激光束畸变波前高频相位的恢复

付福兴 张 彬

(四川大学电子信息学院,四川 成都 610064)

摘要 利用相位均方根(RMS)梯度描述的随机相位屏表示低频波前畸变,用扰动幅度表征的随机相位屏描述高频 波前畸变,建立了激光束的畸变波前模型。根据已知的近场低频相位以及近场和远场光强分布,采用逐次逼近迭 代法对畸变波前的高频相位进行了恢复,并从波前残差、波前峰谷(PV)值、波前 RMS、波前功率谱密度(PSD)等不 同角度对高频相位的恢复效果进行了定量分析。在此基础上,对不同的畸变波前进行了高频相位的恢复,以验证 该恢复算法的适应性。结果表明,运用逐次逼近迭代法,能有效地根据近场低频相位以及近场和远场光强分布恢 复得到畸变波前的高频相位,进而可获得包括低频和高频相位在内的近场畸变波前信息,且该方法适用于不同畸 变波前的高频相位恢复。

关键词 激光器;高频相位恢复;逐次逼近迭代法;相位校正 中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.0402009

Recovery of High Frequency Phase of Laser Beam with Wavefront Distortion

Fu Fuxing Zhang Bin

(College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract The model of laser beam with distorted wavefront has been given, where the root-mean-square (RMS) gradient and the random phase perturbation have been introduced to describe the low and the high frequency phase distortions, respectively. According to the known low frequency phase in near-field, the intensity distribution in near-field and the intensity distribution in far-field, the successive iteration method has been proposed to recover the high frequency phase in near-field, and the recovery effect of high frequency phase has been analyzed quantitatively in the terms of the residual error, peak-valley (PV) value, RMS and power spectral density (PSD) of the wavefront. In addition, the adaptability of the retrieval method has been convinced by recovering different distorted wavefronts. The results show that the high frequency phase of distorted wavefront can be recovered effectively by using the successive iteration method, and the wavefront distortion including the low and the high frequency phases can be readily obtained. Furthermore, the successive iteration method is valid to recover different distorted wavefronts. **Key words** lasers; recovery of high frequency phase; method of successive iteration; phase correction **OCIS codes** 140.1550; 140.3300; 120.1088; 120.5050

1 引 言

在高功率化学激光器中,由于受到腔镜倾斜^[1]、 腔镜热变形^[2]以及腔内增益介质不均匀等因素的影 响^[3],导致激光器输出光束的波前发生相位畸变,从 而使输出光束的光束质量明显下降。自适应光学技 术通过波前探测器实时测量波前像差,并运用光学 变形镜对光束的畸变波前进行相位补偿^[4,5],进而 改善激光光束质量^[6]。然而,由于变形镜单元尺寸 受到加工精度的限制,致使变形镜对波前相位中空 间频率高于截止频率(由变形镜单元尺寸确定)的部

收稿日期:2010-08-12; 收到修改稿日期:2011-01-21

基金项目:中国科学院自适应光学重点实验室基金(LAOF201002)资助课题。

作者简介:付福兴(1979—),男,博士研究生,主要从事激光束传输与控制技术等方面的研究。

E-mail:fuxingbo999@yahoo.cn

导师简介:张 彬(1969—),女,博士,教授,主要从事高功率激光技术、光束传输变换和控制、非线性光学等方面的研究。 E-mail:zhangbinff@sohu.com(通信联系人)

分的校正效果并不明显^[7]。在实际工作中,可分别 利用夏克-哈特曼传感器和 CCD 探测器对波前畸变 光束的近场低频相位分布以及近场和远场光强分布 进行测量,而近场高频相位分布则很难准确测量。 然而,畸变波前中的高频相位对激光束的远场光束 质量和自适应校正的效果均存在明显的影响^[8]。因 此,本文依据激光器输出光束的近场光强分布、近场 低频相位分布以及远场光强分布,采用逐次逼近迭 代法恢复输出光束的近场高频相位分布,并从多个 角度定量分析高频相位的恢复效果;同时对不同的 畸变波前进行高频相位恢复,以验证该恢复算法的 适应性。

2 计算模型和恢复方法

2.1 环状光束模型

对于化学激光器的输出光束,通过实验测量可 以得到其近场光强分布、远场光强分布以及近场低 频相位分布,而近场的高频相位却难以测量。为了 恢复输出近场的高频相位,需要首先建立输出光束 近场光场分布的物理模型。

化学激光器一般采用非稳腔,输出光束通常为 环状光束,其光场分布可表示为^[9]

$$U_{_{0}} = \sum_{|n|=L}^{M} \exp \left[-\left(\frac{\sqrt{x_{_{0}}^{2} + y_{_{0}}^{2}} - m \omega_{_{0}}}{\omega_{_{0}}} \right)^{2}
ight] imes \exp \left[-\mathrm{i} arphi_{_{0}}(x_{_{0}}, y_{_{0}})
ight], \quad (L \leqslant M) \quad (1)$$

式中L和 $M(L,M=0,1,2,\dots)$ 为环状光束的阶数; w_0 为偏心高斯光束的束宽; $\varphi_0(x_0, y_0)$ 为激光器输 出光束的初始相位,可表示为

 $\begin{aligned}
\varphi_0(x_0, y_0) &= \varphi_{01}(x_0, y_0) + \varphi_{0h}(x_0, y_0), \quad (2) \\
式 &= \varphi_{01}(x_0, y_0) 为低频相位畸变, \varphi_{0h}(x_0, y_0) 为高 \\
频相位畸变。
\end{aligned}$

2.2 畸变波前模型

通过随机相位屏来构建输出光束的近场波前相位,其低频相位畸变可表示为^[10]

 $\varphi_{01}(x_0, y_0) = A \operatorname{Random}(-1, 1) \otimes$

$$\exp\left\{-\left[\left(\frac{x_0}{g_x}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{g_y}\right)^2\right]\right\}, \quad (3)$$

式中 A 为低频相位幅度系数, Random(-1,1)表示 从-1到1的均匀分布的二维随机数, \otimes 表示卷积, $g_x 和 g_y 分别为x 方向和y 方向相位畸变起伏参数。$

高频相位畸变可以表示为

$$\varphi_{0h}(x_0, y_0) = \sigma \text{Random}(-1, 1),$$
 (4)
式中 σ 为随机相位扰动的幅度。

根据(1)~(4)式计算得到具有波前相位畸变的 环状光束的典型近场光场分布如图 1 所示。计算所 用参数:环状光束阶数 L=3,M=5(对应的光束遮 拦比为 1:3),偏心高斯光束宽度 $w_0=8$ mm(对应的 光束外径为50 mm),激光波长 $\lambda=1.315 \ \mu$ m,低频 相位幅度系数 A=0.2,低频相位扰动参数 $g_x=g_y=$ 30 mm,高频相位扰动参数 $\sigma=0.7$ 。



图 1 输出近场光场分布。(a) 光强分布,(b) 相位分布

Fig. 1 Near field distributions of (a) intensity and (b) phase

2.3 畸变波前高频相位的恢复算法

图 2 给出了激光器输出光束传输至远场的示意 图:U₀ 表示输出近场的光场分布,经透镜聚焦系统 在透镜的后焦面上形成远场分布,设输出远场的光 场分布为 U_1 ,输出近场至透镜的距离为d,透镜的 焦距为f。

输出光束的远场分布可以通过惠更斯-菲涅耳 衍射积分公式求得,其表达式为

$$U_{1}(x_{1},y_{1}) = \left(-\frac{\mathrm{i}}{\lambda f}\right) \exp\left[\frac{\mathrm{i}2\pi}{\lambda}(d+f)\right] \iint U_{0} \exp\left\{\frac{\mathrm{i}\pi}{\lambda f}\left[\left(1-\frac{d}{f}\right)(x_{1}^{2}+y_{1}^{2})-2(x_{0}x_{1}+y_{0}y_{1})\right]\right\} \mathrm{d}x_{0} \mathrm{d}y_{0},$$
(5)

式中λ为输出光束的波长。同理,通过菲涅耳衍射的逆运算可以得到光束的近场分布U。,即

$$U_{0}(x_{0}, y_{0}) = \left(\frac{\mathrm{i}}{\lambda f}\right) \exp\left[\frac{-\mathrm{i}2\pi}{\lambda}(d+f)\right] \times \\ \iint U_{1}(x_{1}, y_{1}) \exp\left\{\frac{\mathrm{i}\pi}{\lambda f}\left[\left(1-\frac{d}{f}\right)(x_{1}^{2}+y_{1}^{2})-2(x_{0}x_{1}+y_{0}y_{1})\right]\right\} \mathrm{d}x_{1} \mathrm{d}y_{1},$$
(6)





Fig. 2 Schematic diagram of laser beam propagation

根据输出光束的近场光强分布、远场光强分布 以及近场低频相位分布,采用逐次逼近迭代法可恢 复得到近场高频相位分布,恢复算法的具体步骤为: 1) 根据已知的远场光强 I₁ 确定远场的光场分布 $U_1^{(1)} = \sqrt{I_1} \exp\{-i[\varphi_1^{(1)}]\},$ 其中 $\varphi_1^{(1)}$ 为远场初始相 位。为了提高算法的收敛速度,对常规逐次逼近迭代 法中的初始相位做适当修正,即以近场光强和近场 低频相位所构建的远场相位作为远场的初始相位 $\varphi_1^{(1)}$,可由(5)式求得;2)通过菲涅耳衍射积分的逆 运算求得输出场分布 $U_0^{(1)}$ 。通常, $|U_0^{(1)}| \neq \sqrt{I_0}$; 于 是,做振幅强制,即令 $|U_0^{(2)}| = \sqrt{I_0}$,并且保留高频 相位,则有 $U_0^{(2)} = \sqrt{I_0} \exp\{-i[\varphi_{01} + \varphi_{0h}^{(1)}]\};3$)通过 菲涅耳衍射公式求得远场分布 U12,且一般情况下, $|U_1^{(2)}| \neq \sqrt{I_1}$, 再次做振幅强制,即令 $|U_1^{(3)}| =$ $\sqrt{I_1}$,且保留相位,则有 $U_1^{(3)} = \sqrt{I_1} \exp\{-i[\varphi_1^{(3)}]\},$ 作为下一轮迭代过程的初始分布。如此循环迭代, 使恢复的高频相位逐渐逼近其真实值,直至满足精 度要求为止。该算法流程如图 3 所示。





3 高频相位恢复效果分析

计算中假定空间频率低于 15 mm⁻¹ 所对应的 相位为低频相位。对于图 1(b)所示的近场畸变波 前,运用低通滤波的方法保留其低频相位,再结合图 1(a)中的近场光强分布利用(5)式可以计算得到远 场初始相位 φ11,最后,运用逐次逼近迭代法恢复近 场波前的高频相位。经过1000次迭代和2000次迭 代后,恢复所得的近场波前相位如图4所示。进一 步计算可知,未恢复高频相位时近场波前的峰谷 (PV)值为3.9834λ,均方根(RMS)值为1.2912λ;而 迭代 1000 次恢复所得的近场波前相位的 PV 值为 4.0245λ, RMS 值为1.2655λ, 恢复波前与实际波前 的残差为0.0547λ;迭代 2000 次恢复所得的近场波 前相位的 PV 值为4.0260, RMS 值为1.2640, 恢 复波前与实际波前之间的残差为0.0551λ。由此可 知,高频相位恢复前后的 PV 值变化不大,且 RMS 值基本不变。



为了更好地反映高频相位的恢复效果,还可以

图 4 恢复所得的近场波前相位分布。(a) 迭代 1000 次,(b) 迭代 2000 次

Fig. 4 Distributions of recovered phase of near field wavefront. (a) iterating 1000 times, (b) iterating 2000 times

利用波前功率谱密度(PSD)来评价。假定输出近场 的实际波前功率谱密度为 d_{PSD},通过恢复所得的近 场波前功率谱密度为 d_{PSD1},可采用二者的均方根 *ε* 作为判断恢复效果的依据,其表达式为

当迭代1000次和迭代2000次时,恢复所得的

近场波前 d_{PSD_1} 分布和实际波前 d_{PSD_0} 分布[实际波前即为图 1(b)所对应的近场相位]如图 5 所示。

$$\xi = \frac{1}{MN} \left\{ \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \left[\left| d_{\text{PSD}_{1}}(m,n) - d_{\text{PSD}_{0}}(m,n) \right| - \overline{d_{\text{PSD}}(m,n)} \right]^{2} \right\}^{1/2},$$
(7)

式中

$$\overline{d_{\text{PSD}}(m,n)} = \frac{1}{MN} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \left| d_{\text{PSD}_{1}}(m,n) - d_{\text{PSD}_{0}}(m,n) \right|,$$
(8)

离散计算时, d_{PSD} 表达式^[11] 为

$$d_{\rm PSD}(m,n) = \frac{\Delta x \Delta y}{MN} \left| \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \varphi(m,n) \exp\left[-i2\pi \left(\frac{mm_v}{M} + \frac{m_v}{N} \right) \right] \right|^2, \tag{9}$$

式中 M, N 分别为 x, y 方向上的采样点数, $\Delta x, \Delta y$ 分别为 x, y 方向上的采样间距, $\varphi(m, n)$ 为采样点 的相位, $-M/2 \leq m_v \leq M/2, -N/2 \leq n_v \leq N/2$ 。

 10^{9} 10 1: real values without recovery 1: real values without recovery (b)(a) 2: recovery values 2: recovery values 10^{6} 10^{6} $d_{
m psp}$ /(nm² • mm) $d_{
m psp}$ /(nm² • mm) 10^{4} 10^{4} 10^{2} 10^{2} $10^{0}_{10^{-2}}$ $10^{0}_{10^{-2}}$ 10⁻¹ 10⁰ Spatial frequency /mm⁻¹ 10 10- 10° 10 Spatial frequency /mm⁻¹

图 5 恢复近场波前 d_{PSD1} 分布和实际波前 d_{PSD2} 分布。(a) 迭代 1000 次,(b) 迭代 2000 次

Fig. 5 Distributions of wavefront d_{PSD} . (a) for 1000 times, (b) for 2000 times

分析图 5 可知,在空间频率小于 1 mm⁻¹的部 分,迭代 1000 次和迭代 2000 次恢复所得的近场波 前 d_{PSD_1} 分布与实际波前 d_{PSD_0} 分布基本吻合;在空间 频率大于1 mm⁻¹的部分, d_{PSD_1} 与 d_{PSD_0} 存在一定差 距,但总的来说这部分高频相位占波前相位的比例 非常小,可忽略不计。另外,根据(7)~(9)式计算可 得,迭代1000 次和迭代2000 次的误差均方根 ε 值均 为1.4315×10³ nm² · mm,实际波前功率谱密度的 平均值 $\overline{d_{PSD_0}}$ 为 4.5125×10⁴ nm² · mm,且 $\varepsilon/\overline{d_{PSD_0}}$ = 0.0317。由此可见,说明采用本文给出的逐次逼近迭 代法可有效地恢复得到近场高频相位分布。

为了说明恢复算法对光强分布的影响,图 6 给 出了迭代 2000 次后的近场光强及远场光强分布。 计算所用参数: $f=2 \text{ m}, w_0 = 8 \text{ mm}, A=0.2, g_x =$ $g_y=30 \text{ mm}, \sigma=0.7$ 。为了便于比较,图 7 还给出了 激光器输出光束的光强分布(即实际光强分布)。

波前畸变光束的实际光强分布和恢复光强分布

之间的平均相对误差可表示为

$$\overline{\epsilon} = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \frac{I'_{0}(m,n) - I_{0}(m,n)}{I_{0}(m,n)} \right|, \quad (10)$$

式中 $I_0(m,n), I'_0(m,n)$ 分别为近场光强的真实值 和恢复值。

比较图 6(a)和图 7(a)可知,迭代 2000 次恢复 所得的近场光强分布与实际近场光强分布基本一 致,其平均相对误差 $\overline{\epsilon_1} = 0.009$;比较图 6(b)和图 7 (b)可知,迭代 2000 次恢复所得的远场光强分布与 实际远场光强分布也基本相同,其平均相对误差 $\overline{\epsilon_2} = 0.013$;比较图 6(c)和图 7(c)可知,恢复所得的 远场光斑与实际远场光斑也基本相同。由此可见, 运用逐次逼近迭代算法,可有效地根据近场低频相 位以及近场和远场光强分布恢复得到畸变波前的高 频相位。

为了进一步验证本文提出的迭代算法的适应 性,针对不同的畸变波前进行了高频相位恢复。当



图 6 迭代 2000 次光强分布。(a) 近场光强分布 *I*₀,(b) 远场光强分布 *I*₁,(c) 远场光斑分布 Fig. 6 Distribution of light intensity for iterating 2000 times. (a) near-field light intensity *I*₀, (b) far-field light intensity *I*₁, (c) light spot of far-field





参数 L=3, M=5, $w_0=8$ mm, $\lambda=1.315$ μm, A=0.2, $g_x=g_y=20$ mm, $\sigma=0.6$ H, 计算得到畸变波前 的 PV 值为3.5024 λ , RMS 值为0.8496 λ ; 运用逐次 迭代算法恢复波前的高频相位后, 恢复所得的波前 相位 PV 值为3.5839 λ , RMS 值为0.8547 λ , 恢复波 前与实际波前之间的残差为0.0824 λ 。由此可见, 运 用本文提出的逐次迭代法可以有效地恢复波前高频 相位, 且该方法针对不同的畸变波前均适用。

4 结 论

以随机相位屏构建化学激光器输出光束的畸变 波前模型,模拟了激光器输出光束的近场分布和远 场分布;依据输出光束的近场光强分布、远场光强分 布以及近场低频相位分布,运用逐次逼近迭代方法, 恢复得到了输出光束近场的高频相位分布,并由此 获得光束近场相位分布(包括低频和高频相位);通 过对不同的畸变波前进行高频相位恢复,验证了本 文提出的恢复算法的适应性。研究结果表明,运用 逐次逼近迭代算法,可有效地根据近场低频相位以 及近场和远场光强分布恢复得到畸变波前的高频相 位,且该方法适用于不同畸变波前高频相位的恢复, 可为自适应相位校正效果的预估提供有用参考。

参考文献

- 1 Zhang Xiang, Xu Bing, Yang Wei. Influence on outcoupled mode by introducing intracavity mirror tilt perturbation [J]. *Chinese J*. *Lasers*, 2006, **33**(3):303~310
 - 张 翔,许 冰,杨 伟. 腔镜倾斜扰动对正支共焦腔输出光束 模式的影响[J]. 中国激光, 2006, **33**(3);303~310
- 2 Du Yanyi, An Jianzhu, Shu Xiaojian. Effect of thermal distortion of mirror on characteristics of laser beam in unstable resonator [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008, 20(8): 1333~1338
- 杜燕贻,安建祝,束小建. 腔镜热变形对非稳腔光场特性的影响 [J]. 强激光与粒子束, 2008, **20**(8):1333~1338
- 3 Zhang Hu, Peng Yufeng, Cheng Zhuhai. Effect of inhomogeneity gain on mode of laser [J]. *Acta Photonica Sinca*, 2002, **31**(6): 685~688
- 张 虎,彭玉峰,程祖海. 非均匀增益对激光模式的影响[J]. 光 子学报, 2002, **31**(6):685~688
- 4 O. Albert, L. Sherman, G. Mourou *et al.*. Smart microscope: an adaptive optics learning system for aberration correction in multiphoton confocal microscopy [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(1): 52~54
- 5 Li Min, Chen Bo, Li Xinyang et al.. Close-loop experiment of an

adaptive optics system on the dynamic aberrations based on linear phase retrieval technique [J]. Chinese J. Lasers, 2010, 37(4): $954 \sim 958$

- 李 敏,陈 波,李新阳等.基于线性相位反演技术的自适应光 学动态像差校正闭环实验研究[J].中国激光,2010,**37**(4): 954~958
- 6 Jiang Wenhan, Yang Zeping, Guan Chunlin et al.. New progress on adaptive optics in inertial confinement fusion facility [J]. Chinese J. Lasers, 2009, 36(7):1625~1634 姜文汉,杨泽平,官春林等. 自适应光学技术在惯性约束聚变领

域应用的新进展[J]. 中国激光, 2009, **36**(7):1625~1634

7 Yang Huafeng, Liu Guilin, Rao Changhui et al.. Spatial frequency analysis of wavefront compensation capabilities of deformable mirror [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2007, 19(11):1845~1849

杨华峰,刘桂林,饶长辉等.变形镜波前补偿能力的空间频域分析[J]. 强激光与粒子束,2007,**19**(11):1845~1849

8 Fu Fuxing, Zhang Bin. Analysis on effect of wave-front phase distortion correction [J]. *High Power Laser and Particle*

Beams, 2011, 23(1):1~6

付福兴,张 彬. 畸变波前相位校正效果分析[J]. 强激光与粒子 束, 2011, 23(1):1~6

9 Zhang Shuai, Zhang Bin. Transformation properties of annular beams passing through an astigmatic lens [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, **20**(2):197~200

张 帅,张 彬.环状光束通过像散透镜的变换特性[J]. 强激光 与粒子束,2008,**20**(2):197~200

- Yang Yisong, Li Qiang, Zhang Bin. Influence of phase perturbation on the focal spot in third harmonics generation [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(10):1333~1336
 杨毅松,李 强,张 彬. 相位畸变在三次谐波转换中对聚焦光 斑形态的影响[J]. 中国激光, 2005, **32**(10):1333~1336
- 11 Liu Hongjie, Jing Feng, Zuo Yanlei *et al.*. Relation between wavefront power spectral density and wings of focal spot [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(4):504~508 刘红婕,景 峰,左言磊等.激光波前功率谱密度与焦斑旁瓣的关系[J]. 中国激光, 2006, **33**(4):504~508