

光反馈垂直腔面发射半导体激光器的混沌驱动同步

张胜海¹ 谭建锋^{1*} 杨 华¹ 王 伟²

(¹解放军信息工程大学理学院数理系, 河南 郑州 450001)

²第二炮兵士官学校, 山东 青州 262500

摘要 基于光反馈垂直腔面发射半导体激光器动力学模型, 通过分析光子数密度随光反馈强度变化的分岔情况, 确定了激光器处于混沌态时的参数区间。利用混沌信号驱动同步方案, 实现了两个被驱动激光器的精确混沌同步, 并通过对两个被驱动激光器相关系数的分析, 确定了它们达到精确混沌同步的参数区间。研究了参数失配对同步的影响, 结果表明该同步方案有很好的稳健性。

关键词 非线性光学; 混沌驱动同步; 光反馈; 垂直腔面发射半导体激光器

中图分类号 TN248.4; O415.5 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201138.0402013

Chaos Driving Synchronization of Vertical Cavity Surface Emitting Lasers with Optical Feedback

Zhang Shenghai¹ Tan Jianfeng¹ Yang Hua¹ Wang Wei²

(¹Department of Mathematics and Physics, Institute of Science, People's Liberation Army Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China
²Sergeant College of the Second Artillery, Qingzhou, Shandong 262500, China)

Abstract Basing on the dynamic model of the vertical cavity surface emitting laser with optical feedback, the parameter range for the laser being in chaos is confirmed by analyzing the bifurcation of the photon density for feedback strength. Then a chaos driving synchronization scheme for the lasers is presented. The synchronization of two driven lasers can be well realized by the scheme. The parameter ranges for two driven lasers being in the synchronization are also confirmed by analyzing their correlation coefficient. At last, the influence of parameter mismatch on synchronization is investigated. The result shows that the scheme has a good robustness.

Key words nonlinear optics; chaotic driving synchronization; optical feedback; vertical cavity surface emitting lasers

OCIS codes 190.0190; 190.3100; 140.1540; 140.7260

1 引 言

从 1990 年 L. M. Pecora 等^[1]提出混沌自同步原理, 并首先在实验上实现电路混沌的同步以来, 混沌同步已成为众多学者研究的热点。而垂直腔面发射半导体激光器(VCSELs)是近年来广受关注的一种新型激光器。与传统半导体激光器相比, 它具有体积小、阈值电流低、效率高、发散角小、可单模输出、易于和光纤耦合等优异特性^[2,3], 在光通信、光互联、光储存光学器件集成等方面具有广阔的应用前景。因此关于 VCSELs 混沌同步的研究, 对于其

在保密通信中的应用具有重要的意义。本文主要研究了 VCSELs 在光反馈下的混沌及其混沌同步, 由光反馈 VCSELs 动力学模型, 通过分析光子数密度随反馈强度变化的分岔情况, 确定了激光器处于混沌态的参数区间。利用混沌信号驱动同步法实现了两个被驱动激光器间的混沌同步, 并研究了其相关系数随驱动强度的变化情况, 确定了两激光器间达到混沌同步的驱动强度参数区间。还对两激光器间几个典型参数失配对混沌同步的影响进行了研究。

收稿日期: 2010-12-07; 收到修改稿日期: 2011-01-19

基金项目: 国家自然科学基金(10975047)资助课题。

作者简介: 张胜海(1971—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光学混沌及其应用等方面的研究。E-mail: ccstshz@163.com

* 通信联系人。E-mail: tommy23tjf@163.com

2 光反馈 VCSELs 的动力学模型

光反馈 VCSELs 的动力学模型可以由标准

VCSELs 速率方程加一个延迟反馈项进行描述^[4~8]

$$\begin{cases} \frac{dP(t)}{dt} = v_g[G(t) - \alpha]P(t) + \beta_{sp}BN^2(t) + 2\frac{k}{\tau_{in}}\sqrt{P(t)P(t-\tau)}\cos[\omega_0\tau + \Phi(t) - \Phi(t-\tau)] \\ \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{1}{2}\beta_c v_g[G(t) - \alpha] - \frac{k}{\tau_{in}}\sqrt{\frac{P(t-\tau)}{P(t)}}\sin[\omega_0\tau + \Phi(t) - \Phi(t-\tau)] \\ \frac{dN(t)}{dt} = \frac{I}{qV} - \frac{N(t)}{\tau_c} - G(t)P(t) \end{cases}, \quad (1)$$

式中 $G(t) = \Gamma_z\Gamma_r a_N \frac{\ln[N(t)/N_0]}{1 + \epsilon P(t)}$ 为光增益, Γ_z 为纵向光限制因子, Γ_r 为横向光限制因子, a_N 为光增益系数, N_0 为透明载流子密度, ϵ 为增益压缩因子. $P(t)$ 为光子数密度, $\Phi(t)$ 为光场相位, $N(t)$ 为载流子密度, v_g 为群速度, α 为等效内腔损耗, β_{sp} 为自发辐射因子, B 为自发辐射复合系数, k 为光反馈强度, τ_{in} 为腔内光子往返时间, τ 为延迟时间, β_c 为线宽展宽因子, I 为注入电流, q 为电子电荷, $V = \pi\omega^2 d$ 为有源区体积, ω 为电流孔径, d 为有源层厚度, τ_c 为载流子寿命, ω_0 为模式频率.

选定光反馈强度 k 作为控制参量, 利用四阶龙格-库塔法对光反馈 VCSELs 动力学方程进行数值模拟. 数值模拟过程中, VCSELs 典型参数^[4,7] 如下: $v_g = 8.1 \times 10^9$ cm/s, $\Gamma_z = 0.07$, $\Gamma_r = 1$, $a_N = 1.4 \times 10^3$ cm⁻³, $N_0 = 1.3 \times 10^{18}$ cm⁻³, $\epsilon = 1 \times 10^{-17}$ cm³, $\alpha = 50$, $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-4}$, $B = 1 \times 10^{-10}$ cm³ · s⁻¹, $\beta_c = 4.8$, $\tau_{in} = 0.04$ ps, $\omega = 5$ μm, $d = 0.4$ μm, $\tau_c = 2.7$ ns, $I = 6$ mA, $\lambda_0 = 850$ nm.

图 1 显示了 $\tau = 0.2$ ns 时, 光子数密度随光反馈强度 k 变化的分岔情况. 由图可知, 随着 k 的增

大激光器由周期一经倍周期分岔进入混沌, 同时在混沌区中还存在明显的周期窗口. 在图示参数区间内, 当 $k > 2.15 \times 10^{-4}$ 时激光器明显地处于混沌态.

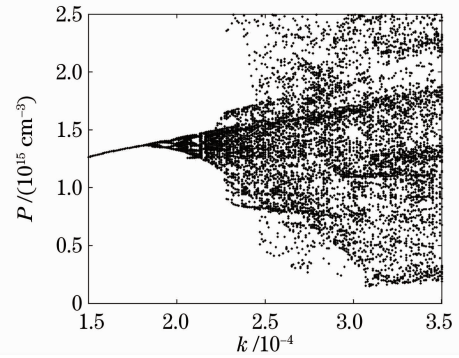


图 1 光子数密度随反馈强度 k 变化的分岔图
Fig. 1 Bifurcation diagram of photon density for feedback strength

图 2 给出了 $k = 2.5 \times 10^{-4}$ 时的光子数密度的时间序列和庞卡莱截面图. 由图 2(a) 可知激光器输出的时间序列是杂乱无章的, 其相对应的庞卡莱截面图[如图 2(b) 所示] 则出现成片的密集点. 这些都可以说明当 $k = 2.5 \times 10^{-4}$ 时激光器处于混沌态, 这与图 1 的结论相吻合.

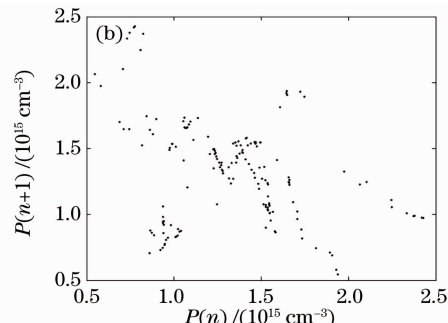
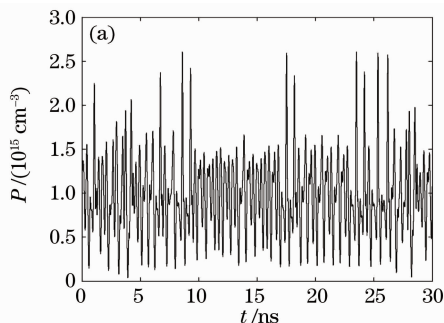


图 2 $k = 2.5 \times 10^{-4}$ 时光子数密度的时间序列(a) 和庞卡莱截面图(b)

Fig. 2 Time series (a) and Poincaré sections (b) of photon density with $k = 2.5 \times 10^{-4}$

3 光反馈 VCSELs 的混沌驱动同步

混沌信号驱动同步法是指由一个可以产生混沌

信号的驱动系统同时作用于两个被驱动系统, 实现两个被驱动系统间的混沌同步^[9]. 混沌信号驱动同

步法是对驱动响应(PC)同步法的一种推广,它不需要驱动激光器与被驱动激光器条件完全一致。这种方法对于光学混沌同步,特别是激光器的混沌同步十分有效,对于实现全光混沌保密通信具有重要的现实意义。

图3为光反馈 VCSELs 的混沌驱动同步方案。其中 VCSEL1 为驱动激光器,它通过光反馈产生混沌光信号;VCSEL2,VCSEL3 为被驱动激光器。该方案的流程为:首先,驱动激光器 VCSEL1 的部分出射光,被光端面不远处的反射镜反射回谐振腔,形成光反馈,通过调节光反馈强度 k 产生混沌光信号;接着,通过分束器和光隔离器的作用,使 VCSEL1 产生的混沌光信号同时注入到 VCSEL2,VCSEL3

中,驱动这两个完全相同的激光器产生混沌,最后通过调节驱动强度来实现 VCSEL2,VCSEL3 的混沌同步。

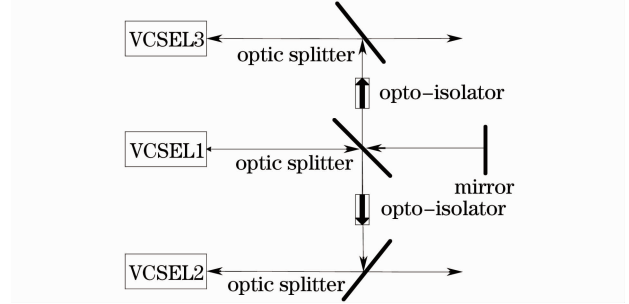


图3 光反馈 VCSELs 的混沌驱动同步系统结构图
Fig. 3 Chaotic driving synchronization for VCSELs with optical feedback

驱动激光器

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = v_g [G_1(t) - \alpha] P_1(t) + \beta_{sp} B N_1^2(t) + 2 \frac{k_1}{\tau_{in}} \sqrt{P_1(t) P_1(t - \tau_T)} \cos[\omega_1 \tau_T + \Phi_1(t) - \Phi_1(t - \tau_T)] \\ \frac{d\Phi_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \beta_c v_g [G_1(t) - \alpha] - \frac{k_1}{\tau_{in}} \sqrt{\frac{P_1(t - \tau_T)}{P_1(t)}} \sin[\omega_1 \tau_T + \Phi_1(t) - \Phi_1(t - \tau_T)] \\ \frac{dN_1(t)}{dt} = \frac{I_1}{qV} - \frac{N_1(t)}{\tau_e} - G_1(t) P_1(t) \end{cases}, \quad (2)$$

被驱动激光器

$$\begin{cases} \frac{dP_{2,3}(t)}{dt} = v_g [G_{2,3}(t) - \alpha] P_{2,3}(t) + \beta_{sp} B N_{2,3}^2(t) + 2 \frac{k_{2,3}}{\tau_{in}} \sqrt{P_{2,3}(t) P_1(t - \tau_R)} \cos[\Delta\omega_{2,3}(t - \tau_R) + \omega_1 \tau_R + \Phi_{2,3}(t) - \Phi_1(t - \tau_R)] \\ \frac{d\Phi_{2,3}(t)}{dt} = \frac{1}{2} \beta_c v_g [G_{2,3}(t) - \alpha] - \frac{k_{2,3}}{\tau_{in}} \sqrt{\frac{P_1(t - \tau_R)}{P_{2,3}(t)}} \sin[\Delta\omega_{2,3}(t - \tau_R) + \omega_1 \tau_R + \Phi_{2,3}(t) - \Phi_1(t - \tau_R)] \\ \frac{dN_{2,3}(t)}{dt} = \frac{I_{2,3}}{qV} - \frac{N_{2,3}(t)}{\tau_e} - G_{2,3}(t) P_{2,3}(t) \end{cases}, \quad (3)$$

(2),(3)式为同步系统的动力学模型。(2)式是描述 VCSEL1 的动力学方程;由于 VCSEL2, VCSEL3 动力学特性相同,故用(3)式一并描述。其中 k_1 为光反馈强度, k_2, k_3 为驱动强度(为方便区分 k_1, k_2, k_3 , 规定 k_2, k_3 统一取为 β), τ_T 为反馈延时, τ_R 为注入延时, $\Delta\omega_2, \Delta\omega_3$ 为驱动激光器与被驱动激光器之间的频率失谐。在模拟过程中,设定所取激光器结构完全相同,即它们之间不存在频率失谐,其他参数取2节中的典型参数值。

图4为 $\tau_T = 0.2 \text{ ns}$, $\tau_R = 3.6 \text{ ns}$, $k_1 = 2.5 \times 10^{-4}$, $\beta = 6 \times 10^{-4}$ 时激光器 VCSEL1, VCSEL2 的混沌吸引子在 P - N 平面上的投影以及 P_1 与 P_2, P_2

与 P_3 的关系图。由图4(a),(b)可知,驱动激光器和被驱动激光器均处于混沌态,但它们的混沌吸引子并不相同。从图4(c)中可以看出 P_1 与 P_2 关系复杂,并不是一个简单的线性关系。图4(d)表明 P_2 与 P_3 是相等的关系,说明被驱动激光器 VCSEL2, VCSEL3 达到了精确同步。VCSEL2, VCSEL3 都与 VCSEL1 达到了广义同步是 VCSEL2 和 VCSEL3 达到精确同步的原因^[10~12]。此时, $P_2 = P_3 = f(P_1, \varphi)$, 其中 f 是一个复杂函数, φ 为除 P_1 外影响 P_2, P_3 其他参数。由此可以判断图4(c)中 P_1 与 P_2 是广义同步的关系。

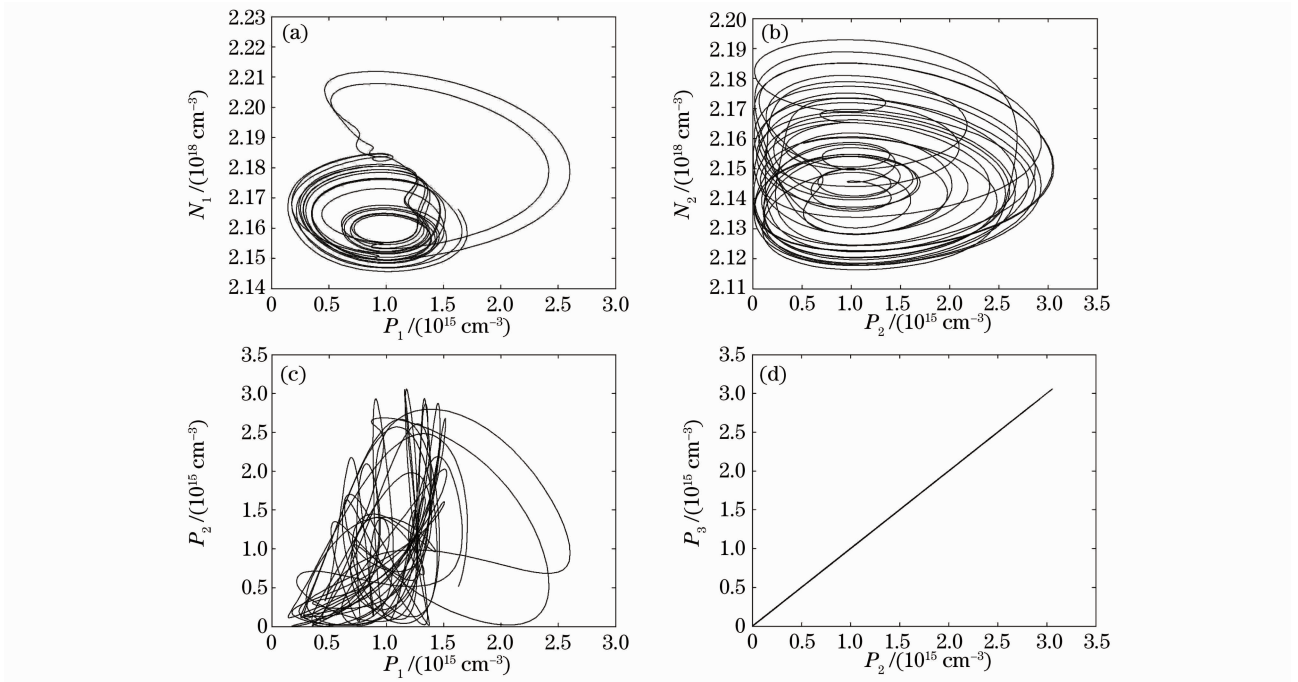


图 4 驱动强度 $\beta=6 \times 10^{-4}$ 时的激光器混沌同步。(a) VCSEL1 的 P_1 - N_1 相图, (b) VCSEL2 的 P_2 - N_2 相图, (c) P_1 与 P_2 的关系图, (d) P_2 与 P_3 的关系图

Fig. 4 Chaos synchronization of VCSELs with $\beta=6 \times 10^{-4}$. (a) the P_1 - N_1 diagram of VCSEL1, (b) the P_2 - N_2 diagram of VCSEL2, (c) the diagram of P_1 and P_2 , (d) the diagram of P_2 and P_3

3.1 相关系数的计算分析

相关系数是判断两系统是否达到同步的重要数学工具。引入相关系数分析来判断被驱动激光器的混沌同步品质,确定被驱动激光器间达到精确混沌同步的驱动强度区间。相关系数的计算公式为^[13]

$$\rho = \frac{\langle [X(t) - \langle X(t) \rangle][Y(t) - \langle Y(t) \rangle] \rangle}{\langle |X(t) - \langle X(t) \rangle|^2 \rangle^{1/2} \langle |Y(t) - \langle Y(t) \rangle|^2 \rangle^{1/2}}$$

式中 $X(t)$ 、 $Y(t)$ 是两个系统的输出;符号 $\langle \cdot \rangle$ 表示对时间求平均。令 $X(t) = P_2(t)$ 、 $Y(t) = P_3(t)$ 代入公式,可以计算被驱动激光器 VCSEL2 和 VCSEL3 光子数密度之间的相关系数。

图 5 显示了被驱动激光器 VCSEL2 和 VCSEL3 的相关系数 ρ 随驱动强度 β 的变化情况。由图可以看到当 $0.5 \times 10^{-4} \leq \beta \leq 1.2 \times 10^{-4}$ 、 $\beta > 4.8 \times 10^{-4}$ 时被驱动激光器间的相关系数均为 1.00,即被驱动激光器间达到了精确混沌同步。驱动强度在其他区间,被驱动激光器间的相关系数都小于 1.00,表明此时被驱动激光器间没有达到精确混沌同步。由此确定两个被驱动激光器间能够达到精确同步的混沌驱动强度参数区间为: $0.5 \times 10^{-4} \leq \beta \leq 1.2 \times 10^{-4}$ 、 $\beta > 4.8 \times 10^{-4}$ 。

3.2 参数失配的影响

3.1 节是对参数完全相同的激光器间同步品质

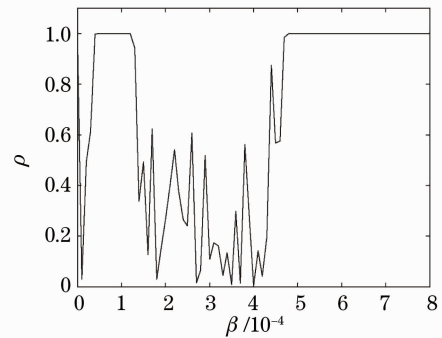


图 5 相关系数 ρ 随驱动强度 β 的变化

Fig. 5 Variation of the correlation coefficient ρ with the driving intensity β

的分析,但实际应用中由于生产工艺以及环境因素等影响会造成激光器参数不匹配的情况^[14,15],因此研究参数失配对激光器混沌同步的影响是十分必要的。

在分析过程中,保持 VCSEL2 的各项参数不变,改变 VCSEL3 中对应的参数值,来研究参数失配对混沌同步的影响。图 6 为驱动强度 $\beta=6.5 \times 10^{-4}$ 时,相关系数 ρ 随着 β_c 、 α 、 τ_{in} 、 d 参数失配率从 -20% 到 20% 变化的情况。

由图 6(a) 可知 ρ 在线性展宽因子 β_c 失配率为 0% 时为 1.00,两个激光器达到同步的同步品质最好,这与 3.1 节分析的结果吻合。不管正失配还是

负失配, ρ 都随着 β_c 失配率的增大而减小。当失配率达到 -20% 时 ρ 减小到 0.92, 同步品质仍然很好。但当失配率达到 20% 时 ρ 减小到 0.82, 此时两个被驱动激光器间的同步品质就差一些。明显可以看出在 β_c 负失配下, 两个激光器间的同步品质会好一些。产生此现象的原因, 可认为是 β_c 直接影响到激光器的相位变化, β_c 越大, 对激光器状态的影响也就越大。因此当 β_c 的正失配率增大时, 会导致 VCSEL3 的状态发生更大的变化, 从而使 VCSEL3 与 VCSEL2 的同步品质变坏。

由图 6(b) 可以看出, 当腔内损耗 α 的失配率达到 -20% 时 ρ 减小到 0.87, 失配率达到 20% 时 ρ 减小到 0.94。可以看出在 α 正失配下, 两个激光器间的同步品质会好一些。其原因可认为是 α 直接影响到激光器的出射光子数密度, α 越小, 对激光器状态的影响也就越大。因此当 α 的负失配率增大, 会导致 VCSEL3 的状态发生更大的变化, 从而使 VCSEL3 与 VCSEL2 的同步品质变坏。

图 6(c) 给出的是注入腔内光子往返时间 τ_{in} 失配时 ρ 的变化情况, ρ 在负失配下和正失配下的变化平稳, τ_{in} 的失配率达到 -20% 时 ρ 减小到 0.82, 失配率达到 20% 时 ρ 减小到 0.85, 两者同步品质几乎一致。原因可认为是 τ_{in} 失配只会影响 VCSEL3 中反馈光与内部光的比例, 而不会引起 VCSEL3 内

部光场的变化, 因此 VCSEL3 与 VCSEL2 的同步品质在同样的正负失配率下几乎一致。

图 6(d) 是有源层厚度 d 失配时 ρ 的变化情况, 可以看到 ρ 在 d 失配率为 0% 时为 1.0, 并且无论正失配还是负失配, ρ 都随着 d 失配率增大而减小。但是 d 的负失配率在 $[-7\%, -18\%]$ 内时, ρ 会产生较大的起伏, ρ 的值会下降到 0.1 到 0.4 之间, 此时两激光器不可能达到混沌同步。出现该现象的原因是 d 直接影响到激光器的载流子数目, 在注入电流不变的情况下, 有源层厚度减小, 载流子数目增加, 激光器状态会发生很大的变化。当失配率为 $[-7\%, -18\%]$ 时, VCSEL3 的状态已偏离了其原有的混沌状态, 进入了其他的吸引域, 从而导致两激光器不能到达混沌同步。在失配区间 $[-7\%, 20\%]$ 内, ρ 的变化是较平缓的。其原因是在该区间内, VCSEL3 的吸引域与 VCSEL2 相同, 只是其混沌轨道与 VCSEL2 稍有偏离, 且失配率越大, 偏离越多, 因此, 随着失配率的增大, ρ 随着变小, 两激光器的同步品质也就变差。

但总体来说, 这几个参数在失配范围 $[-5\%, 5\%]$ 内, 相关系数 ρ 都能保证在 0.90 以上, 这表明在实际应用中, 混沌信号驱动光反馈 VCSELs 同步系统具有较好的稳健性, 在一定的范围内可以存在参数失配。

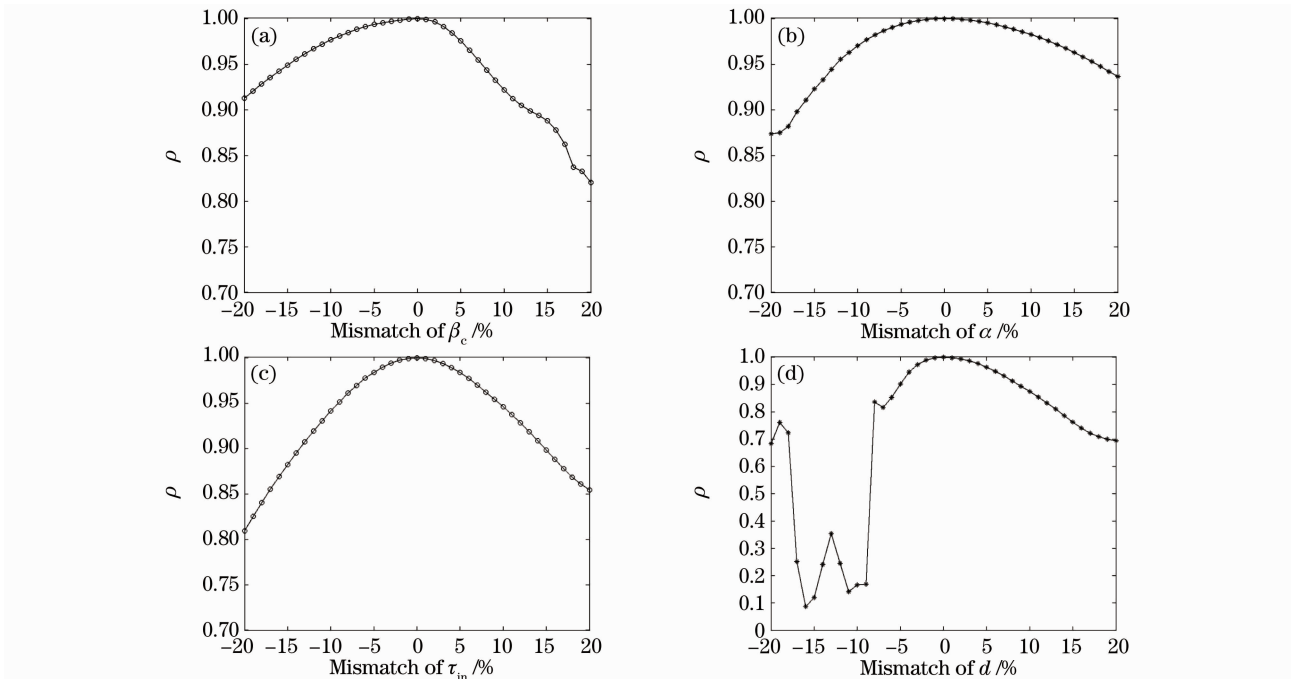


图 6 参数失配时的相关系数 ρ 变化图, (a) β_c , (b) α , (c) τ_{in} , (d) d

Fig. 6 Variation of the correlation coefficient ρ for mismatch of (a) β_c , (b) α , (c) τ_{in} , (d) d

4 结 论

利用混沌驱动同步法实现了两个被驱动激光器的混沌同步。激光器间相关系数的数值计算表明,较大的驱动强度可以使激光器更加容易达到混沌同步。激光器间参数失配对同步品质有一定的影响,随着参数失配的增大,同步品质会越来越差,但参数失配率在 $[-5\%, 5\%]$ 内,两激光器仍能达到很好的同步。因此,这种混沌信号驱动光反馈 VCSELs 同步的方案具有很好的稳健性。

参 考 文 献

- 1 L. M. Pecora, T. L. Carroll. Synchronization in chaotic systems [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(9): 821~824
- 2 Li Lin, Zhong Jingchang, Su Wei *et al.*. Vertical cavity surface emitting lasers[J]. *Journal of Changchun University of Science and Technology*, 2003, **26**(2): 68~72
李 林, 钟景昌, 苏 伟 等. 垂直腔面发射半导体激光器[J]. 长春理工大学学报, 2003, **26**(2): 68~72
- 3 Han Liying, Jia Chunhui, Liu Lei. Characteristic of vertical cavity surface emitting lasers [J]. *Photon Technology*, 2006, **14**(4): 181~184
韩力英, 贾春辉, 刘 磊. 垂直腔面发射半导体激光器特性分析 [J]. 光子技术, 2006, **14**(4): 181~184
- 4 S. F. Yu. Dynamic behavior of vertical cavity surface-emitting lasers [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1996, **32**(7): 1168~1179
- 5 P. V. Mena, J. J. Morikuni, S. M. Kang *et al.*. A simple rate-equation-based thermal VCSEL model [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1999, **17**(5): 865~872
- 6 Pan Wei, Zhang Xiaoxia, Luo Bin *et al.*. Analysis expression of rate equation for vertical cavity lasers [J]. *Semiconductor Photonics and Technology*, 2000, **6**(1): 40~42
- 7 Li Xiaofeng, Pan Wei, Luo Bin *et al.*. Control of nonlinear dynamics in external-cavity VCSELs with delayed negative optoelectronic feedback[J]. *Chaos, Soliton and Fractals*, 2006, **30**(4): 1004~1011
- 8 Cao Liangping, Deng Tao, Lin Xiaodong *et al.*. Investigation on nonlinear dynamic behaviors of the distributed feedback semiconductor laser subjected to optical feedback[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(4): 939~943
操良平, 邓 涛, 林晓东 等. 光反馈分布反馈半导体激光器的非线性动力学动态行为[J]. 中国激光, 2010, **37**(4): 939~943
- 9 Wang Rong, Shen Ke. Synchronization of chaotic erbium-doped fiber dual-ring laser by using the method of another chaotic system to drive them[J]. *Phys. Rev. E*, 2001, **65**(1): 016207
- 10 Wei Wang, Shenghai Zhang, Xingzhong Qian *et al.*. Synchronization of chaotic VCSELs by external chaotic signal parameter modulation [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(10): 945~948
- 11 Mi Chaowei, Sun Yawei, Zhang Shenghai. Hyperchaos and synchronization in two-section semiconductor laser[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, **45**(7): 52~56
米朝伟, 孙亚威, 张胜海. 双区半导体激光器的超混沌及同步 [J]. 激光与光电子学进展, 2008, **45**(7): 52~56
- 12 Zhang Shenghai, Shen Ke. Generalized synchronization of chaos in erbium-doped dual-ring lasers[J]. *Chin. Phys.*, 2002, **11**(9): 894~897
- 13 S. Tang, J. M. Liu. Synchronization of high-frequency chaotic optical pulses[J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(9): 596~598
- 14 Yan Senlin. Theoretical studies on chaotic semiconductor laser dual-directional secure communication system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(11): 1503~1509
颜森林. 半导体激光器混沌双向保密通信系统理论研究[J]. 中国激光, 2005, **32**(11): 1503~1509
- 15 Yang Qi. Theoretical Investigations on the Chaos Synchronization and the Modulation Response Performances of F-P Semiconductor Laser[D]. Chongqing: Southwest University, 2009
阳 奇. F-P 半导体激光器混沌同步和调制响应特性理论研究 [D]. 重庆: 西南大学, 2009