结果非常重要。然而,在很多情况下颗粒分散在其他介质(如水)中,高斯光束在到达测量区之前往往要穿过不同

折射率的介质。因此,对高斯光束在不同介质中的传播规律进行研究显得十分必要。

关于高斯光束在不同折射率介质中的传播已有大量研究工作,其中很大一部分研究集中在强聚焦高斯光束束腰附近的光强分布^[8~13],其研究方法涉及标量理论和矢量理论,应用范围涉及光信息储存^[14]、光摄作用^[15,16]等多个领域。然而,关于高斯光束在传播过程中经过不同介质时的传播规律及其物理参数(如束腰大小、束腰位置、光强分布等)的确定则未见报道。本文采用标量衍射理论研究高斯光束与界面垂直情况下的传播规律,在傍轴近似下给出高斯光束在不同介质中的表达式,并通过数值计

收稿日期: 2011-01-18; 收到修改稿日期: 2011-03-09

基金项目: 国家自然科学基金(50876069)资助课题。

作者简介: 洪敏芳(1983—),女,硕士研究生,主要从事光学测量方面的研究。E-mail: many20070909@163.com

导师简介: 沈建琪(1965—),男,博士,教授,主要从事光学测试技术方面的研究。E-mail: shenjq@online.sh.cn

算进行了验证。

2 高斯光束在第二层介质中的传播

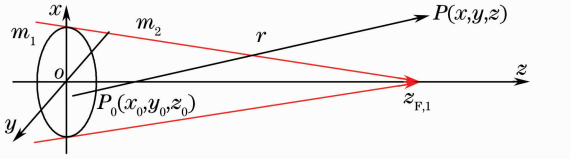


图 1 高斯光束传播示意图

Fig. 1 Schematic of Gaussian beam propagation

如图 1 所示,考虑一束汇聚的高斯光束,主光轴为 z 轴。在 $z < 0$ 一侧介质 1 折射率为 m_1 ,在 $z \geq 0$ 一侧介质 2 折射率为 m_2 。则高斯光束在介质 1 中的波函数表达式为

$$U_0(x, y, z) = \frac{\omega_{0,1}}{\omega_1(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_1^2(z)}\right] \times \exp\left\{j\left\{k_1\left[(z - z_{F,1}) + \frac{x^2 + y^2}{2R_1(z)}\right] - \Phi_1(z)\right\}\right\}, \quad (1)$$

式中

$$\omega_1(z) = \omega_{0,1} \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_{F,1}}{z_{R,1}}\right)^2}, \quad (2)$$

$$R_1(z) = (z - z_{F,1}) \left[1 + \left(\frac{z_{R,1}}{z - z_{F,1}}\right)^2\right], \quad (3)$$

$$z_{R,1} = \frac{k_1 \omega_{0,1}^2}{2} = \frac{\pi \omega_{0,1}^2}{\lambda_1}, \quad (4)$$

$$\Phi_1(z) = \arctan \frac{z - z_{F,1}}{z_{R,1}}, \quad (5)$$

λ_1 为光波在介质 1 中的波长, $k_1 = 2\pi/\lambda_1$ 为对应的波数, $\omega_{0,1}$ 为介质 1 中的束腰半径参数, $z_{F,1}$ 是该光束束腰在 z 轴上的位置参数, $z_{R,1}$ 是高斯光束瑞利区特征长度参数。则在界面左侧 $z \rightarrow 0$ 处某一点 $P_0(x_0, y_0, 0)$ 的标量场可以写成

$$U_0(x_0, y_0, 0) = \frac{\omega_{0,1}}{\omega_1(0)} \exp\left[-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_1^2(0)}\right] \times \exp\left\{j\left\{k_1\left[-z_{F,1} + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2R_1(0)}\right] - \Phi_1(0)\right\}\right\}, \quad (6)$$

式中

$$\Phi_1(0) = -\arctan \frac{z_{F,1}}{z_{R,1}},$$

$$\omega_1(0) = \omega_{0,1} \sqrt{1 + \left(\frac{z_{F,1}}{z_{R,1}}\right)^2},$$

$$R_1(0) = -z_{F,1} \left[1 + \left(\frac{z_{R,1}}{z_{F,1}}\right)^2\right].$$

对于非强聚焦的高斯光束,可忽略界面对透射波的影响,则界面右侧的标量场近似由(6)式表示。以界面右侧的标量场为次级波,根据菲涅耳-基尔霍夫衍射定律考虑介质 2 中的光束传播规律。

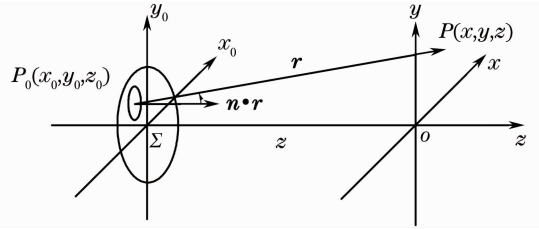


图 2 衍射示意图

Fig. 2 Schematic of beam diffraction

图 2 给出了衍射屏、观测屏之间的几何关系,在傍轴近似下,观测屏上 $P(x, y, z)$ 处的衍射光强度可由菲涅耳-基尔霍夫衍射公式表示为

$$U(P) = \frac{k_2}{j2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_0(P_0) \frac{1}{z} \exp\left\{jk_2\left[z + \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{2z}\right]\right\} dx_0 dy_0, \quad (7)$$

式中 $k_2 = 2\pi/\lambda_2$ 是介质 2 中的波数, λ_2 是介质 2 中的波长。

将(6)式代入(7)式并整理得到

$$U(P) = \frac{k_2}{j2\pi z} \frac{\omega_{0,1}}{\omega_1(0)} \exp[-j\Phi_1(0)] \exp(jk_2 z - jk_1 z_{F,1}) \exp\left(jk_2 \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\left\{\frac{1}{\omega_1^2(0)} - j\left[\frac{k_2}{2z} + \frac{k_1}{2R_1(0)}\right]\right\}x_0^2 - j\frac{k_2 x}{z}x_0\right\} dx_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\left\{\frac{1}{\omega_1^2(0)} - j\left[\frac{k_2}{2z} + \frac{k_1}{2R_1(0)}\right]\right\}y_0^2 - j\frac{k_2 y}{z}y_0\right\} dy_0, \quad (8)$$

整理(8)式得到介质 2 中光束的传播规律表达式

$$U(P) = \frac{\omega_{0,2}}{\omega_2(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_2^2(z)}\right] \exp\left\{j\left\{k_2\left[(z - z_{F,2}) + \frac{x^2 + y^2}{2R_2(z)}\right] - \Phi_2(z)\right\}\right\}, \quad (9)$$

式中

$$\omega_2(z) = \omega_{0,2} \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_{F,2}}{z_{R,2}}\right)^2}, \quad (10)$$

$$R_2(z) = (z - z_{F,2}) \left[1 + \frac{z_{R,2}^2}{(z - z_{F,2})^2} \right], \quad (11)$$

$$z_{R,2} = \frac{k_2 \omega_{0,2}^2}{2} = \frac{\pi \omega_{0,2}^2}{\lambda_2}, \quad (12)$$

$$\Phi_2(z) = \arctan \frac{z - z_{F,2}}{z_{R,2}}, \quad (13)$$

且有

$$\omega_{0,2} = \omega_{0,1} = \omega_0, \quad (14)$$

$$z_{F,2} = \frac{k_2}{k_1} z_{F,1} = \frac{m_2}{m_1} z_{F,1}. \quad (15)$$

将(9)~(13)式与(1)~(5)式进行比较可以发现,介质 1 中的高斯光束垂直经过界面进入介质 2 时依然满足高斯光束的传播规律。所不同的是,(1)式的相位中含有 $\exp[jk_1(z - z_{F,1})]$ 因子,而(9)式中对应的相位因子则变成了 $\exp[jk_2(z - z_{F,2}k_1^2/k_2^2)]$ 。而这并不影响光束的传播和光强分布。事实上,如果将(1)式中的相位因子 $\exp(-jk_1 z_{F,1})$ 略去,改写为

$$U_0(x, y, z) = \frac{\omega_{0,1}}{\omega_1(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_1^2(z)} \right] \times \exp \left\{ j \left[k_1 \left[z + \frac{x^2 + y^2}{2R_1(z)} \right] - \Phi_1(z) \right] \right\}, \quad (16)$$

(9)式相应地变成

$$U(P) = \frac{\omega_{0,2}}{\omega_2(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega_2^2(z)} \right] \times \exp \left\{ j \left[k_2 \left[z + \frac{x^2 + y^2}{2R_2(z)} \right] - \Phi_2(z) \right] \right\}, \quad (17)$$

则它们具有完全一致的形式。此外,从(14),(15)式可以发现,进入介质 2 后的高斯光束的束腰半径参数 $\omega_{0,2}$ 与介质 1 中的束腰半径参数 $\omega_{0,1}$ 相同(用 ω_0 表示),只是束腰位置参数发生了偏移。当高斯光束从光疏媒质进入光密媒质(即 $m_2 > m_1$)时束腰向右移动,反之则左移。束腰位置的移动情况满足简单的比例关系,即 $z_{F,1}/m_1 = z_{F,2}/m_2$ 。需要指出,这里考虑的情况是界面位于 $z_{\text{interface}} = 0$ 处,更加一般的表达式应该为 $(z_{F,1} - z_{\text{interface}})/m_1 = (z_{F,2} - z_{\text{interface}})/m_2$ 。

由(1)~(5)式可以看出,对于一束高斯光束,只要知道束腰半径 $\omega_{0,1}$ 和束腰位置 $z_{F,1}$ 这两个参数以及所在介质的折射率 m_1 ,则高斯光束的其他参数[如 $\omega_1(z)$, $R_1(z)$, $z_{R,1}$ 和 $\Phi_1(z)$ 等]均可得到确定,由此高斯光束在介质 1 中的传播规律完全确定。同理,(9)~(13)式确定了介质 2 中高斯光束的传播规律。而(14),(15)式则揭示了介质 1 中的高斯光束与介质 2 中高斯光束之间的对应关系。因此,通过此对应关系可确定高斯光束垂直穿过介质分界面后

的传播规律。

3 数值计算与结果

以上推导得到的结果可进一步推广到多层不同折射率介质中高斯光束的传播情况。如图 3 所示,一束高斯光束穿过一层折射率为 $m_2 = 1.5$ 的玻璃窗口,两侧为空气($m_1 = m_3 = 1$)。玻璃窗口的厚度为 z_2 。设高斯光束在玻璃窗口左侧距离为 z_1 处为起始点 $z = 0$,相应的束腰位置(不存在玻璃窗口时)在 $z_{F,1}$,束腰半径参数为 $\omega_{0,1}$ 。则根据前面的推导结果可以得到:1) 当光束进入玻璃介质后,其束腰位置参数为 $z_{F,2} = z_1 + (z_{F,1} - z_1) \frac{m_2}{m_1}$,束腰半径参数为 $\omega_{0,2} = \omega_{0,1}$;2) 当光束进入玻璃介质右侧的空气层时,其束腰位置在 $z_{F,3} = z_{F,1} + z_2 \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right)$,束腰半径为 $\omega_{0,3} = \omega_{0,1}$ 。这说明,高斯光束穿过玻璃窗口后,除了束腰位置产生 $\Delta z = z_2 \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right)$ 的偏移外,其传播规律没有发生任何其他变化。

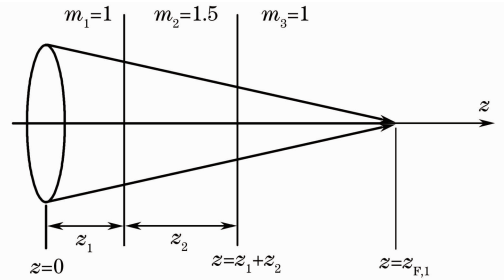


图 3 高斯光束穿过玻璃窗口的示意图

Fig. 3 Schematic of Gaussian beam propagating through a glass window

与图 3 对应,图 4 给出了数值计算示意图。在 Σ 面上任何一点 P_0 处的子波波源用高斯光束表示[见(16)式],该子波波源发出的次波 $U_{\text{subwave}}(P_0P)$ 经过玻璃窗口上的 P_1 和 P_2 到达考察点 P ,并对衍射做贡献。在傍轴近似下,衍射表达式为

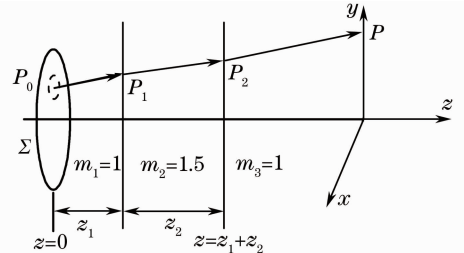


图 4 高斯光束穿过玻璃窗口的衍射计算

Fig. 4 Schematic of numerical calculation for Gaussian beam propagating through a glass window

$$\begin{cases} U(P) = \frac{1}{j\lambda_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_0(P_0) U_{\text{subwave}}(P_0 P) dx_0 dy_0 \\ I(P) = |U(P)|^2 \end{cases} \quad (18)$$

次波 $U_{\text{subwave}}(P_0 P)$ 的计算相对比较复杂。假设玻璃窗口两侧平行并与 z 轴垂直, 则根据几何光学关系可知 P_0, P_1, P_2 和 P 点均位于同一平面内。以该平面做图, 并分别设光束入射角 θ_1, θ_2 和 θ_3 , 见图 5。则存在

$$\begin{cases} m_1 \sin \theta_1 = m_2 \sin \theta_2 = m_3 \sin \theta_3 \\ [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2]^{1/2} = \\ z_1 \tan \theta_1 + z_2 \tan \theta_2 + z_3 \tan \theta_3 \end{cases} \quad (19)$$

式中 $(x_0, y_0, 0)$ 为 P_0 点坐标, (x, y, z) 为 P 点坐标, $z_3 = z - z_1 - z_2$ 。根据(19)式可计算得到各入射角 θ_1, θ_2 和 θ_3 , 并由此可得光束从 P_0 到 P 点的光程 r'

$$r' = \frac{m_1 z_1}{\cos \theta_1} + \frac{m_2 z_2}{\cos \theta_2} + \frac{m_3 z_3}{\cos \theta_3} \quad (20)$$

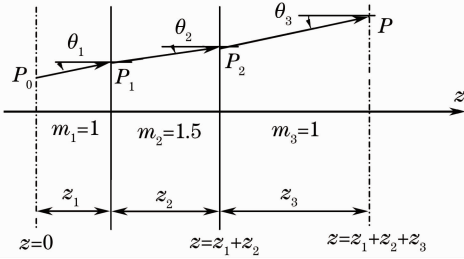


图 5 衍射计算中的光束传播示意图

Fig. 5 Ray propagation in numerical calculation of light diffraction

从 P_0 点发出的次波在立体角 $\sin \theta_0 d\theta_0 d\phi$ 的能量 $dE_0 = i_0 \sin \theta_0 d\theta_0 d\phi$ (其中 i_0 为单位立体角内的光强), 这部分光能量对应玻璃窗口左侧界面的面积元为 $d\sigma_1$, 对应玻璃窗口右侧界面和观察面的面积元分别为 $d\sigma_2$ 和 $d\sigma$ 。假定不考虑界面反射引起的能量损失, 则 P_0 点发出的次波在依次经过多个界面时能量不变, 存在 $dE_0 = I_1 \cos \theta_1 d\sigma_1 = I \cos \theta_3 d\sigma$, 其中 I_1 是玻璃窗口左侧界面附近单位面积内的光强, I 是观察屏附近单位面积内的光强。 I_1 与 i_0 之间满足关系

$$I_1 = \frac{i_0}{(z_1 \sec \theta_1)^2} = \frac{i_0 \cos^2 \theta_1}{z_1^2} \quad (21)$$

则存在

$$I = I_1 \frac{\cos \theta_1 d\sigma_1}{\cos \theta_3 d\sigma} = \frac{i_0 \cos^3 \theta_1}{z_1^2 \cos \theta_3} \cdot \frac{d\sigma_1}{d\sigma} \quad (22)$$

根据几何关系可得

$$d\sigma_1 = z_1^2 \sin \theta_1 \sec^3 \theta_1 d\theta_1 d\phi, \quad (23)$$

$$d\sigma = \sum_{i=1}^3 z_i \tan \theta_i \sum_{i=1}^3 z_i \sec^2 \theta_i d\theta_i d\phi, \quad (24)$$

$$m_1 \cos \theta_1 d\theta_1 = m_2 \cos \theta_2 d\theta_2 = m_3 \cos \theta_3 d\theta_3, \quad (25)$$

代入(22)式可得

$$I = \frac{i_0 \tan \theta_1}{m_1 \cos \theta_3} \left(\sum_{i=1}^3 z_i \tan \theta_i \sum_{i=1}^3 \frac{z_i \sec^3 \theta_i}{m_i} \right)^{-1}, \quad (26)$$

则次波的表达式为

$$U_{\text{subwave}} = \sqrt{I} \exp(jk_0 r'), \quad (27)$$

式中 k_0 取真空中的波矢常数, 在数值计算中 i_0 取 1。

图 6 给出了衍射光强 $I(P)$ 沿 z 轴分布的计算结果[即 P 点坐标为 $(0, 0, z)$], 其中参数取 $m_1 = 1, m_2 = 1.5, m_3 = 1, z_1 = 10 \text{ mm}, \omega_{0,1} = 25 \mu\text{m}, \lambda_0 = 0.6328 \mu\text{m}$ 和 $z_{F,1} = 150 \text{ mm}$, 玻璃窗口厚度分别取(a) $z_2 = 10 \text{ mm}$, (b) $z_2 = 20 \text{ mm}$, (c) $z_2 = 30 \text{ mm}$ 和(d) $z_2 = 40 \text{ mm}$ 。4 种情况下, 衍射光强 $I(P)$ 沿 z 轴的分布均满足洛伦兹线型 $I(P) = \frac{\omega_{0,3}^2}{\omega_3^2(z)} = \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{\pi \omega_{0,3}^2 m_3} \right)^2 (z - z_{F,3})^2 \right]^{-1}$, 且依次向右偏移。其峰值位置分别出现在(a) $z_{F,3} = 153.33 \text{ mm}$, (b) $z_{F,3} = 156.67 \text{ mm}$, (c) $z_{F,3} = 160.00 \text{ mm}$ 和(d) $z_{F,3} = 163.33 \text{ mm}$, 与 $z_{F,1} = 150 \text{ mm}$ 的偏移量分别为(a) $\Delta z = 3.33 \text{ mm}$, (b) $\Delta z = 6.67 \text{ mm}$, (c) $\Delta z = 10.00 \text{ mm}$ 和(d) $\Delta z = 13.33 \text{ mm}$ 。根据分析, 高斯光束穿过玻璃窗口后束腰位置产生的偏移为 $\Delta z = z_2 \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right)$, 4 种情况下的偏移量与数值计算结果完全吻合。

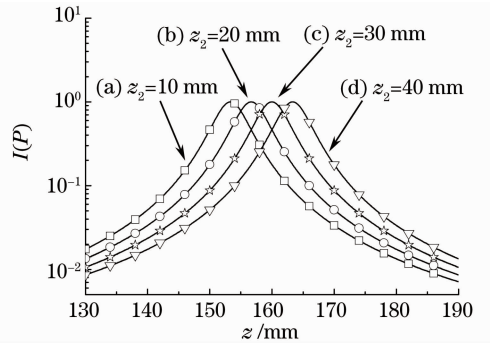


图 6 衍射光强沿 z 轴的计算结果

Fig. 6 Results on light profiles along z axis

图 7 是关于衍射光强 $I(P)$ 横向截面分布的计算结果, 横坐标为 $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, 其中参数选取与图 6 中的(b)一致。所计算的观察点分别为(a) $z = 150 \text{ mm}$ (对应入射高斯光束的束腰位置参数) 和(b) $z = 156.67 \text{ mm}$ (对应束腰偏移后的高斯光束束腰位置参数)。同时, 图中给出了高斯光束横向截面分布的理论曲线, 其表达式为(其中 $\omega_{0,3}$ 取值与 $\omega_{0,1}$ 一致, $z_{F,3}$ 取 156.67 mm)

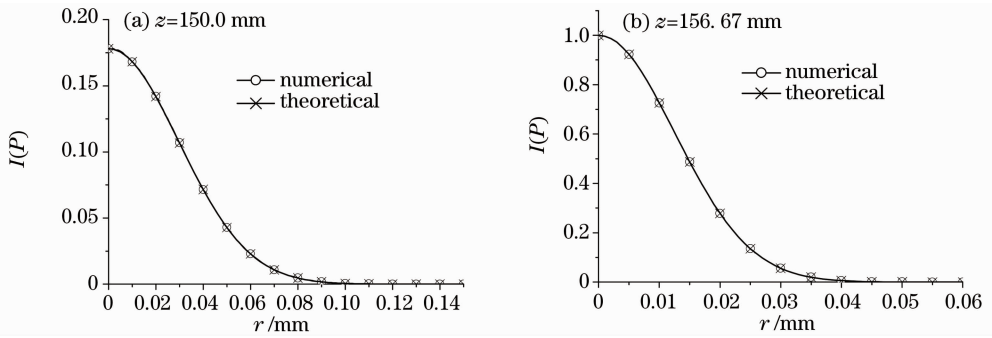


图7 衍射光强横向分布[与图6中情况(b)对应]

Fig. 7 Results on light profiles along radial axis, corresponding to case (b) of fig. 6

$$I_P(r, z) = \frac{\omega_{0,3}^2}{\omega_3^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_3^2(z)}\right], \quad (28)$$

$$\omega_3(z) = \omega_{0,3} \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda_0}{\pi \omega_{0,3}^2 m_3} (z - z_{F,3})\right]^2}. \quad (29)$$

从图7可以看出,通过衍射方法计算得到的结果与理论推导结果吻合。这说明高斯光束经过折射后进入不同折射率介质后依然是高斯光束。

4 结 论

在傍轴近似下,通过菲涅耳-基尔霍夫衍射公式推导了非强聚焦高斯光束垂直穿过介质分界面后的传播规律。结果表明,高斯光束在经过界面后依然保持高斯光束传播特征;高斯光束在各介质中的束腰半径参数 ω_0 不变;从第一介质进入第二介质后,高斯光束的束腰位置参数会产生偏移且满足一个简单的比例关系 $(z_{F,2} - z_{\text{interface}})/m_2 = (z_{F,1} - z_{\text{interface}})/m_1$ 。数值计算给出了与理论推导相吻合的结果。

需要指出,本文的理论推导建立在傍轴近似条件下,因此所得结果只适用于束腰半径参数不是很小的非强聚焦的高斯光束。数值计算表明,当高斯光束束腰半径参数较小(譬如 $\omega_0 < 20 \mu\text{m}$)时,数值计算与理论模型之间存在一定程度的偏差,且这种偏差随着束腰半径参数 ω_0 的进一步减小而越趋明显。数值计算与理论模型之间存在的偏差,源于理论推导中采用的傍轴近似处理与数值计算中有所不同,因此,对于强聚焦高斯光束,它们的差异更明显。

参 考 文 献

- 1 G. Gouesbet. Generalized Lorenz-Mie theories, the third decade: A perspective [J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2009, **110**(14-16): 1223~1238
- 2 J. A. Lock, G. Gouesbet. Generalized Lorenz-Mie theory and applications [J]. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2009, **110**(11): 800~807

- 3 H. Albrecht, M. Borys, N. Damaschke *et al.*. Laser-Doppler and Phase-Doppler Measurement Techniques [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2002
- 4 H. Furukawa, I. Yamaguchi. Optical trapping of metallic particles by a fixed Gaussian beam[J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(3): 216~218
- 5 H. Wang, J. Shen, B. Wang *et al.*. Laser diode feedback interferometry on flowing Brownian motion system: a novel theory[J]. *Appl. Phys. B*, 2010, **99**(4): 173~183
- 6 J. Shen, U. Riebel. Particle size analysis by transmission fluctuation spectrometry: experimental results obtained with a Gaussian beam and analog signal processing [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 2003, **20**: 250~258
- 7 R. Xu. Particle Characterization: Light Scattering Methods[M]. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002
- 8 C. S. Williams. Gaussian beam formulas from diffraction theory [J]. *Appl. Opt.*, 1973, **12**(4): 872~876
- 9 J. J. Stammes, D. Jiang. Focusing of two-dimensional electromagnetic waves through a plane interface[J]. *Pure Appl. Opt.*, 1998, **7**(3): 603~625
- 10 H. Ling, S. Lee. Focusing of electromagnetic waves through a dielectric interface[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1984, **1**: 965~973
- 11 L. D. Dickson. Characteristics of a propagating Gaussian beam [J]. *Appl. Opt.*, 1970, **9**(8): 1854~1861
- 12 T. G. Jabbour, S. M. Kuebler. Vectorial beam shaping [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(10): 7203~7213
- 13 Zhou Guoquan. Propagation properties of a Lorentz-Gauss beam [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(9): 2326~2331
- 周国泉. 洛伦兹-高斯光束的传输特性[J]. *中国激光*, 2009, **36**(9): 2326~2331
- 14 Shen Zhaolong, Jiang Bing, Cai Jianwen *et al.*. Synchronizing focus error detection of dual-pickup in multi-layer data storage system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 685~689
- 沈兆龙, 江 兵, 蔡建文 等. 双光头多层数据存储系统同步聚焦误差检测[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 685~689
- 15 Yan Bing, Han Xiang'e. Radiation trapping forces acting on eccentric sphere in Gaussian beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(6): 1691~1696
- 颜 兵, 韩香娥. 高斯光束对离心球的辐射俘获力[J]. *光学学报*, 2009, **29**(6): 1691~1696
- 16 Jiang Yunfeng, Lu Xuanhui, Zhao Chengliang. Radiation force of highly focused cosine-Gaussian beam on a particle in the Rayleigh scattering regime [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(6): 3959~3964
- 蒋云峰, 陆璇辉, 赵承良. 高度聚焦的余弦高斯光束对瑞利粒子的辐射力分析[J]. *物理学报*, 2010, **59**(6): 3959~3964