

# 激光扫描转镜扫描轨迹的分析计算

纪荣祎 赵长明 陈 国

(北京理工大学光电学院, 北京 100081)

**摘要** 扫描转镜是激光扫描探测系统的重要组成部分。从几何光学原理出发,以旋转六面转镜扫描为例,推导出扫描轨迹的表达式,分析了入射光线位置与扫描轨迹的关系,并给出了扫描角度与扫描轨迹的关系曲线。系统本身的结构特点是产生扫描非线性和非对称性的根源。为了减小扫描轨迹的非线性,提出了一种使用曲面反射镜的扫描系统,并对其扫描轨迹进行了求解和计算。由计算结果可知,该系统能有效克服平面转镜扫描系统的非线性特性。

**关键词** 成像系统;激光扫描;扫描轨迹;扫描非线性

**中图分类号** TN249 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.0408003

## Analysis and Calculation of Scan Trace of Laser Scanning Rotation Mirror

Ji Rongyi Zhao Changming Chen Guo

(College of Photo-Electricity Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract** The scanning rotation mirror is one of the most important components in laser scanning detecting system. Based on the principle of geometrical optics, an analytical expression for the scan trace of hexahedral column rotation mirror is derived. The relationship between the position of incident beam to rotation mirror and the scan trace is also analyzed. In addition, the relation curve of scan trace versus scanning angle is produced. The structural characteristics of the system are the origin of creating scanning nonlinearity and asymmetry. In order to reduce the nonlinearity of scan trace, a curved rotating mirror scanning system is proposed, and the scan trace for curved rotating mirror is computed. The numerical results for the designed rotation mirror system show that the system can solve the nonlinearity problem of plane rotating mirror effectively.

**Key words** imaging systems; laser scanning; scan trace; scanning nonlinearity

**OCIS codes** 110.6880; 120.5700; 120.5800

## 1 引 言

激光扫描探测系统是一种快速获取目标三维信息的新技术,在工业生产、机械加工、国防、医学和影视娱乐等领域有着广泛的应用<sup>[1,2]</sup>。在激光扫描探测系统中,主要的扫描方式有机械转镜扫描和振镜(检流计)扫描<sup>[3~7]</sup>,其中机械转镜扫描因具有扫描角度大、回扫快、光损耗小、抗干扰性能强、结构简单和速度稳定性高等特点<sup>[5~9]</sup>而被广泛应用。但是,

在转镜扫描时,以匀速旋转的扫描转镜在平面目标上的扫描轨迹是非线性的<sup>[9]</sup>,其扫描点之间的平移距离随转镜扫描角度的增大而增大<sup>[3]</sup>。这种随转角变化引起的非线性特性影响了对目标表面轮廓的均匀探测和目标三维模型的建模精度。

本文以六面转镜为例,通过使用反射定理的矢量表示方法<sup>[10]</sup>,求解了反射光束和扫描轨迹的解析表达式,分析了扫描转镜和入射光线的相对位置对扫描

收稿日期: 2010-10-26; 收到修改稿日期: 2010-12-13

基金项目: 国防科技工业技术基础科研项目(J172009C001)资助课题。

作者简介: 纪荣祎(1984—),男,博士研究生,主要从事三维扫描激光探测系统方面的研究。

E-mail: xiaoxiao8673@163.com

导师简介: 赵长明(1960—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事新型激光器件与技术、光电子信息技术与系统等方面的研究。E-mail: zhaochml@263.net

轨迹非线性特性的影响,并提出了新的扫描结构来减小由扫描角度引起的扫描轨迹的非线性变化。

## 2 扫描轨迹的计算

六面转镜如图 1 所示,其切面为正六边形,绕 OZ 轴逆时针旋转,外接圆半径为 R。AB 为扫描转镜的一个反射面,入射光线 FB 与 X 轴夹角为  $\beta$ ,交 AB 于 B。AB 与 X 轴交于点 C,CD 为 AB 面的法线,反射光线 BF' 由 B 点射向扫描像面。

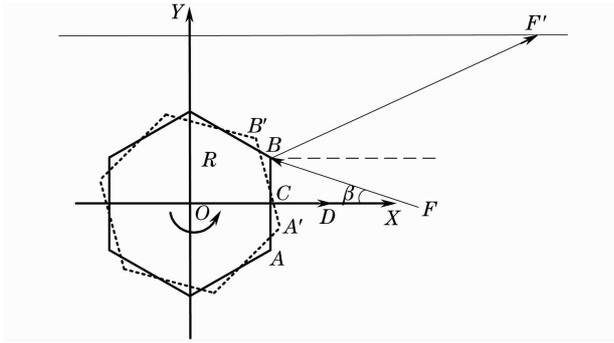


图 1 六面转镜扫描原理图  
Fig. 1 Scanning principle of the hexahedral rotation mirror

由图 1 可知,入射光线 FB 的单位矢量为  $(-\cos \beta, \sin \beta)$ 。当反射面 AB 进行旋转扫描时,AB 面法线 CD 的单位矢量为  $(\cos \theta, \sin \theta)$ ,其中  $\theta$  为扫描转镜旋转过的角度。由反射定律的矢量表示方法<sup>[10]</sup>,有

$$\mathbf{L}_{BF'} = \mathbf{L}_{FB} - 2(\mathbf{L}_{FB} \mathbf{L}_{CD}) \mathbf{L}_{CD}. \quad (1)$$

计算可得反射光线单位矢量为  $[2\cos(\theta + \beta)\cos \theta - \cos \beta, 2\cos(\theta + \beta)\sin \theta + \sin \beta]$ 。

又由入射光线 FB 过点 B,且与 X 轴夹角为  $\beta$ , B 点坐标为  $(\sqrt{3}R/2, R/2)$ ,则入射光线 FB 方程和 AB 的直线方程分别为

$$y - \frac{R}{2} = -\tan \beta \left( x - \frac{\sqrt{3}}{2} R \right), \quad (2)$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} R. \quad (3)$$

当 AB 面进行旋转扫描,扫描角度为  $\theta$  时,由坐标旋转公式<sup>[9]</sup>,旋转后的直线 A'B' 方程为

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} R. \quad (4)$$

A'B' 与直线 FB 必相交于反射点,则联立(2),(4)式可得旋转  $\theta$  角后的反射点坐标  $(x_\theta, y_\theta)$  为

$$\begin{cases} x_\theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} R (\sin \theta \tan \beta - 1) - \frac{R}{2} \sin \theta}{\sin \theta \tan \beta - \cos \theta} \\ y_\theta = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} R \tan \beta (1 - \cos \theta) + \frac{R}{2} \cos \theta}{\sin \theta \tan \beta - \cos \theta} \end{cases}, \quad (5)$$

由反射光线单位矢量和反射点坐标,可得反射光线方程为

$$y - y_\theta = \frac{2\cos(\theta + \beta)\sin \theta + \sin \beta}{2\cos(\theta + \beta)\cos \theta - \cos \beta} (x - x_\theta), \quad (6)$$

当 y 为定值时,有 x 表达式为

$$x = \frac{2\cos(\theta + \beta)\cos \theta - \cos \beta}{2\cos(\theta + \beta)\sin \theta + \sin \beta} (y - y_\theta) + x_\theta. \quad (7)$$

令  $R=0.1, y=10, \beta=0^\circ, \theta=0^\circ \sim 60^\circ$  时,计算得扫描像面上的扫描轨迹 x 与扫描角度  $\theta$  的关系如图 2(a) 所示,图 2(b) 是扫描点在像面上的分布。

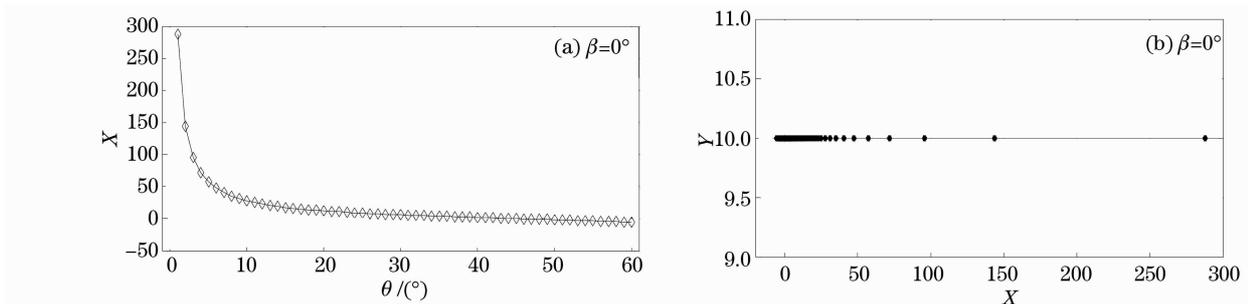


图 2 (a) 扫描轨迹与扫描角度的关系曲线, (b) 扫描轨迹分布  
Fig. 2 (a) Relation curve of scan trace versus scan angle, (b) distribution of scan trace

由图 2 可知,当  $\beta=0^\circ$  时,扫描视场严重不对称,且扫描轨迹的非线性特性很明显,同时扫描点的分布很不均匀。

分别令  $\beta$  为  $10^\circ, 20^\circ$  和  $30^\circ$ ,计算得到扫描轨迹 x 与扫描角度  $\theta$  的关系如图 3 所示。

由图 3 可知,当  $\beta=30^\circ$  时,扫描视场对称。取

$\beta=30^\circ, \theta=0^\circ \sim 60^\circ$ ,计算得到目标上的扫描点分布如图 4 所示。

由以上计算可知,使用平面转镜进行扫描时,当入射光线与 X 轴夹角为  $30^\circ$  时,扫描视场对称,但扫描轨迹与扫描角度仍具有非线性关系,扫描点的分布仍不均匀。

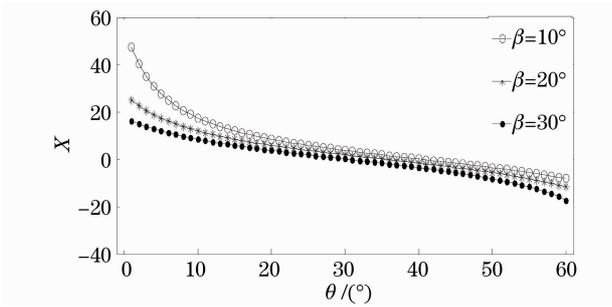


图3 扫描轨迹与扫描角度的关系曲线

Fig. 3 Relation curve of scan trace versus scan angle

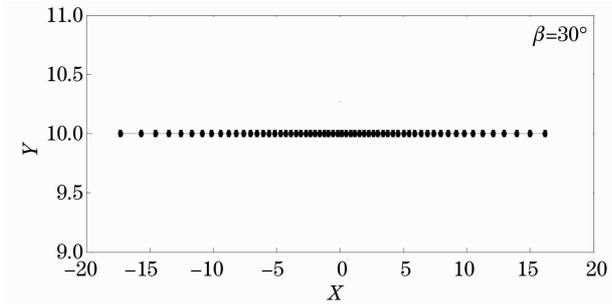


图4 扫描轨迹分布

Fig. 4 Distribution of scan trace

### 3 扫描轨迹的修正

为了减小扫描轨迹的非线性特性,使用曲面代替平面进行扫描,如图5所示。反射面为曲面  $AEB$ , 曲线方程为  $f(x,y) = 0$ ,  $y$  的范围为  $(-R/2, R/2)$ 。

令反射曲面的曲线方程为抛物线  $x = -y^2 + a$ 。如图5所示,当取  $R = 0.1$  时,  $A, B$  点的坐标分别为  $(0.0866, -0.05)$ ,  $(0.0866, 0.05)$ , 将  $A, B$  点的坐标代入曲线方程,求得抛物线方程为  $x = -y^2 + 0.0891$ 。

对曲面  $AEB$  的扫描轨迹进行计算时,若使用与第2节相同的求解思路,由于曲面方程旋转后难以获得显式表达式,不易求得扫描轨迹。

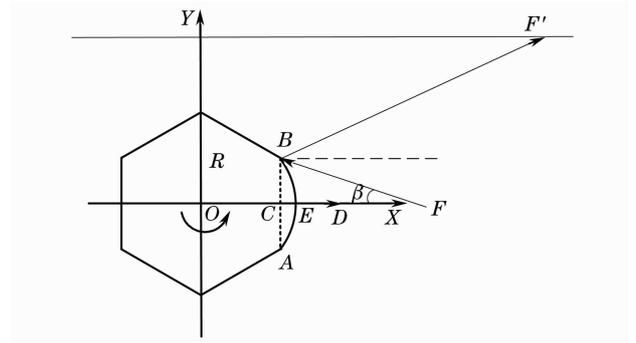


图5 曲面六面转镜扫描原理图

Fig. 5 Scanning principle of the curved hexahedral rotation mirror

使用新的思路进行求解,首先将入射光线  $FB$  绕旋转轴  $OZ$  顺时针旋转  $\theta$  度,求其与曲面  $AEB$  的交点坐标  $(x_{\theta_0}, y_{\theta_0})$ ,再将此交点坐标绕旋转轴  $OZ$  逆时针旋转  $\theta$  度,即可得到扫描转镜逆时针旋转  $\theta$  度时的反射点坐标  $(x_{\theta}, y_{\theta})$ ;同时,对  $AEB$  的曲面方程求导,可求得交点  $(x_{\theta_0}, y_{\theta_0})$  处的法线矢量,进而求得交点绕旋转轴  $OZ$  逆时针旋转  $\theta$  度后的反射点的法向矢量。最后利用反射定理求得反射光线方程,具体求解过程如下:

入射光线  $FB$  绕旋转轴  $OZ$  顺时针旋转  $\theta$  度后的直线方程为

$$y = \frac{-(\sin \theta + \tan \beta \cos \theta)x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \tan \beta + \frac{1}{2}\right)R}{\cos \theta - \tan \beta \sin \theta}. \quad (8)$$

令直线方程为

$$x = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \tan \beta + \frac{1}{2}\right)R - (\cos \theta - \tan \beta \sin \theta)y}{\sin \theta + \tan \beta \cos \theta}. \quad (9)$$

与曲线方程  $x = -y^2 + 0.0891$  联立,求得交点  $(x_{\theta_0}, y_{\theta_0})$  表达式为

$$x_{\theta_0} = -y_{\theta_0}^2 + 0.0891, \quad (10)$$

$$y_{\theta_0} = \frac{\cos \theta - \tan \beta \sin \theta}{2(\sin \theta + \tan \beta \cos \theta)} -$$

$$\frac{\sqrt{(\cos \theta - \tan \beta \sin \theta)^2 - 4(\sin \theta + \tan \beta \cos \theta) \left[ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \tan \beta + \frac{1}{2}\right)R - 0.0891(\sin \theta + \tan \beta \cos \theta) \right]}}{2(\sin \theta + \tan \beta \cos \theta)}. \quad (11)$$

$(x_{\theta_0}, y_{\theta_0})$  绕旋转轴  $OZ$  逆时针旋转  $\theta$  度,得到反射点位置为

$$\begin{cases} x_{\theta} = x_{\theta_0} \cos \theta - y_{\theta_0} \sin \theta \\ y_{\theta} = x_{\theta_0} \sin \theta + y_{\theta_0} \cos \theta \end{cases}. \quad (12)$$

由曲线方程求得  $y' = -1/(2y)$ , 其法线斜率为  $-1/y' = 2y$ , 可知曲线上坐标  $(x_{\theta_0}, y_{\theta_0})$  处的法向矢量为  $\{\cos[\arctan(2y_{\theta_0})], \sin[\arctan(2y_{\theta_0})]\}$ , 则将反射点绕旋转轴  $OZ$  逆时针旋转  $\theta$  度时, 反射点的法向单位

矢量为  $\{\cos[\theta + \arctan(2y_{\theta_0})], \sin[\theta + \arctan(2y_{\theta_0})]\}$ 。又入射光线单位矢量为  $(-\cos \beta, \sin \beta)$ , 由反射定律的矢量表达式<sup>[10]</sup>, 求得反射光线单位矢量  $(x'_\theta, y'_\theta)$  为

$$\begin{cases} x'_\theta = 2\cos[\theta + \beta + \arctan(2y_{\theta_0})]\cos[\theta + \arctan(2y_{\theta_0})] - \cos \beta \\ y'_\theta = 2\cos[\theta + \beta + \arctan(2y_{\theta_0})]\sin[\theta + \arctan(2y_{\theta_0})] + \sin \beta \end{cases} \quad (13)$$

则由反射光线单位矢量和反射点坐标, 可求得反射光线方程为

$$y - y_{\theta_0} = \frac{y'_\theta}{x'_\theta}(x - x_{\theta_0}), \quad (14)$$

式中  $y$  为定值时, 有  $x$  坐标为

$$x = \frac{x'_\theta}{y'_\theta}(y - y_{\theta_0}) + x_{\theta_0}. \quad (15)$$

根据第 2 节的分析结果, 令入射光线与  $X$  轴夹角为  $\beta = 30^\circ$ , 曲面镜扫描角度为  $\theta = 0^\circ \sim 60^\circ$ , 计算求得扫描轨迹  $x$  与扫描角度  $\theta$  关系如图 6(a) 所示, 图 6(b) 是扫描点在像面上的分布。

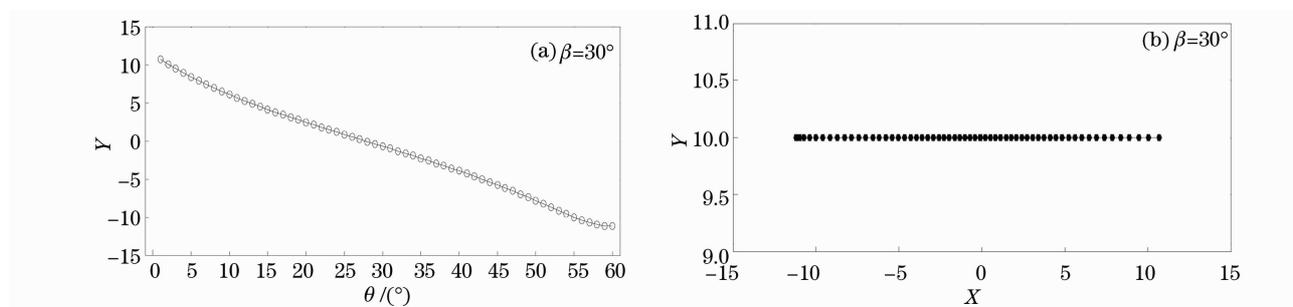


图 6 (a) 扫描轨迹与扫描角度的关系曲线, (b) 扫描轨迹分布

Fig. 6 (a) Relation curve of scan trace versus scan angle, (b) distribution of scan trace

由图 6 可知, 当入射光线与  $X$  轴夹角为  $30^\circ$  时, 使用曲面转镜进行扫描, 能很大程度地减小扫描轨迹与扫描角度的非线性关系, 同时使扫描点在像面上近似均匀地分布。

## 4 结 论

由分析和计算可知, 使用平面扫描转镜进行扫描时, 转镜和入射光线的相对位置对扫描轨迹的非线性有很大影响。当设置入射光线与  $X$  轴夹角为  $30^\circ$  时, 扫描视场左右对称, 且能够一定程度地减小扫描轨迹的非线性。当使用曲面转镜进行扫描时, 设入射光线与  $X$  轴夹角为  $30^\circ$  不变, 可进一步减小扫描轨迹与扫描角度的非线性关系, 使扫描点在像面上的分布近似均匀。由平面转镜扫描和曲面转镜扫描的扫描轨迹对比可知, 曲面转镜扫描能克服平面转镜扫描带来的扫描轨迹非线性特性, 在扫描像面上得到近似均匀的扫描点, 可对目标表面进行均匀的扫描探测, 提高目标三维模型的建模精度。

## 参 考 文 献

- 1 Li Qingquan, Li Bijun, Chen Jing. Research on laser range scanning and its application[J]. *J. Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 2000, **25**(5): 387~392
- 2 李清泉, 李必军, 陈 静. 激光雷达测量技术及其应用研究[J]. *武汉测绘科技大学学报*, 2000, **25**(5): 387~392
- 3 Wang Jianyu, Hong Guanglie, Bu Hongyi *et al.*. Study on airborne scanning laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2584~2589
- 4 王建宇, 洪光烈, 卜弘毅 等. 机载扫描激光雷达的研制[J]. *光学学报*, 2009, **29**(9): 2584~2589
- 5 Luo Bikai, Ni Xiaowu, Lu Jian *et al.*. Study of nonlinearity of rotating mirror scanning[J]. *Chinese J. Lasers*, 1994, **A21**(7): 563~566
- 6 罗必凯, 倪晓武, 陆 建 等. 转镜扫描的非线性研究[J]. *中国激光*, 1994, **A21**(7): 563~566
- 7 Han Xiaoping, Sun Wen, Wu Rangda *et al.*. Application of two-dimensional scanning with single-catoptron to land mark laser[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2007, **44**(9): 67~70
- 8 韩小平, 孙 文, 吴让大 等. 单镜片二维扫描在地标激光中的运用[J]. *激光与光电子学进展*, 2007, **44**(9): 67~70
- 9 Xu Min, Hu Jiasheng. Analysis and calculation of rotating polygonal scanner in laser scanning imaging system[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(5): 782~787
- 10 许 敏, 胡家升. 激光扫描成像中旋转多面体的分析计算[J]. *中国激光*, 2008, **35**(5): 782~787
- 11 Changwei Hong, Fugui Huang, Hai Yang *et al.*. Speckle analysis in laser scanning display system[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(9): 764~767

- 7 He Min, Hu Yihua, Zhao Nanxiang *et al.*. Application of airborne three-dimensional laser imaging [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, **45**(3): 43~49  
贺敏, 胡以华, 赵楠翔等. 机载激光三维成像技术应用现状[J]. *激光与光电子学进展*, 2008, **45**(3): 43~49
- 8 Liu Xingzhan, Liu Xiangdong. Using of laser scanning mirror [J]. *Laser Technology*, 1998, **22**(6): 346~349  
刘兴占, 刘向东. 激光扫描镜的应用研究[J]. *激光技术*, 1998, **22**(6): 346~349
- 9 Wu Changjin. The optical principles of scanning mirrors [J]. *Vacuum Electronics*, 1993, (6): 24~34  
吴常津. 转镜扫描的光学原理[J]. *真空电子技术*, 1993, (6): 24~34
- 10 Ou Jiaming, Wang Ruili, Shang Hecen *et al.*. Three forms of expression about reflection law [J]. *J. Yunnan Normal University*, 2000, **20**(1): 57~61  
欧家鸣, 王瑞丽, 尚鹤岑等. 反射定律的三种表达形式[J]. *云南师范大学学报*, 2000, **20**(1): 57~61