

# 激光雷达反演气溶胶后向散射系数误差估算

陶宗明<sup>1,2</sup> 吴德成<sup>2</sup> 刘东<sup>2</sup> 胡顺星<sup>2</sup> 聂淼<sup>1</sup> 史博<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>炮兵学院基础部物理教研室, 安徽 合肥 230031  
<sup>2</sup>中国科学院大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031)

**摘要** 激光雷达是探测大气强有力的工具,其误差估算是数据处理的一个重要内容。在气溶胶后向散射系数的反演公式中,气溶胶后向散射系数对各直接测量量的偏导数是很难求的,传统的误差传递公式难以发挥作用。针对这一困难,提出了一种直接的误差传递方法,通过对比计算检验了它的合理性和可靠性。并用该方法估算大气分子消光系数、参考点气溶胶后向散射系数、气溶胶激光雷达比和测量信号分别独立变化时引起激光雷达反演气溶胶后向散射系数误差的大小及总误差的大小。

**关键词** 大气光学;激光雷达;误差;误差传递;后向散射系数

**中图分类号** TN958.98 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.1214001

## Estimation of Aerosol Backscatter Coefficient Error in Lidar Data Processing

Tao Zongming<sup>1,2</sup> Wu Decheng<sup>2</sup> Liu Dong<sup>2</sup> Hu Shunxing<sup>2</sup> Nie Miao<sup>1</sup> Shi Bo<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Section of Physics T&R, Department of Basic Sciences, Artillery Academy, Hefei, Anhui 230031, China  
<sup>2</sup> Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China)

**Abstract** Lidar is a powerful tool for atmospheric detection, and its estimation of error is an important content for data processing. In the inversion formula of aerosol backscatter coefficient, it is difficult to calculate the partial derivative of aerosol backscatter coefficient for direct measuring variables, and the conventional error transfer formula can not be applied. To solve the above problem, a direct error formula is proposed, and its reasonability and reliability are tested by comparison calculation. This method can be applied in estimation of aerosol backscatter coefficient total error from molecular extinction coefficient error, aerosol backscatter coefficient error at reference point, lidar ratio error and measuring signal error in lidar data processing.

**Key words** atmospheric optics; lidar; error; error transfer; backscatter coefficient

**OCIS codes** 010.1290; 010.1350; 010.1100; 280.1350; 290.5820

## 1 引言

激光雷达在激光器发明后不久就被 Fiocco 等<sup>[1]</sup>用于大气探测。近年来,激光技术的发展提供了很好的激光雷达光源,光电技术的进步大大提高了激光雷达的探测灵敏度,使得激光雷达具有探测距离远、时空分辨率高等优点,逐步成为强有力的大气探测工具,已被广泛应用于环境与大气监测等领域<sup>[2~6]</sup>。

准确估算激光雷达测量信号的误差是十分重要的,在激光雷达的研制过程中,用模拟计算的误差来帮助研究人员选择元件的技术参数;在激光雷达数据反演过程中,它可以提供和保证探测结果的可靠性。误差传递理论常被用来估算间接测量量的误差<sup>[7]</sup>,但这一理论需要用到间接测量量对各种直接测量量的偏导数。在有些情况下(如激光雷达的数据处理中),间接测量量对直接测量量函数的表达式可以写出,但

**收稿日期**: 2011-07-29; **收到修改稿日期**: 2011-09-06

**基金项目**: 国家自然科学基金(40975010)和科技部科技基础性专项(2007FY110700)资助课题。

**作者简介**: 陶宗明(1962—),男,博士,教授,主要从事激光雷达大气探测和激光雷达系统研制等方面的研究。

E-mail: zmtao@aiofm.ac.cn

间接测量量对直接测量量的偏导数很难求出,这时传统的误差传递公式就难以发挥作用。针对这一困难,本文在分析误差传递公式的基础上提出了一种直接的误差传递方法,通过对比计算检验了它的合理性和可靠性。应用这一方法估算大气分子消光系数、参考点气溶胶后向散射系数、气溶胶激光雷达比和测量信号分别独立变化时引起激光雷达反演气溶胶后向散射系数误差的大小及总误差的大小。

## 2 直接的误差传递公式

### 2.1 公式的提出

一般情况下,间接测量量  $y$  可以表示为几个直接测量量  $(x_1, x_2, \dots)$  的某种函数关系<sup>[8]</sup>,即

$$y = f(x_1, x_2, \dots), \quad (1)$$

间接测量结果可表示为

$$y = \bar{y} \pm \sigma(y), \quad (2)$$

式中  $\bar{y}$  为间接测量量的平均值,  $\sigma(y)$  为间接测量量的误差。根据误差传递理论,间接测量量的误差与直接测量量的误差  $\sigma(x_i)$  之间的关系为

$$\sigma(y) = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \sigma^2(x_1) + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \sigma^2(x_2) + \dots}, \quad (3)$$

式中  $\sigma(y)$  的大小表示测量值的波动情况。而测量的

精度用相对误差  $E$  来表示,即

$$E = \frac{\sigma(y)}{y}, \quad (4)$$

相对误差小,测量精度就高;反之,相对误差大,测量精度就低。

在间接测量量对直接测量量的偏导数很难求出的情况下(如  $\partial y/\partial x_1$  不好求),就不能用(3)式的误差传递公式。把(3)式变形可得

$$\sigma(y) = \sqrt{\sigma^2(y_1) + \sigma^2(y_2) + \dots}, \quad (5)$$

式中  $\sigma^2(y_1) = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \sigma^2(x_1)$ ,  $\sigma^2(y_2) = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \sigma^2(x_2)$ ,

$\dots$ , 它们分别代表了每一个直接测量量单独的误差传递给间接测量量的误差大小。由数学公式可知

$$\sigma^2(y_1) \approx \left\{ \frac{y[x_1 + \sigma(x_1)] - y(x_1)}{\sigma(x_1)} \right\}^2 \sigma^2(x_1) = \{y[x_1 + \sigma(x_1)] - y(x_1)\}^2, \quad (6)$$

在这里其他直接测量量作为常数不变,仅考虑测量量  $x_1$  误差带来的影响,同理有

$$\sigma^2(y_2) \approx \{y[x_2 + \sigma(x_2)] - y(x_2)\}^2, \dots \quad (7)$$

经过上面的推导可以看出:在偏导数很难求的情况下,只要间接测量量与直接测量量的数学表达式可以写出来,利用(5)式和(6)式等,间接测量量的误差就能近似计算出来。其表达式可写为

$$\sigma(y) = \sqrt{\{y[x_1 + \sigma(x_1)] - y(x_1)\}^2 + \{y[x_2 + \sigma(x_2)] - y(x_2)\}^2 + \dots}, \quad (8)$$

(8)式就是直接的间接误差传递公式。

### 2.2 已知函数比对检验

利用偏导数能求出的函数来检验(3)式与(8)式

的差别。为了不失一般性,被用来计算的函数有和、差、乘、指数等形式,为简便只考虑了2个自变量,具体的形式和参量如表1所示。

表1 两种方法求误差的比对(其中  $k$  为常数)

Table 1 Comparison of the two method for error ( $k$  is the constant)

Function from	$y = x_1 \pm x_2$	$y = x_1 \times x_2$	$y = x_1 \exp(kx_2)$
Error of Equ. (3)	$\sqrt{\sigma^2(x_1) + \sigma^2(x_2)}$	$\sqrt{x_2^2 \sigma^2(x_1) + x_1^2 \sigma^2(x_2)}$	$\sqrt{\exp(2kx_2) \sigma^2(x_1) + x_1^2 \exp(2kx_2) k^2 \sigma^2(x_2)}$
Error of Equ. (8)	$\sqrt{\sigma^2(x_1) + \sigma^2(x_2)}$	$\sqrt{x_2^2 \sigma^2(x_1) + x_1^2 \sigma^2(x_2)}$	$\sqrt{\exp(2kx_2) \sigma^2(x_1) + x_1^2 \exp(2kx_2) \{\exp[k\sigma(x_2)] - 1\}^2}$

通过表1和进一步的计算表明:对于加、减和乘法的函数形式,(8)式和(3)式计算出的误差是完全一致的;对于除法、对数和指数函数及其他形式,(8)式和(3)式计算出的误差是有区别的,但在误差本身很小的情况下,它们是近似相等的。实际上,用(8)式来计算误差是正宗的、直接的方法,而(3)式是(8)式的近似。因为一般情况下,(3)式要比(8)式计算方便得多,且这两个公式的近似相等条件容易满足,故人们习惯于用(3)式替代(8)式。

## 3 气溶胶后向散射系数误差的估算

米氏散射激光雷达技术可用来反演大气气溶胶后向系数  $\beta_1(z)$ ,根据激光雷达方程式,间接测量量大气气溶胶后向散射系数  $\beta_1(z)$  的表达式为<sup>[9]</sup>

$$\beta_1(z) = -\beta_2(z) + \frac{X(z) \exp[2(S_1 - S_2) \int_z^{z_c} \beta_2(z) dz]}{\beta_1(z_c) + \beta_2(z_c) + 2S_1 \int_z^{z_c} X(z) \exp[2(S_1 - S_2) \int_z^{z_c} \beta_2(z') dz'] dz} \quad (9)$$

式中  $z_c$  为参考点的高度,  $X(z)$  是回波信号与距离平方的乘积,  $S_1$  和  $S_2$  分别表示气溶胶和大气分子的激光雷达比(即消光后向散射比),  $\beta_1(z)$  和  $\beta_2(z)$  分别表示气溶胶和大气分子在高度  $z$  处的后向散射系数。(9) 式中, 有 4 个量的测量误差会传递给大气气溶胶后向散射系数  $\beta_1(z)$ , 它们分别是大气分子的后向散射系数  $\beta_2(z)$ 、参考点的气溶胶后向散射系数  $\beta_1(z_c)$ 、激光雷达比  $S_1$  和回波信号距离平方  $X(z)$ 。要想算出  $\beta_1(z)$  对 4 个直接测量量的偏导数是比较困难的, 因而用传统的误差传递公式来计算其总误差是很难的, 鲜见有这方面的文献。用本文提出的方法, 则可以很容易地计算出它们对气溶胶后向散射系数各自独立引起的误差和总误差大小。中国科学院安徽光学精密机械研究所(简称安徽光机所)的双波长米氏散射激光雷达是探测大气气溶胶时空分布的有力工具<sup>[10]</sup>, 下面用上述方法估算反演气溶胶后向散射系数的误差大小。2008 年 11 月 19 日 17:30 分安徽光机所双波长激光雷达探测到的大气气溶胶数据具有一般性, 其 532 nm 通道的大气气溶胶后向散射系数的反演廓线如图 1 所示(空间分辨率是 30 m), 反演用到的假设和条件是: 气溶胶的激光雷达比  $S_1 = 50$  sr, 大气分子的消光系数和后向散射系数来源于安徽光机所探空所得大气分子数密度的计算, 参考点气溶胶的后向散射系数  $\beta_1(z_c) = 0.01\beta_2(z_c)$ 。大气分子的后向散射系数  $\beta_2(z)$ 、参考点的气溶胶后向散射系数  $\beta_1(z_c)$ 、激光雷达比  $S_1$  和回波信号距离平方  $X(z)$  这 4 个量单独变化时对气溶胶后向散射系数相对误差的廓线如图 2~5 所示,

为了减少波动, 在计算中对反演出的后向散射系数进行了 3 点三角形滑动平滑。

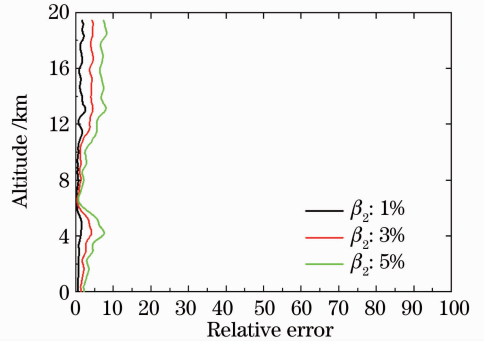


图 2 大气分子后向散射系数变化引起的气溶胶后向散射系数相对误差

Fig. 2 Aerosol relative error caused by molecular backscatter coefficient error

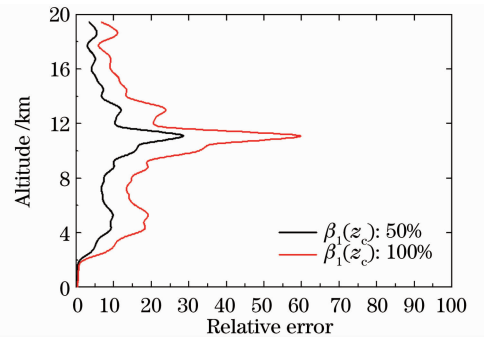


图 3 参考点后向散射系数变化引起的气溶胶后向散射系数相对误差

Fig. 3 Aerosol relative error caused by molecular backscatter coefficient error

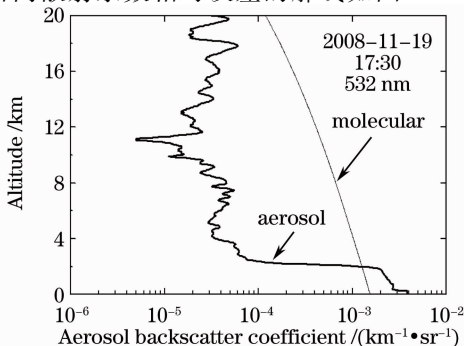


图 1 大气气溶胶后向散射系数廓线

Fig. 1 Profile of aerosol backscatter coefficient

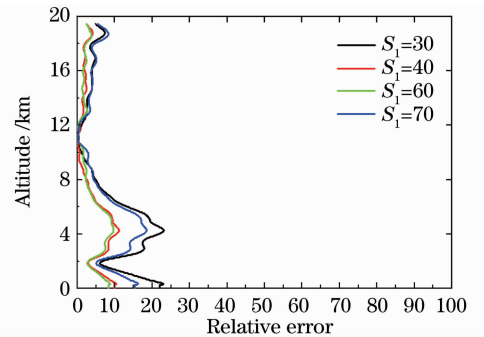


图 4 激光雷达比变化引起的气溶胶后向散射系数相对误差

Fig. 4 Aerosol relative error caused by lidar ratio error

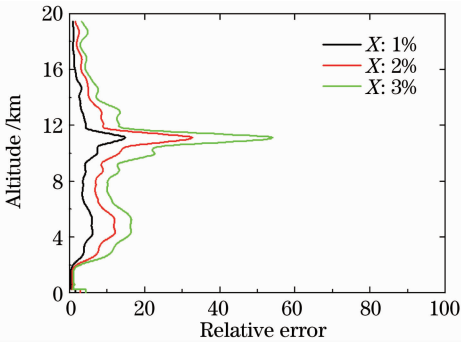


图 5 回波信号变化引起的气溶胶后向散射系数相对误差

Fig. 5 Aerosol relative error caused by returned signal error

根据经验,由探空获得的大气分子数密度转换成大气分子的后向散射系数的相对误差小于 1%,大气气溶胶的激光雷达比对 532 nm 波长一般在 30~70 sr 之间,选对流层顶附近的干净层为参考点,其气溶胶的后向散射系数的相对误差可能达到 100%,激光雷达回波信号经平均后的相对误差控制在 2% 以内。根据以上各直接测量量的误差大小,由(8)式估算出气溶胶的后向散射系数的总相对误差如图 6 所示。

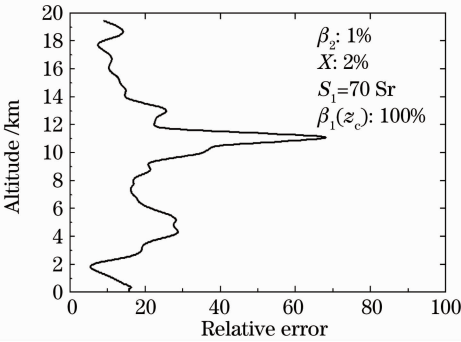


图 6 4 个变量变化引起的气溶胶后向散射系数总相对误差

Fig. 6 Total aerosol relative error caused by four variables errors

## 4 讨 论

相对误差量  $E_i = \sigma(y_i)/\bar{y}$  的大小,反映了直接测量量  $x_i$  单独引起间接测量量  $y$  的相对误差大小。在误差分析中,通过比较各个直接测量量引起的相对误差大小,可知它们在总误差中所占的比重。

由 4 个变量单独对气溶胶后向散射系数相对误差的估算结果图 2~5 可以清楚地看出:1) 反演中所用到的大气分子后向散射系数由安徽光机所长期探测资料而来,其相对误差在 1% 以内。从图 2 中

可知大气分子后向散射系数变化引起的气溶胶后向散射系数相对误差不大,即使大气分子的后向散射系数变化 3%,引起的气溶胶后向散射系数的相对误差也约 5% 以内,且有随高度降低而减小的趋势; 2) 在本次数据处理中,参考点的高度是 11.1 km,参考点是这一区域中的干净点,一般情况下,取参考点的气溶胶后向散射系数是大气分子后向散射系数的 1%(532 nm) 作为它的真值,但实际上这一取法本身有很大的误差,其相对误差可达 100%。它传递给气溶胶后向散射系数的误差也较大,当参考点的气溶胶后向散射系数相对误差为 100% 时,从图 3 中得出 3 km 高度以上气溶胶相对误差可得 20%, 3 km 高度以下相对误差较小。而 3 km 高度以下,气溶胶的后向散射系数较大,这也就是说在这种情况下,气溶胶后向散射系数较大时,它的相对误差较小,气溶胶后向散射系数较小时,它的相对误差较大,在参考点附近相对误差达到最大值(参考点相对误差小于预设值的原因是由于平滑的结果)。在参考点以上,相对误差逐渐变小,可能的原因是在参考点以上气溶胶的后向散射系数数值本身相对较大(见图 1)的结果; 3) 气溶胶的激光雷达比与气溶胶的成分、尺度谱等多因素有关,而在米氏散射激光雷达的反演程序中,它要作为已知条件给出,于是人们只能根据经验假设一个值。对于 532 nm 波长的激光雷达,其取值范围在 30~70 sr 之间,以 50 sr 作为它的真值,不同的激光雷达比引起的气溶胶后向散射系数的相对误差如图 4 所示,它与图 3 有很大的区别,在 6 km 高度以下,气溶胶后向散射系数相对误差较大,而在 6 km 高度以上,气溶胶后向散射系数相对误差较小; 4) 激光雷达回波信号的误差与硬件及多次平均有关。对于安徽光机所双波长激光雷达 532 nm 的通道而言,在 10000 次的平均情况下, 15 km 高度内的回波信号误差在 2% 以内。比较图 3 和图 5 发现,回波信号变化和参考点气溶胶后向散射系数变化引起的后向散射系数相对误差的廓线相似。4 个变量都变化,且大气分子的后向散射系数的相对误差取 1%,参考点的气溶胶后向散射系数相对误差取 100%,激光雷达比取 50 sr,回波信号误差取 2%,则引起气溶胶后向散射系数总的相对误差如图 6 所示,除参考点附近区域相对误差较大外,其他高度上的总误差约在 30% 以内,在较低高度上(气溶胶后向散射系数较大时),相对误差主要来源是激光雷达比的误差,在较高高度上(气溶胶后向散射系数较小时),相对误差主要来源是参考点

气溶胶后向散射系数误差和激光雷达回波信号的误差。

## 5 结 论

对于激光雷达数据的应用,人们更关心的是气溶胶消光系数和整层光学厚度。气溶胶大多富集在大气边界层内,后向散射系数的大小在边界层内外区别很大。气溶胶的消光系数等于后向散射系数与激光雷达比的积。从上面的分析大致可知,对气溶胶消光系数相对误差较大的应该是激光雷达比,对气溶胶光学厚度相对误差影响较大的还是激光雷达比。故激光雷达比的准确度在激光雷达数据反演中至关重要。误差的估算结果与具体探测数据有关,不同的探测数据结果可能不完全一致,但变化趋势应该是一致的。通过分析可知,直接的误差传递公式是合理的、可靠的,在一些特殊场合是很实用的。

## 参 考 文 献

- 1 G. Fiocco, L. D. Smullin. Detection of scattering layers in the upper atmosphere (60~140 km) by optical radar[J]. *Nature*, 1963, **199**(4900): 1275~1276
- 2 Li Jiming, Huang Jianping, Yi Yuhong *et al.*. Analysis of vertical distribution of cloud in east asia by space-based lidar data [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences*, 2009, **33**(4): 698~707  
李积明, 黄建平, 衣育红等. 利用星载激光雷达资料研究东亚地区云垂直分布的统计特征[J]. *大气科学*, 2009, **33**(4): 698~707
- 3 Dong Yunsheng, Liu Wenqing, Liu Jianguo *et al.*. Application study of lidar in urban traffic pollution[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 315~320  
董云升, 刘文清, 刘建国等. 激光雷达在城市交通污染中应用研

- 究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 315~320
- 4 Liu Cheng, Ming Hai, Wang Pei *et al.*. Measurements of the aerosol over Naqu of Tibet and suburb of Beijing by micropulse lidar (MPL) [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(9): 1435~1439  
刘 诚, 明 海, 王 沛等. 西藏那曲与北京郊区间对流层气溶胶的微脉冲激光雷达测量[J]. *光子学报*, 2006, **35**(9): 1435~1439
- 5 Tao Zongming, M. Patrick McCormick, Wu Dong *et al.*. Measurements of cirrus cloud backscatter color ratio with a two-wavelength lidar[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(10): 1478~1485
- 6 Liu Houtong, Ge Zhanqi, Wang Zhenzhu *et al.*. Extinction coefficient inversion of airborne lidar detection in low-altitude by Fernald iterative backward integration[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 1837~1843  
刘厚通, 葛占旗, 王珍珠等. 利用 Fernald 迭代后向积分法反演低空探测机载激光雷达消光系数[J]. *光学学报*, 2008, **28**(10): 1837~1843
- 7 Tao Zongming, Zhang Yinchao, Cen Gang *et al.*. Estimating method of detecting minimum pollutant gas concentration by lidar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 602~604  
陶宗明, 张寅超, 岑 岗等. 激光雷达探测污染气体最小浓度的估算方法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(5): 602~604
- 8 Du Yilin, Sun Wenbin, Ling Jie. College Experimental Physics [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2002  
杜义林, 孙文斌, 凌 洁. 大学实验物理教程 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2002
- 9 Chen Tao, Wu Decheng, Liu Bo *et al.*. A new method for determining aerosol backscatter coefficient boundary value in the lower troposphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(6): 1531~1536  
陈 涛, 吴德成, 刘 博等. 低层大气中确定气溶胶后向散射系数边界值的新方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(6): 1531~1536
- 10 Chi Ruli, Wu Decheng, Liu Bo *et al.*. Dual-wavelength Mie lidar observations of tropospheric aerosols [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2009, **29**(6): 1468~1472  
迟如利, 吴德成, 刘 博等. 双波长米散射激光雷达探测对流层气溶胶消光特征[J]. *光谱学与光谱分析*, 2009, **29**(6): 1468~1472

栏目编辑: 何卓铭