光纤水听器时分复用系统通过 3×3 耦合器信号 解调的一种新算法

张华勇 王利威 施清平 田长栋 张 敏 廖延彪

(清华大学电子工程系光纤传感研究中心,北京 100084)

摘要 提出了在光纤水听器时分复用系统中采用 3×3 耦合器解调信号的一种新算法。在该方案中,光纤水听器 仍为 2×2 耦合器结构, 3×3 耦合器作为匹配干涉仪,利用其三路输出的线性组合和数字反正切技术实现信号解 调,解调中使用的参数通过奇异值分解和椭圆拟合得到。该方案不需要载波调制,可实现光纤水听器近似等臂干 涉,有利于抑制系统相位噪声。算法的运算量小且适用于一般的非对称 3×3 耦合器,解调的动态范围很大。最终 利用该方案实现了两路光纤水听器时分复用的实验系统,在 1 kHz 时,系统的噪声本底为 31 μ rad/ \sqrt{Hz} ,动态范围 超过 125 dB,串扰小于 64 dB。

关键词 光纤光学;光纤水听器;信号解调;参数估计;3×3 耦合器;时分复用;匹配干涉仪 **中图分类号** TP212.14 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.0505011

A New Demodulation Method for Time Division Multiplexing System of Fiber-Optic Hydrophone Using a 3×3 Coupler

Zhang Huayong Wang Liwei Shi Qingping Tian Changdong Zhang Min Liao Yanbiao (Optical Fiber Sensor Laboratory, Department of Electronic Engineering, Tsinghua University,

Beijing, 100084 China)

Abstract A new demodulation method is proposed for time division multiplexing system of fiber-optic hydrophone using a 3×3 coupler. In such a scheme, the fiber-optic hydrophone is made by a 2×2 coupler and 3×3 coupler is used as path-matched differential interferometer. The signal is demodulated by linear combination of the three outputs and digital inverse arctangent approach. Parameters used in demodulation are estimated by singular-value decomposition and ellipse fitting. There is no carrier in this demodulation scheme. In addition, fiber-optic hydrophone can form a nearly zero path difference interferometer which is good for reducing system phase noise. The demodulation method is very simple and feasible for a general asymmetric 3×3 coupler. Correspondingly, it is easy to get a large dynamic range for the demodulated signal. A time division multiplexing experiment system with two sensors is set up. At 1 kHz noise floor, dynamic range, and cross talk are less than $31 \ \mu rad/\sqrt{Hz}$, more than 125 dB, less than 64 dB, respectively.

Key words fiber optics; fiber-optic hydrophone; signal demodulation; estimation of parameters; 3×3 coupler; time division multiplexing; path-matched differential interferometer **OCIS codes** 060.2370; 120.3180; 120.5050

1 引 言

光纤水听器具有灵敏度高、动态范围大、易于组 阵、能适应恶劣环境等优点,在海洋环境监测、国土

收稿日期: 2011-01-30; 收到修改稿日期: 2011-03-11

基金项目:国家 863 计划(2006AA0AA102-03)资助课题。

作者简介:张华勇(1981—),男,博士研究生,主要从事光纤传感信号处理技术与复用技术方面的研究。

防卫^[1,2]和资源勘探等领域有着广泛的应用。如何 从干涉信号中快速、准确地解调出待测信号,是光纤 水听器研究的重要课题之一。基于 3×3 耦合器的

E-mail: zhanghuayongthu@gmail.com

解调方案最早由 Sheem 等[3]提出,利用不同路输出 具有固定相位差的特点,解决了干涉信号的信号衰 落问题。这种方案不需要载波调制,理论上可实现 等臂干涉,与数字信号处理技术相结合还可以发挥 运算量小、动态范围大等优点。迄今为止,基于3× 3 耦合器的解调方案主要以实验室研究为主, 目基 本结构多为单传感器结构。而光纤水听器的大部分 应用都对阵列规模有一定的要求,如果水听器采用 3×3 耦合器制作,则每个基元都要处理两路或三路 信号,系统的复杂度增加,不利于大规模工程化。实 用化的 3×3 耦合器的解调方案可以与光纤光栅传 感器^[4]或光纤激光传感器^[5]相结合进行波分复用。 另外,Huang 等^[6]提出了采用 3×3 耦合器作为匹 配干涉仪的光纤干涉仪时分复用(TDM)技术,传感 器仍采用 2×2 耦合器制作,只是匹配干涉仪采用 3×3耦合器,将这种时分复用技术应用于光纤水听 器阵列,可保留干涉型光纤水听器高灵敏度的优 点^[7],同时能够发挥基于 3×3 耦合器解调方案的优 势,且易于与波分、频分等复用技术相结合。

本文对采用 3×3 耦合器作为匹配干涉仪的光

纤水听器时分复用技术进行了研究。提出了一种运 算量非常小且对一般的非对称 3×3 耦合器均有效 的算法,即通过 3×3 耦合器三路输出信号的线性组 合和数字反正切技术实现信号解调,采用奇异值分 解和带椭圆约束的线性最小二乘拟合的方法估计解 调中所用参数。最终搭建了采用 3×3 耦合器作为 匹配干涉仪的两路时分复用实验系统,并测量了系 统的噪声本底、动态范围和串扰。

2 理论分析

2.1 系统结构与解调算法原理

图 1 为采用 3×3 耦合器作为匹配干涉仪的两路时分复用系统。sensor 1, sensor 2 是由 2×2 耦合器和两个法拉第旋镜(FRM)组成的不平衡迈克耳孙干涉仪,法拉第旋镜通过补偿往返光路中的双折射效应以解决干涉信号的偏振衰落问题,参考臂和传感臂的臂长差为 Δl 。匹配干涉仪的基本结构和臂长差均与传感器一致。干涉仪中的压电陶瓷(PZT)用于产生相位信号。延时光纤的长度是传感器臂长差的 2 倍。





Fig. 1 Bisensor TDM system with a 3×3 coupler as path-matched differential interferometer

由光纤激光器发出的光经声光调制器(AOM) 后变为脉冲光,脉宽比探头臂长差对应的往返时间 小一些。光脉冲经过掺铒光纤放大器(EDFA)、2× 2 耦合器和延时光纤进入每个传感器,返回 2 个互 不重叠的脉冲光,经补偿干涉仪后变成 4 个脉冲,中 间 2 个脉冲重叠发生干涉,这样一个传感器返回的 脉冲在时域上看是 3 个。而第一个传感器的最后一 个脉冲与第二个传感器的第一个脉冲也发生重叠干 涉,因此每个光探测器一个周期接收到 5 个光脉冲, 第 2、4 个脉冲分别含有传感器 1,2 上的待测信号, 为有效脉冲。驱动 AOM 的脉冲由脉冲发生器产 生,经过延时后控制 AD 完成有效脉冲的采集。

考虑一般的 3×3 耦合器,同步采集得到的有效 干涉脉冲对应 3×3 耦合器三路输出电压信号表达 式为^[8]

$$\begin{cases} V_{1} = D_{1} + A_{1} \cos[\varphi_{s}(t) + \varphi_{0}] \\ V_{2} = D_{2} + A_{2} \cos[\varphi_{s}(t) + \varphi_{0} + \Delta\varphi_{1}], \quad (1) \\ V_{3} = D_{3} + A_{3} \cos[\varphi_{s}(t) + \varphi_{0} + \Delta\varphi_{2}] \end{cases}$$

式中 D_i , A_i (i = 1, 2, 3)为与干涉仪输入光强、耦合器分光比和光路损耗有关的参数, $q_s(t)$ 为待测信

号, φ_0 为初始相位, $\Delta \varphi_{1,2}$ 是固定相位差。令 $\varphi(t) = \varphi_s(t) + \varphi_0$,则由(1)式可得到的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{bmatrix} \cos \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{M}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & D_1 \\ A_2 \cos \Delta \varphi_1 & -A_2 \sin \Delta \varphi_1 & D_2 \\ A_3 \cos \Delta \varphi_2 & -A_3 \sin \Delta \varphi_2 & D_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

(2)式表明对于一般的 3×3 耦合器,通过三路输出的线性组合即可构造具有 90°相位差的两路信号

sin $\varphi(t)$ 和 cos $\varphi(t)$, 记 $\mathbf{M}^{-1} = k \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \\ h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}$, 其中

k为任意非零常数,则有

$$\tan \varphi(t) = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{q_1 V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3}, \qquad (3)$$

(3)式与数字反正切技术相结合即可实现信号解调^[9]。

通过矩阵求逆并考虑非零常数 k,可以得到由 耦合器的分光比和相位差表示的参数 p_i,q_i(i = 1, 2,3)分别为

$$p_{1} = \frac{D_{2}}{D_{1}} \frac{A_{3}}{A_{1}} \cos \Delta \varphi_{2} - \frac{D_{3}}{D_{1}} \frac{A_{2}}{A_{1}} \cos \Delta \varphi_{1},$$

$$p_{2} = \frac{D_{3}}{D_{1}} - \frac{A_{3}}{A_{1}} \cos \Delta \varphi_{2}, \quad p_{3} = \frac{A_{2}}{A_{1}} \cos \Delta \varphi_{1} - \frac{D_{2}}{D_{1}},$$

$$q_{1} = \frac{D_{2}}{D_{1}} \frac{A_{3}}{A_{1}} \sin \Delta \varphi_{2} - \frac{D_{3}}{D_{1}} \frac{A_{2}}{A_{1}} \sin \Delta \varphi_{1},$$

$$q_{2} = -\frac{A_{3}}{A_{1}} \sin \Delta \varphi_{2}, q_{3} = \frac{A_{2}}{A_{1}} \sin \Delta \varphi_{1}.$$
(4)

由(3),(4)式可知,当 D_i/D_1 , A_i/A_1 (i = 2,3) 和 $\Delta \varphi_{1,2}$ 为定值时,参数 p_i , q_i 不随光强变化。解调结 果中含有一个未知的初相位,但这并不影响动态信 号的检测。(2)式与数字反正切技术相结合可以用 非常小的计算量实现信号解调,而当光强变化导致 V_1 , V_2 , V_3 同时按照一定的倍数变化时,信号解调并 不失真。

2.2 参数估计方法

信号解调的一个关键部分就是要对计算正切值 所用的参数进行准确的估计。当信号 *φ*(*t*)的幅度 超过 π 时,3×3 耦合器的任意两路信号的利萨如图 将形成一个椭圆。以前两路信号为例,对应的椭圆 的一般方程为

 $aV_1^2 + bV_1V_2 + cV_2^2 + dV_1 + eV_2 + f = 0.$ (5) 对于(5)式所示的二次曲线,当且仅当 $b^2 - 4ac < 0$ 时为椭圆。不失一般性,可将约束条件定为 $4ac - b^2 = 1$ 。从而参数a - f的估计可转化为矩阵的 广义特征向量的求解^[10],并且解是存在且唯一的。 估计出参数a - f,可计算出参数 $D_1, D_2, \Delta \varphi_1, A_1, A_2$ ^[11]

$$D_{1} = \frac{2cd - be}{b^{2} - 4ac}, D_{2} = \frac{2ae - bd}{b^{2} - 4ac},$$

$$\Delta \varphi_{1} = \arccos \left[-\frac{\operatorname{sign}(f) \cdot b}{2\sqrt{ac}} \right],$$

$$A_{1} = \sqrt{\frac{4c}{b^{2} - 4ac}} \left(f + \frac{cd^{2} + ae^{2} - bde}{b^{2} - 4ac} \right),$$

$$A_{2} = \sqrt{\frac{4a}{b^{2} - 4ac}} \left(f + \frac{cd^{2} + ae^{2} - bde}{b^{2} - 4ac} \right). \quad (6)$$

对于采用三路信号解调时的参数估计,简单的 方法可以采用两组椭圆参数估计得到,但是同一路 信号的参数在与其他两路分别进行椭圆参数估计时 得到的估计值是不一样的。鉴于此,给出一种直接 估计出三路信号所有参数的方法。

当输入信号幅度超过 π 时,三路干涉信号将在 三维空间中形成一条椭圆曲线,图 2 即为实际的系 统采集得到的 3×3 耦合器三路输出形成的空间椭 圆曲线。





本文的参数估计方法借鉴了 Ittichote^[12] 提出 的多维空间传感器校准的椭圆拟合算法,其基本思 想是将多维空间中的椭圆曲线变换到二维空间,然 后再利用椭圆参数估计得到二维空间的椭圆参数, 最后通过逆变换得到所有的参数。

若采样得到的 m 组数据为{ $x_i = [V_{1i}V_{2i}V_{3i}]^T$, $i = 1, 2, \dots, m$ },通过数据中心化可得到矩阵

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} (x_1 - \overline{x}) & (x_2 - \overline{x}) & \cdots & (x_m - \overline{x}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
$$\overline{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i, \qquad (7)$$

矩阵 X 通过奇异值分解可得到

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}, \qquad (8)$$

式中 *S* 为对角矩阵,*U*,*W* 为酉矩阵。*SW*^T 即为变换 得到的二维空间的椭圆曲线,对该曲线进行椭圆参 数估计,得到参数a-f,可计算出椭圆对应的中心 (z_1,z_2) ,长短轴 (k_1,k_2) 和倾角 θ 分别为^[13]

$$z_{1} = \frac{2cd - be}{b^{2} - 4ac}, \quad z_{2} = \frac{2ae - bd}{b^{2} - 4ac}, \quad \theta = \frac{1}{2}\arctan\frac{b}{a - c},$$

$$k_{1,2} = \sqrt{\frac{2f(b^{2} - 4ac) - bde + ae^{2} + cd^{2}}{(b^{2} - 4ac)^{2}}} \left[a + c \pm \sqrt{(a - c)^{2} + b^{2}}\right].$$
(9)

记 $V = [V_1, V_2, V_3]^T$,通过(7)~(9)式,可得到 将三维空间的椭圆映射到二维空间对应的变换为

$$\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{\theta}_{1\times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\lfloor\varphi(t) + \boldsymbol{\psi}\rfloor \\ \sin[\varphi(t) + \boldsymbol{\psi}] \end{bmatrix} + \boldsymbol{z},$$
$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{z} = [\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, 0]^{\mathrm{T}},$$
(10)

式中椭圆通过长短轴、中心、倾角对单位圆变换得 到。*ψ*是由于圆的对称性导致变换前后存在的一个 相位差。而由(10)式可知

$$V = \begin{bmatrix} T, \overline{x} + Uz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos[\varphi(t) + \psi] \\ \cos[\varphi(t) + \psi] \\ 1 \end{bmatrix},$$
$$T = U \begin{bmatrix} R \\ \theta_{1 \times 2} \end{bmatrix} = (t_{ij})_{3 \times 2}.$$
(11)

通过对比(2)和(11)式,并考虑 $\varphi(t)$ 和 ψ 的任 意性可得到

$$\begin{bmatrix} D_{1}, D_{2}, D_{3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \overline{x} + Uz,$$

$$A_{i} = \sqrt{t_{i1}^{2} + t_{i2}^{2}}, \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\Delta \varphi_{1} = \arctan\left(\frac{t_{12}}{t_{11}}\right) - \arctan\left(\frac{t_{22}}{t_{21}}\right),$$

$$\Delta \varphi_{2} = \arctan\left(\frac{t_{12}}{t_{11}}\right) - \arctan\left(\frac{t_{32}}{t_{31}}\right).$$

$$(12)$$

$$\Phi_{2} = \operatorname{arctan}\left(\frac{t_{12}}{t_{11}}\right) - \operatorname{arctan}\left(\frac{t_{32}}{t_{31}}\right).$$

$$(12)$$

$$\Phi_{3} = \operatorname{arctan}\left(\frac{t_{12}}{t_{11}}\right) - \operatorname{arctan}\left(\frac{t_{32}}{t_{31}}\right).$$

$$(12)$$

$$\Phi_{4} = \operatorname{arctan}\left(\frac{t_{12}}{t_{11}}\right) - \operatorname{arctan}\left(\frac{t_{1$$

至此,即可同时得到参数 D_i , A_i (i = 1,2,3) 和 $\Delta \varphi_{1,2}$ 的全部估计。再通过(4) 式进行计算即可得到 解调所用的参数 p_i , q_i (i = 1,2,3)。

3 实验研究

实验系统原理图如图 3 所示,所用的激光器为 RIO 公司 15 mW 的光纤激光器模块,AOM 为 Optoelectronic 公司的 MT110-IIR10-FIO,EDFA 为 Amonics 公司的 AEDFA-30 系列。和图 1 稍有 不同,实验中采用单探测器实现了 3×3 耦合器多路 输出信号的采集,所用探测器的型号为 Thorlabs 公 司的 DET01CFC/M。传感器的参考臂和传感臂长 度分别为 0.3 m 和 10.9 m,延时光纤长度为臂长差 的 2 倍。

长延时光纤 ΔL_1 , ΔL_2 用来产生足够的延时以将 3×3 耦合器三路输出经过 1×3 耦合器到达探测器 的光脉冲分开。实验中 ΔL_1 , ΔL_2 的长度为240 m和 470 m。AOM 驱动脉冲重复频率为 200 kHz, 由 FPGA 控制生成,脉冲宽度 80 ns。采集所用 AD 为 16 bit 的 AD9446 芯片,采样率 100 MS/s。每个脉冲 有 4~5 个有效采集点,取中间 4 个平均作为一个有 效采集点。每组脉冲对应的采集速率与脉冲重复频 率一致,即为 200 kS/s。采集后的数据通过 CPCI 总 delay fiber 24/



图 3 用 3×3 耦合器作为匹配干涉仪的两路时分复用实验系统

Fig. 3 Bisensor TDM experimental system with a 3×3 coupler as path-matched differential interferometer

线上传给计算机,通过 Labview 程序进行解调、显示 和控制。图4即为一个周期的脉冲分布图,三组脉冲 对应3×3耦合器的三路输出。

实验中将两个传感器传感臂的 PZT 加上 1 kHz的正弦信号。图 5 为解时分后传感器 2 对应 的三路信号,图 6 为形成的利萨如图。

对两个传感器对应的参数进行估计,得到相位 差分别为-117.5°,119.1°和-117.4°,119.2°,具有 很好的一致性。解调信号及对应的功率谱密度 (PSD)如图7所示。









图 6 传感器 2 的三路信号形成的利萨如图



3×3 耦合器解调算法的动态范围非常大,且信 号发生器加在 PZT 上的幅度有限,因此选择10 kHz 处进行系统上限测量。将传感器 2 上的 PZT 的频率 加到 10 kHz,并对信号进行解调,当信号的幅度为 8 rad时,解调结果并没有明显失真,如图 8 所示。对 传感器 1 解调,结果一致。说明系统上限在 10 kHz 不小于 8 rad,转化成功率约为 15 dB•rad²。

在传感器 2 加 10 kHz,8 rad 信号的同时,传感器 1 不加信号进行解调,结果如图 9 所示。在 10 kHz处解调出了信号,即为串扰产生。通过幅度 相对值计算串扰大小为 64.0 dB。用同样的方法测

量传感器 2 对传感器 1 的串扰大小为 66.6 dB,如 图 10所示。

由图 9,10 可测量出系统在 1 kHz 附近的噪声 本底分别为-90.3 和-95.6 dB·rad²/Hz,或 31 μ rad/ \sqrt{Hz} 和 17 μ rad/ \sqrt{Hz} 。当下限带宽取 1 Hz 时,可计算系统的动态范围在 10 kHz 时分别超 过 105,110 dB。如果是 1 kHz,动态范围可达 125 dB和 130 dB,可见基于 3×3 耦合器解调算法 的动态范围非常大,容易实现对几十千赫兹甚至是 上百千赫兹的信号的解调。



图 9 传感器 2 对传感器 1 的串扰 Fig. 9 Cross talk of sensor 2 to sensor 1

4 结 论

对采用 3×3 耦合器作为匹配干涉仪的时分复 用方案进行了研究。提出了用 3×3 耦合器的三路 输出的线性组合结合数字反正切技术进行信号解调 的方案,运算量很小,且对 3×3 耦合器的对称性无 要求。这种方案的实现不需要载波调制,可近似实 现光纤水听器的等臂干涉,有利于降低系统相位噪 声。最终实现了两路时分复用实验系统,并对系统



图 10 传感器 1 对传感器 2 的串扰

Fig. 10 Cross talk of sensor 1 to sensor 2

的噪声本底、动态范围和串扰进行了测试。该研究 对采用 3×3 耦合器作为匹配干涉仪的大规模光纤 水听器阵列的实用化提供了算法依据,具有重要的 参考价值。

参考文献

- 1 Wang Zefeng, Hu Yongming, Meng Zhou *et al.*. Experimental investigations on anti-aliasing properties of acoustic low-pass filtering fiber-optic hydrophones based on phase generate carrier demodulation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(8): 2064~2069 王泽锋, 胡永明, 孟 洲等. 基于相位载波解调的声低通滤波光 纤水听器抗混叠性能实验研究[J]. 中国激光, 2009, **36**(8): 2064~2069
- 2 Wang Keyan, Meng Zhou. Effects of distributed fiber Raman amplifier on noise characteristics in long-distance fiber optic hydrophone[J]. Chinese J. Lasers, 2010, 37(8): 1990~1995 王科研, 孟 洲. 分布式光纤拉曼放大对远程光纤水听器系统噪 声特性的影响[J]. 中国激光, 2010, 37(8): 1990~1995
- 3 S. K. Sheem, T. G. Giallorenzi, K. Koo. Optical techniques to solve the signal fading problem in fiber interferometers[J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(4): 689~693
- 4 M. D. Todd, M. Seaver, F. Bucholtz. Improved, operationallypassive interferometric demodulation method using 3×3 coupler [J]. Electron. Lett., 1997, 38(15): 784~786
- 5 Yi Jiang. Wavelength division multiplexing addressed fourelement fiber optical laser hydrophone array [J]. Appl. Opt., 2007, 46(15): 2939~2948

- 6 S. C. Huang, W. W. Lin, M. H. Chen. Cross-talk analysis of time-division multiplexing of polarization-insensitive fiber-optic Michelson interferometric sensors with a 3×3 directional coupler [J]. Appl. Opt., 1997, 36(4): 921~933
- 7 Zhou Wei, Zhou Hongpu, Zhang Min *et al.*. Acoustic sensitivity of interferometric fiber-optic mandrel hydrophone [J]. 2010, 47(7): 070601

周 炜,周宏朴,张 敏等.芯轴干涉型光纤水听器的声压灵敏度研究[J].激光与光电子学进展,2010,47(7):070601

- 8 S. T. Shih, M. H. Chen, W. W. Lin. Analysis of fibre optic Michelson interferometric sensor distortion caused by the imperfect properties of its 3 × 3 coupler [J]. *IEE Proc. -Optoelectron.*, 2008, **144** (6): 377~382
- 9 I. J. Bush, D. R. Sherman. High performance interferometric demodulation techniques[C]. SPIE, 1992, 1795: 412~420
- 10 A. Fitrgibban, M. Pilu., R. B. Fisher. Direct least square fitting of ellipses[J]. *IEEE Trans. Pollem Analysis and Machine Inrelligence*, 1999, 21(5): 476~480
- 11 C. T. Farrell, M. A. Player. Phase step measurement and variable step algorithms in phase-shifting interferometry [J]. *Meas. Sci. Technol.*, 1992, 3(10): 953~958
- 12 Chuckpaiwong Ittichote. Ellipse fitting method in multidimensional space for on-site sensor calibration [C]. 2004 IEEE Region 10 Conference, 2004, 1: 685~688
- R. S. Rad, K. C. Smith, B. Benhabib. Accurate estimation of elliptical shape parameters from agrey-level image[C]. Pattern Recognition, Proceedings, 10th International Conference, 1990, 2: 20~26