# 条纹投影轮廓术中新的相位高度映射算法

肖焱山<sup>1,2</sup> 曹益平<sup>1</sup> 武迎春<sup>1</sup> (<sup>1</sup>四川大学光电科学系,四川成都 610064 <sup>2</sup>三峡大学理学院,湖北 宜昌 443002

摘要 提出一种新的更具普适性的相位高度映射关系,测量中无需考虑系统双瞳连线是否与参考面平行以及成像 系统光轴是否与参考面垂直。该映射关系有效地将待标定系数与标定采样点的像素坐标分离开来,系统校准时只 需标定与采样点坐标位置无关的常系数,大大减少标定采样点数目,且在校准过程中只需2个标定平面。实验证 实了该方法的有效性和正确性。

关键词 测量;三维面形测量;条纹投影轮廓术;相位高度映射;校准;简化 **中图分类号** TN206:O438.2 文献标识码 А doi: 10.3788/CJL201138.1208004

## A New Phase-to-Height Mapping Algorithm in Fringe **Projection Profilometry**

Xiao Yanshan<sup>1,2</sup> Cao Yiping<sup>1</sup> Wu Yingchun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China <sup>2</sup> College of Science, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China

Abstract A novel and universal mathematical description of the phase-to-height mapping relationship under divergent illumination is presented, which meets the condition of the imaging system axes being not perpendicular to the reference plane and the link of system's two pupils being not parallel to the reference plane. In the proposed method, the undetermined coefficients are separated from the coordinate system, which are independence to the coordinate system, so the amount of sampling points for calibration is reduced greatly, and only two calibration planes are required. The experiment has verified the feasibility and validity of the proposed method.

Key words measurement; three-dimensional shape measurement; fringe projection profilometry; phase-to-height mapping; calibration; simplifying

OCIS codes 120.2830; 100.2650; 100.5088; 120.6650

#### 弓[ 1 言

由于具有非接触、高速、高精度、易于在计算机 控制下实行自动化测量等优点,以条纹投影为代表 的光学三维传感技术已被广泛用于机器视觉、实物 仿形、工业制造与检测、生物医学等领域[1]。传统的 条纹投影轮廓术对系统几何结构有比较严格的限 制,要求投影系统中心与成像系统中心的连线与参 考面平行,投影系统或成像系统光轴与参考平面垂 直[2,3],这些条件在实际应用时难以实现。针对这 种局限性,众多学者对测量系统的搭建和标定进行 了深入的探讨[4~10],取得了一定的进展。文献[4, 5]提出了改进的傅里叶变换轮廓术,系统校准采用 显式标定方法,需事先测定系统的一些结构参量, 如:投影系统中心到成像系统中心的距离 d、成像系

收稿日期: 2011-07-14; 收到修改稿日期: 2011-09-14

基金项目:国家重大专项(2009ZX02204-008)、四川省学术和技术带头人培养基金(07GRC-01)和湖北省教育厅自然科学 研究项目(B201001203)资助课题。

作者简介:肖焱山(1980一),男,讲师,博士研究生,主要从事光学三维传感、光信息处理等方面的研究。 E-mail: xiaoyanshan@qq. com

导师简介:曹益平(1962--),男,教授,博士生导师,主要从事光学三维传感、光信息处理和光机电一体化等方面的研究。 E-mail: ypcao@scu.edu.cn(通信联系人,光学学会会员号:6100106)

统中心到参考平面的距离 L 以及投影系统光轴与 成像系统光轴之间的夹角 θ 等,而精确测定这些参 量值是十分困难的;文献[6~10]采用隐式校准方 法,提出的相位高度映射关系中待标定系数是关于 标定采样点空间坐标的函数,系统校准时标定平面 上所有采样点都要参与标定计算,且至少需要 3 个 标定平面,校准过程比较复杂。

针对以上问题,本文提出一种新的相位高度映 射关系,测量中采用发散照明方式,无需考虑投影系 统与成像系统双瞳连线是否与参考面平行以及成像 系统光轴是否与参考面垂直;且新映射关系有效地 将公式中待标定的系数与标定采样点的像素坐标分 离开来,系统校准时只需标定与采样点坐标无关的 常系数,这样大大减少了标定采样点数目;新映射关 系中高度是与参考面和物体表面条纹相位这两个变 量相关的函数,校准过程中只需2个标定平面,简化 了系统校准过程。

### 2 测量原理

将一正弦光栅像投影到物体表面,其光强可表 示为

$$I(x,y) = A(x,y) + B(x,y) \cos[\varphi(x,y) + \delta],$$
(1)

式中A(x,y)为背景光强,B(x,y)为条纹对比度, $\delta$ 为相移量。对于N次相移法<sup>[3]</sup>,光强可表示为

$$I_n(x,y) = A(x,y) + B(x,y) \cos\left[\varphi(x,y) + \frac{2n\pi}{N}\right],$$
  
$$n = 1, 2, \cdots, N$$
(2)

那么相位值为

$$\varphi(x,y) = -\arctan\left[\frac{\sum\limits_{n=0}^{N-1} I_n \sin\left(\frac{2n\pi}{N}\right)}{\sum\limits_{n=0}^{N-1} I_n \cos\left(\frac{2n\pi}{N}\right)}\right].$$
 (3)

相位  $\varphi(x,y)$  被截断在反三角函数主值区间( $-\pi,\pi$ ) 内,必须进行相位展开,连续相位分布记为  $\phi(x,y)$ 。 需要建立相位到高度的映射关系,以获得物体的三 维高度分布。

- 3 相位高度映射关系
- 3.1 相位及高度计算

测量系统光路图如图1所示。数字光投影系统

(DLP)的光轴  $I_1O$ 与成像系统(CCD)的光轴  $I_2O$ 交 于参考面 R上的 O点,投影系统中心  $I_1$ 与成像系统 中心  $I_2$ 的连线与参考平面的夹角为  $\theta_0$ 。投影系统距 参考面  $L_P$ ,成像系统距参考面  $L_C$ 。投影系统、成像系 统光轴与参考面法线(即 Z轴)夹角分别为 $\theta_1$ , $\theta_2$ 。参 考面上点 C与物面上点 D 成像于 CCD上同一点,记  $\angle DCA = \theta_3$ , $\angle DAC = \theta_4$ 。



Fig. 1 Schematic of measuring method

物体表面任一点 D 的高度 h (即 $\overline{DB}$ ) 的表达式 推导过程为:

在 △ACD 中,

$$\overline{DB} = \frac{\overline{AC}}{\cot \theta_3 + \cot \theta_4}, \qquad (4)$$

而

$$\overline{AC} = \frac{p}{2\pi} | \phi_{\rm C} - \phi_{\rm D} | = -\frac{p}{2\pi} \phi_{\rm CD}, \qquad (5)$$

(5)式中 p 表示发散照明下参考面条纹周期。 $\frac{1}{p} =$  $\frac{1}{p_0} \cos \theta_1 \left(1 - \frac{2x \sin \theta_1 \cos \theta_1}{L_p}\right)^{[11]}, p_0$  为投影光栅周期。

在 
$$\Delta I_2 CN$$
 中,  $\cot \theta_3 = \frac{\overline{CN}}{\overline{I_2 N}} = \frac{\overline{OC} + \overline{ON}}{\overline{I_2 N}}, \overline{I_2 N} =$ 

$$L_{\rm c}, \overline{OC} = \frac{p}{2\pi} \phi_{\rm c}, \overline{ON} = L_{\rm c} \tan \theta_2, \text{ ff V},$$
$$\cot \theta_3 = \frac{p \phi_{\rm c} + 2\pi L_{\rm c} \tan \theta_2}{2\pi L_{\rm c}}, \tag{6}$$

同理,在 $\Delta I_1 AM$ 中,

$$\cot \theta_4 = \frac{2\pi L_{\rm P} \tan \theta_1 - p \phi_{\rm D}}{2\pi L_{\rm P}}, \qquad (7)$$

联立(4)~(7)式,物体的高度分布表示为

$$h = -\frac{pL_{\rm C}L_{\rm P}\phi_{\rm CD}(x,y)}{2\pi L_{\rm C}L_{\rm P}(\tan\theta_1 + \tan\theta_2) + p[L_{\rm P}\phi_{\rm C}(x,y) - L_{\rm C}\phi_{\rm D}(x,y)]},\tag{8}$$

式中  $\phi_{c}$  表示参考面相位分布, $\phi_{D}$  表示物体表面相位分布, $\phi_{cD} = \phi_{D} - \phi_{c}$ ,即 CCD 同一点所对应的两个相位值之差。

将 p 的表达式代入(8)式,物体高度表达式可变换为

$$h = -\frac{p_0 L_c L_P \phi_{CD}(x, y)}{2\pi \cos \theta_1 (L_P - 2x \sin \theta_1 \cos \theta_1) L_c (\tan \theta_1 + \tan \theta_2) + p_0 [L_P \phi_C(x, y) - L_C \phi_D(x, y)]}, \qquad (9)$$

此处 x,y为世界坐标系值,在实际测量过程中所处 理的是 CCD 拍摄到的以图像像素坐标系为参考系 的二维图像,当 CCD 光轴与参考面不垂直时,各物 点通过 CCD 成像放大率不同,世界坐标系到图像像 素坐标系的变换不再满足线性关系,必须建立世界 坐标系与像素坐标系的关系,将世界坐标系转换到 图像像素坐标系。

### 3.2 CCD 成像及成像空间坐标转换

要实现世界坐标系到图像像素坐标系的转换, 首先要找到世界坐标系下的物点通过 CCD 成像后 的像点坐标,如图 2 所示。L 表示 CCD 成像透镜, OO'表示透镜光轴,与参考面法线(即 Z 轴)方向夹 角为 $\theta_2$ ,F'是透镜像方焦点,透镜焦距为f',F平面 是透镜像方焦平面,也是 CCD 的成像平面。设透镜中 心O'的坐标为( $x_G$ , $z_G$ ),焦点F'的坐标为( $x_F$ , $z_F$ )。



图 2 CCD 透镜成像示意图 Fig. 2 Schematic diagram of CCD lens

选取参考面上一点 P,坐标为(x,0),在光轴上 垂直为 E。通过透镜成像后像点为 P',坐标为( $x_{P'}$ ,  $z_{P'}$ ),在 CCD 成像面 F 上的像点为 P'',坐标为( $x_{P'}$ ,  $z_{P'}$ )。图中 $|\overline{OE}|$ , $|\overline{OE'}|$ 表示成像物距与像距,  $| \overline{PE} |, | \overline{P'E'} | 表示物高与像高,根据透镜成像高$  $斯公式以及 <math>\triangle O'P'E' 与 \triangle O'P''F'$  的相似关系,解 出 P'' 的坐标( $x_{P'}, z_{P'}$ ) 为

$$\begin{cases} x_{F'} = x_{F'} + \frac{f' x \cos^3 \theta_2}{x \sin \theta_2 \cos \theta_2 - z_{O'}} \\ z_{F'} = z_{F'} - \frac{f' x \sin \theta_2 \cos^2 \theta_2}{x \sin \theta_2 \cos \theta_2 - z_{O'}} \end{cases}$$
(10)

再根据空间几何变换原理将点 P''坐标转换到 $CCD 成像坐标系。图 1 中 <math>O \cdot XYZ$  表示世界坐标 系, $O_c - X_c Y_c Z_c$  表示 CCD 成像坐标系,其中  $O_c X_c Y_c$ 与透镜像方焦平面 F 重合, $O_c$  点与像方焦点 F' 重 合, $X_c$  轴与 X 轴的夹角为 $\theta_2$ , $Y_c$  轴与 Y 轴同向, $Z_c$  轴 与 CCD 光轴重合,与 Z 轴夹角为 $\theta_2$ 。

设  $O_c$ - $X_cY_cZ_c$ 下 P''点的坐标值为( $x_c, y_c, z_c$ ), 则 P''点坐标从世界坐标系O-XYZ 变换到 CCD 成像 坐标系  $O_c$ - $X_cY_cZ_c$ 满足<sup>[12]</sup>

$$\begin{bmatrix} x_{c} \\ y_{c} \\ z_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{2} & \sin \theta_{2} & 0 \\ -\sin \theta_{2} & \cos \theta_{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{2} & \sin \theta_{2} \\ 0 & -\sin \theta_{2} & \cos \theta_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{P'} \\ y_{P'} \\ z_{P'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -z_{F'}/\cos \theta_{2} \end{bmatrix}, (11)$$

$$P'' \, \underline{k} \, \underline{C} = F \, \underline{m} \, B \, X_{c} O_{c} Y_{c} \, \underline{m} \, \overline{n}, \overline{n}$$

$$z_{c} = 0. \qquad (12)$$

联立(10)~(12)式解得  

$$x_{c} = x_{F'}\cos\theta_{2} + \frac{f'x\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})}{x\sin\theta_{2}\cos\theta_{2} - z_{O'}},$$
(13)

变换得

$$x = \frac{z_{0'} \left(x_{\rm c} - x_{F'} \cos \theta_2\right)}{\left(x_{\rm c} - x_{F'} \cos \theta_2\right) \sin \theta_2 \cos \theta_2 - f' \cos^2 \theta_2 \left(\cos^2 \theta_2 - \sin \theta_2\right)},\tag{14}$$

将(14)式代入(9)式并考虑到在 OXYZ 与  $O_c$ - $X_cY_cZ_c$  中对应点相位值相等,得到 CCD 成像坐标系  $O_c$ - $X_cY_cZ_c$  下相位高度映射关系为

$$h(x_{\rm c}, y_{\rm c}) = \frac{c_1 \phi_{\rm CD}(x_{\rm c}, y_{\rm c}) + c_2 x_{\rm c} \phi_{\rm CD}(x_{\rm c}, y_{\rm c})}{1 + c_3 x_{\rm c} + c_4 \phi_{\rm C}(x_{\rm c}, y_{\rm c}) + c_5 \phi_{\rm D}(x_{\rm c}, y_{\rm c}) + c_6 x_{\rm c} \phi_{\rm C}(x_{\rm c}, y_{\rm c}) + c_7 x_{\rm c} \phi_{\rm D}(x_{\rm c}, y_{\rm c})},$$
(15)

式中

$$\begin{cases} c_{1} = \frac{p_{0}L_{P}[x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} + f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]}{2\pi\cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{2} = \frac{-p_{0}L_{P}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi\cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{3} = \frac{L_{P}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2} - z_{O}\sin2\theta_{1}}{z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})} \\ c_{4} = \frac{-p_{0}L_{P}[x_{F}'\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]}{2\pi L_{C}\cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{5} = \frac{p_{0}[x_{F}'\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} + f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{6} = \frac{p_{0}L_{P}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi L_{C}\cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin2\theta_{1}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2}}{2\pi \cos\theta_{1}(\tan\theta_{1} + \tan\theta_{2})[z_{O}x_{F}\sin\theta_{2}\cos\theta_{2} - L_{P}x_{F}\sin\theta_{2}\cos^{2}\theta_{2} - L_{P}f'\cos^{2}\theta_{2}(\cos^{2}\theta_{2} - \sin\theta_{2})]} \\ c_{7} = \frac{-p_{0}\cos\theta_{2}}{$$

从(16)式可以看出  $c_1 \sim c_7$ 与成像坐标系坐标值  $x_c, y_c, z_c$  无关,仅与系统结构参数及 CCD 参数  $L_c, L_P, p_0$ ,  $\theta_1, \theta_2, f', x_{F'}, z_{O'}$ 有关,当测量系统不发生变动时, $c_1 \sim c_7$ 是常系数。不考虑透镜成像畸变,从 CCD 成像坐标 系  $O_c - X_c Y_c Z_c$  到图像像素坐标系  $O_p - UV$  的转换满足线性关系<sup>[12]</sup>

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 & u_0 \\ 0 & k & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c / z_c \\ y_c / z_c \\ 1 \end{bmatrix},$$
(17)

式中 k 为 CCD 放大系数,(u<sub>0</sub>, v<sub>0</sub>)是光轴中心线的像素坐标值。则(15)式变化为

$$h(u,v) = \frac{C_1 \phi_{\rm CD}(u,v) + C_2 u \phi_{\rm CD}(u,v)}{1 + C_3 u + C_4 \phi_{\rm C}(u,v) + C_5 \phi_{\rm D}(u,v) + C_6 u \phi_{\rm C}(u,v) + C_7 u \phi_{\rm D}(u,v)},$$
(18)

(18)式即为以图像像素坐标系  $O_p$ -UV 为参考系的 相位高度映射关系。u,v 表示像素坐标值, $C_1 \sim C_7$ 由 $c_1 \sim c_7$  经成像坐标系  $O_c$ - $X_cY_cZ_c$  到像素坐标系  $O_p$ -UV 变换所得,与坐标值 u,v 无关,与系统结构参 数及 CCD 内、外参数有关,是常系数。 $\phi_c(u,v),\phi_D(u,v)$ 分别表示 CCD 拍摄到的参考面和物体表面条纹的 相位值, $\phi_{CD}(u,v)$  表示  $\phi_c(u,v),\phi_D(u,v)$  之差。

#### 3.3 系统校准

(18)式中 $C_1 \sim C_7$ 与系统结构参数及CCD参数 相关,但是精确测量这些参数比如距离 $L_c, L_P$ 及角度 $\theta_1, \theta_2$ 是很困难的。为此采用隐式校准方法标定 系数,利用机械装置移动标定平面,根据标定平面移 动的距离及对应相位分布计算待标定系数。

在传统的相位高度映射关系式<sup>[7,8]</sup>  $\frac{1}{h(x,y)} =$  $a(x,y) + \frac{b(x,y)}{\phi(x,y)} + \frac{c(x,y)}{\phi^2(x,y)}$  中,待标定系数 a(x, y),b(x,y) 和 c(x,y) 是关于标定采样点空间坐标 的函数,系统校准过程中标定平面上所有采样点都 要参与标定计算,且标定平面需精确移动 3 次以上, 校准过程比较费时。本文所提相位高度映射公式中 待标定系数  $C_1 \sim C_7$  是与标定采样点坐标位置无关的常系数,只需 7 个标定采样点就能计算出这些系数,这样大大减少了标定采样点个数;同时该映射关系中高度是关于参考面条纹相位  $\phi_c(u,v)$ 、待测物表面条纹相位  $\phi_D(u,v)$  这两个变量的函数 [ $\phi_{CD}(u,v)$  支两个变量的函数 [ $\phi_{CD}(u,v) = \phi_c(u,v) - \phi_D(u,v)$ ],校准时标定平面只需移动 2 次。例如对于 1024 pixel × 768 pixel 大小的标定平面,采用传统映射关系校准时至少需 1024 × 768×3 个采样点参与计算,而采用本文所提映射关系校准时理论上仅需 7 个采样点参与计算,大大缩短了运算时间,简化标定过程。

为了提高测量精度,可采用最小二乘法计算 C<sub>1</sub>~C<sub>7</sub>,最小二乘法偏差表示为

$$S = \sum_{i=1}^{M} [C_1 \phi_i + C_2 u_i \phi_i - (1 + C_3 u_i + C_4 \phi_{iC} + C_5 \phi_{iD} + C_6 u_i \phi_{iC} + C_7 u_i \phi_{iD}) h_i^g]^2, \qquad (19)$$

式中 M 表示在标准平面上的采样点总数, $\phi_{iC}$ , $\phi_{iD}$ , $\phi_i$ 分别表示采样点 i 处参考面、物体表面条纹的相位 值以及它们的相位差, $h_i^e$ 表示采样点 i 处的高度值。  $C_1 \sim C_7$  可通过下式求解:

$$\frac{\partial S}{\partial C_i} = 0, \quad i = 1, 2, \cdots, M \tag{20}$$

需要注意的是在本文新映射关系的推导过程 中, $\phi_{c}$ , $\phi_{D}$ 是相对于图 1 中坐标原点 O 的相位,而实 际测量过程中 O 点位置是无法确定的,且通过相位 展开所获得的  $\phi_{C0}$ , $\phi_{D0}$ 是相对于展开起始点的连续 相位分布,但前者与后者满足线性关系  $\phi_{C} = k_{0}\phi_{C0} + b_{C0}$ , $\phi_{D} = k_{0}\phi_{D0} + b_{D0}$ ,式中 $k_{0}$ , $b_{C0}$ , $b_{D0}$ 是未知常数。将 此关系式代入新的映射关系(18)式后,尽管 $k_{0}$ , $b_{C0}$ , $b_{D0}$ 未知,但已隐含于待标定系数  $C_{1} \sim C_{7}$ 中,所以  $\phi_{C0}$ , $\phi_{D0}$ 仍满足映射关系。 4 实验与分析

为了验证所提测量方法的可行性和有效性,进行了实物测量。实验中所用数字光投影仪型号为 CP-HX6500,CCD型号为MTV1881EX,系统结构 参数和CCD参数不可知。在确定实验系统参数  $C_1 \sim C_7$ 过程中,标定平面相对于参考面移动2次, 移动距离分别是4 mm和16 mm,求出不同位置标 定平面相位分布,代入(19)、(20)式计算出 $C_1 \sim C_7$ 如表1所示。

Table 1 Distribution of $C_1 \sim C_7$ in the experiment						
$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$
-0.4754	0.0016	0.0036	-0.0063	5.3096 $\times 10^{-6}$	4.1479 $\times 10^{-7}$	$3.8815 \times 10^{-7}$
首先对一标准高度为17mm的立方块进行了测量,测量过程及处理结果如图3所示。						

表1 实验中 $C_1 \sim C_7$ 分布





图 3(a)表示待测的立方块;图 3(b)表示 CCD 拍摄到的一帧变形条纹图,由于待测物高度突变,变形条 纹发生错位,通过时间相位展开算法<sup>[13]</sup>计算连续相位分布;图 3(c)表示利用时间相位展开算法计算得到的 连续相位分布。将参考面条纹相位分布、物体表面条纹相位分布、相位差以及表 1 中 C<sub>1</sub>~C<sub>7</sub> 值代入(18)式 计算得到立方块高度分布。图 3(d)表示重建的立方块三维高度。

三维测量中常用平均相对误差 
$$s = \frac{\sum \left[ |h(i,j) - A| /A \right] \times 100\%}{m}$$
,均方差  $\sigma = \sqrt{\sum \left[ h(i,j) - A \right]^2 / m}$ 来

评价测量准确度,其中 h(i,j) 表示立方块的测量高度,A 为立方块的标准高度,m 为立方块表面总像素点。测量 结果显示立方块的平均高度为 17.15 mm,平均相对误差为0.89%,均方差为 0.09。表明所提的测量方法不仅 能有效获取被测物体三维信息,而且还具有较高的测量精度。

同时还对具有复杂面形的物体进行了测量。测 量的是一高度约为15 mm的"米奇"头像模型。 CCD 拍摄的变形条纹图像及处理过程如图 4 所示。 图 4(a)是待测的"米奇"模型;图 4(b)是其中1 帧变 形条纹图;图4(c)是截断相位分布,进行相位展开

> (b) mm (a) 15 12 (d)

图 4 米奇模型重建。(a)待测模型;(b)变形条纹图;(c)截断相位分布;(d)重建结果 Fig. 4 Measurement of a Mickey model. (a) Mickey model; (b) one of the deformed patterns; (c) wrapped phase distribution; (d) reconstruction result of the "Mickey" model

5 结 论

在传统的采用隐式校准的相位高度映射关 系[7,8]中,待标定系数往往与标定采样点坐标位置 相关,系统校准时标定面上所有采样点都要参与计 算,且需多次移动标定面,校准过程比较复杂。本文 提出了一种新的相位高度映射关系,一方面避免了 实际测量中无法精确实现系统双瞳连线与参考面平 行以及成像系统光轴与参考面垂直而引入的误差; 另外与传统映射关系不同的是新映射关系将待标定 系数与标定采样点的像素坐标分离开来,系统校准 过程中只需标定与采样点坐标无关的常系数,在标 定平面取7个标定采样点就能计算出待标定系数, 大大减少了标定采样点个数,且该映射关系中高度 是与参考面和待测物表面条纹相位这两个变量相关 的函数,校准过程中只需移动标定平面2次,简化了 标定过程。

#### 考 文 献 参

- 1 S. S. Gorthi, P. Rastogi. Fringe projection technique: whither we are? [J]. Opt. & Lasers in Engng., 2010, 48(2): 133~140
- 2 Mitsuo Takeda, Kazuhiro Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. Appl. Opt.,

1983, 22(24): 3977~3982

3 V. Srinivasan, H. C. Liu, M. Halioua. Automated phase measuring profilometry of 3D diffuse object [J]. Appl. Opt., 1984, 23(18): 3105~3108

获得连续相位分布后根据系统参数 C1~C7 值和

(18)式重建"米奇"头像高度分布:图4(d)是重建结

果。测量结果显示待测物最大高度为14.89 mm,

其三维轮廓清晰可见,正确地恢复了物体的三维

- 4 Mao Xianfu, Chen Wenjing, Su Xianyu et al.. Analysis of new phase and height algorithm in Fourier transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 225~229
- 毛先富,陈文静,苏显渝等.傅里叶变换轮廓术中新的相位及高 度算法分析[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 225~229
- 5 Mao Xianfu, Chen Wenjing, Su Xianyu. Analysis on an improved Fourier transform profilometry [ J ]. Chinese J. Lasers, 2007, **34**(1): 99~104

毛先富,陈文静,苏显渝.傅里叶变换轮廓术新理论研究[J].中 国激光,2007,34(1):99~104

- 6 Wen Yongfu, Su Xianyu, Zhang Qican. Universal calibration formula and system calibration method in Fourier transform profilometry [J]. Chinese J. Lasers, 2009, 36(8): 2094~2098 文永富,苏显渝,张启灿. 傅里叶变换轮廓术中一种普适的计算 公式和系统标定方法[J]. 中国激光, 2009, 36(8): 2094~2098
- 7 Li Wansong, Su Likun, Su Xianyu. Phase-measuring profilometry in big scale measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2000, **20**(6): 792~796 李万松,苏礼坤,苏显渝.相位检测面形术在大尺度三维面形测 量中的应用[J]. 光学学报, 2000, 20(6): 792~796
- 8 Li Wansong, Su Xianyu, Liu Zhongbao. Large-scale threedimensional object measurement: a practical coordinate mapping and image data-patching method[J]. Appl. Opt., 2001, 40(20): 3326~3333
- 9 P. J. Tavares, M. A. Vaz. Linear calibration procedure for the phase-to-height relationship in phase measurement profilometry [J]. Opt. Commun., 2007, 274(2): 307~314

信息。

- 10 Hongwei Guo, Haitao He, Yingjie Yu *et al.*. Least-squares calibration method for fringe projection profilometry [J]. Opt. Engng., 2005, 44(3): 033603
- 11 G. S. Spagnolo, G. Guattari, C. Sapia *et al.*. Contouring of artwork surface by fringe projection and FFT analysis[J]. *Opt.* & Lasers in Engng., 2000, 33(2): 141~156
- 12 Xu De, Tan Min, Li Yuan. Visual Measurement and Control for

Robots[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008 徐 德,谭 民,李 原. 机器人视觉测量与控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008

13 J. M. Huntley, H. O. Saldner. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis[J]. Appl. Opt., 1993, 32(17): 3047~3052

栏目编辑: 何卓铭

## 基于国产双包层掺镱光纤的 1018 nm 全光纤激光器

光纤激光器具有转换效率高、光束质量好、热管 理方便、结构紧凑等优点,在工业和国防领域有广泛 的应用前景。受抽运二极管亮度的限制,采用激光 二极管抽运的传统高功率掺镱光纤激光器的输出一 直限制在千瓦级水平。采用 1018 nm 的光纤激光 器抽运掺镱光纤(YDF)是产生更高功率输出的有 效方式。1018 nm 抽运光由激光二级管抽运的光纤 激光器产生,其亮度为激光二极管亮度的 100 倍以 上。目前输出功率在 3 kW 以上的光纤激光器均采 用了此类方式实现。由于高功率光纤激光的特殊用 途和商业机密等原因,目前国际上关于 1018 nm 光 纤激光本身的报道较少。尽管 IPG 公司研制出了 单纤输出 300 W 的 1018 nm 光纤激光器并用作 10 kW激光器抽运源,但并未公布具体细节。

课题组采用国产双包层掺镱(DC)光纤成功实现 1018 nm 全光纤结构光纤激光器十瓦级高功率输出。激光器系统结构如图 1 所示,一对中心波长为1018 nm的光纤光栅(FBG)与掺杂光纤熔接,形



图 1 1018nm 光纤激光器系统结构

#### Fig. 1 1018 nm fiber laser system

成谐振腔。所使用的增益光纤为长度为2 m的国产 双包层掺镱光纤,由中电集团第 23 研究所研制。该 光纤的纤芯和内包层直径分别为 11 μm 和 130 μm, 纤芯和内包层数值孔径分别为 0.07 和 0.46。使用 的抽运源(LD)中心波长为 975 nm,最大输出功率 为 27 W,输出端尾纤纤芯直径为125 μm。激光器 的输出功率随抽运功率的变化如图 2(a)所示,在最 高抽运功率为 27 W(对应抽运电流为 11 A)时,激 光器 的输出功率为 10.1 W,光光转换效率达 37.4%。利用光谱仪测得激光器输出最高功率时的 光谱如图 2(b)所示,可见 975 nm 的抽运光基本被 完全吸收,放大自发辐射(ASE)的峰值比信号光低 30 dB 左右,ASE 得到了很好的抑制。



图 2 1018 nm 光纤激光器特性。(a)功率特性;(b)最高功率时的输出光谱 Fig. 2 Properties of 1018 nm fiber laser. (a) Power property; (b) output spectra at the maximum power 致谢 感谢中电集团第 23 研究所科研中心潘志勇等提供的双包层掺杂光纤。

肖 虎 周 朴 王小林 董小林 刘泽金\* (国防科技大学光电科学与工程学院,湖南长沙410073) \*E-mail: zejinliu@vip. sina. com; zhoupu203@163. com 收稿日期: 2011-07-22; 收到修改稿日期: 2011-10-09