等效轴棱锥产生长距离无衍射贝塞尔光束

吴逢铁 张前安 郑维涛

(华侨大学信息科学与工程学院,福建泉州 362021)

摘要 无衍射贝塞尔(Bessel)光束在湍流大气中传输时受到的扰动较小,因此适合于大尺寸准直测量。为了克服 传统轴棱锥产生较短无衍射距离的局限,基于传统正、负轴棱锥的光传输特性,提出了两种用于产生长距离无衍射 贝塞尔光束的组合轴棱锥。利用光线追迹法和衍射理论模拟了组合轴棱锥的光传输特性。结果表明,两种组合轴 棱锥的光传输特性与传统正轴棱锥等效,且能够产生高质量的长距离无衍射贝塞尔光束,而且降低了元件的加工 难度。

关键词 衍射;无衍射光束;轴棱锥;组合轴棱锥;无衍射距离 中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.1202004

Generating Long-Distance Nondiffracting Bessel Beams with Equivalent Axicon

Wu Fengtie Zhang Qian'an Zheng Weitao

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract Nondiffracting Bessel beam is less disturbanced when propagating in the atmosphere. It's very suitable for alignment and measurement on large scale. To overcome the limited nondiffracting distance generated by the traditional axicon, two kinds of combined axicons based on the transmission properties of conventional axicons, are proposed for generating long-distance nondiffracting Bessel beam. Transmission properties of combined axicons are analyzed and simulated by optical ray tracing and diffraction theory. The results show that two kinds of combined axicons are equivalent to conventional positive axicon on transmission properties, but both of them can generate high quality and long-distance nondiffracting Bessel beam. Meanwhile, they also reduce the difficulties of element processing.

Key words diffraction; nondiffracting beam; axicon; combined axicon; nondiffracting distance OCIS codes 050.1940; 080.2740; 140.3300; 220.2740; 050.1970; 260.1960

1 引 言

高斯激光束具有方向性好、能量集中的优点,在 工程应用中经常被作为直线基准来进行直线度、同 轴度、平面度、平行度等的测量。但是,由于大气散 射和吸收、大气湍流的扰动,在利用高斯光束进行大 尺寸、长距离准直测量时测量精度一直都很难得到 提高^[1,2]。"无衍射贝塞尔(Bessel)光束"自 1987 年 由 J. Durnin 等^[3]首次提出以来,就因其独特的性 质(传输中保持光强分布不变、具有高度的局域化强 度分布、中心光斑极小、自重建等)引起了人们的广 泛关注^[4~7]。研究还发现,贝塞尔光束在空间传输 时受到大气湍流的扰动和在非均匀介质中受到的散 射影响比高斯激光束要小得多^[6,8]。因此,贝塞尔 光束更适合空间长距离准直和线性测量。

目前,产生无衍射贝塞尔光束的方法有多种,如 环缝-透镜法^[1]、相位全息图法^[9]、轴棱锥法^[10]、透 镜轴棱锥法等^[11,12]。在众多产生贝塞尔光束的方 法中,轴棱锥因其结构简单、转换效率高、光损伤阈

收稿日期: 2011-07-30; 收到修改稿日期: 2011-08-31

基金项目:国家自然科学基金(60977068,61178015)、国家高功率激光物理重点实验室开放基金课题(SG-001102)、华侨 大学学科重点建设项目经费资助和泉州市科技重点项目(2011G9)资助课题。

作者简介:吴逢铁(1958—),男,博士,教授,主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。 E-mail: fengtie@hqu. edu. cn

值大等优点成为产生贝塞尔光束最常用的光学元件。其产生的贝塞尔光束最大无衍射距离在光束半径 R 固定的情况下,与轴棱锥的锥面底角 γ 和折射 率差值 n-1 近似成反比关系^[3]。因此,要获取长距 离无衍射贝塞尔光束,一是选用折射率较小的材料 加工轴棱锥,但是常用光学玻璃材料的折射率变化 范围并不大,具有较小折射率的光学玻璃是稀少且 昂贵的。另一种方案是加工锥面底角很小的轴棱 锥,但是小的锥面底角在加工上是很困难的,目前市 场上的轴棱锥最小锥面底角为 0.5°左右,且价格 不菲。

如何产生长距离无衍射光一直是研究无衍射光 的一个重要课题。本文基于传统正、负轴棱锥的光 传输特性,提出了两种与正轴棱锥光传输特性等效 的光学元件,这些元件不但能产生长距离无衍射贝 塞尔光束,而且降低了元件加工的难度和成本,对无 衍射贝塞尔光束在高精度准直、大尺寸线性测量、空 间激光通信等领域具有较高的实用价值。

2 理论分析和数值模拟

2.1 传统轴棱锥的光传输特性

传统轴棱锥有正、负两种形式,平面波经过正轴 棱锥被变换为会聚的锥面波,锥面波相干叠加的区 域将产生无衍射贝塞尔光^[13],平面波经负轴棱锥被 变换为发散的锥面波。图1为平行光经正、负轴棱 锥的几何光线追迹图。

假设正、负轴棱锥的折射率和锥面底角相同,由 几何光学分析可知,在平行光入射情况下,正、负轴 棱锥出射光线的会聚角与发散角相等,均可表示 为^[3]

$$\vartheta \approx (n-1)\gamma,$$
(1)

式中n为正、负轴棱锥的折射率,γ为正、负轴棱锥



图 1 传统轴棱锥的几何光线追迹图。(a)正轴棱锥; (b)负轴棱锥

Fig. 1 Geometric ray tracing diagrams of traditional axicons. (a) Positive axicon; (b) negative axicon 的锥面底角。

正、负轴棱锥的振幅透射率函数可分别表示 为^[14]

$$T_{\rm PA}(r) = \exp\left[-\,\mathrm{i}k(n-1)\rho\gamma\right],$$

$$T_{\rm NA}(r) = \exp[ik(n-1)\rho\gamma], \qquad (2)$$

式中 k 为波数, p 为轴棱锥所在平面的径向坐标, r 为观察平面的径向坐标。

正、负轴棱锥的传输矩阵分别为[15]

$$\mathbf{T}_{\mathrm{PA}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -(n-1)\gamma/\rho & 1 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{T}_{\mathrm{NA}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)\gamma/\rho & 1 \end{bmatrix}.$$
(3)

由(3)式结合柱坐标系下的 Collins 公式得正轴棱锥 后的光场分布为^[16]

$$E(r,z) = \left(-\frac{\mathrm{i}k}{z}\right) \exp(\mathrm{i}kz) \exp\left(\frac{\mathrm{i}kr^{2}}{z}\right) \times \int_{0}^{R} E_{1} J_{0}\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{\mathrm{i}k\rho^{2}}{2z} - \mathrm{i}k(n-1)\gamma\rho\right] \rho \,\mathrm{d}\rho,$$
(4)

式中波长 λ =632.8 nm,光束半径 R=10 mm,锥面 底角 γ =1°,轴棱锥材料为 SCHOTT 公司的 N-BK7,其折射率n=1.51509。最大无衍射距离由公 式 $Z_{max} \approx R/[(n-1)\gamma]$ 计算得 $Z_{max} \approx 1.11$ m。利用 (4)式模拟正轴棱锥后的光强分布,如图 2 所示。



图 2 平行光通过正轴棱锥后的光强分布。(a)纵向光强分布;(b) z=0.8 m 处横截面二维光强分布; (c) z=0.8 m 处径向光强分布

Fig. 2 Intensity distributions of plane wave passing through a positive axicon. (a) Longitudinal intensity distribution; (b) cross section intensity distribution in two-dimension at z=0.8 m; (c) radial intensity distribution at z=0.8 m

由图 2 可以看出,轴棱锥产生的贝塞尔光束在 传输过程中几乎不发散,中心光斑极小,具有很高的 相对亮度,是极好的准直光源。然而,以上的模拟参数得到的无衍射光最大准直距离仅为1.11 m,非常

有限。如果要增大无衍射距离,可减小轴棱锥底角 γ。但是小的轴棱锥底角增大了元件的加工难度,容 易引起锥面的椭圆和锥尖的圆加工误差而降低了无 衍射光束的光学质量。

2.2 同种材料且不同锥面底角的组合轴棱锥

由(1)式可知,正轴棱锥对光线的会聚能力和负 轴棱锥对光线的发散能力都与轴棱锥的材料折射率 和锥面底角有关。若在轴棱锥材料相同的情况下, 加工出锥面底角分别为 γ_1 和 $\gamma_2(且 \gamma_1 > \gamma_2)$ 的正、 负轴棱锥,然后同轴紧密胶合成组合轴棱锥 (CAI),则CAI对入射光线仍然具有会聚作用。 图 3为CAI的几何光线追迹图,平行光经CAI折 射后具有相同的会聚角。



图 3 CAI的几何光线追迹图

Fig. 3 Geometric ray tracing diagram of the CA ${\rm I}$

由于正、负轴棱锥紧密胶合,CAI的振幅透射 率函数可表示为

$$T_{CAI}(r) = T_{N}(r) \cdot T_{P}(r) =$$

$$\exp[-ik(n-1)\gamma_{1}\rho] \cdot \exp[ik(n-1)\gamma_{2}\rho] =$$

$$\exp[-ik(n-1)(\gamma_{1}-\gamma_{2})\rho].$$
(5)

由(5)式与(2)式对比可以看出,CAI的光传输 特性与相同材料且锥面底角为 $\gamma_1 - \gamma_2$ 的正轴棱锥 相同,即CAI等效为相同材料且锥面底角为 $\gamma_1 - \gamma_2$ 的正轴棱锥。因此,由锥面底角差值较小而本身 的锥面底角不必很小的正、负轴棱锥组合,可以得到 具有较小等效锥面底角的CAI,解决了轴棱锥小 的锥面底角加工困难的问题。

由(3)式轴棱锥后的光场表达式可知,用 $\gamma_1 - \gamma_2$ 代换(3)式中的 γ 即可得到 CA I 后的光场表达式

$$E(r,z) = \left(-\frac{\mathrm{i}k}{z}\right) \exp(\mathrm{i}kz) \exp\left(\frac{\mathrm{i}kr^2}{z}\right) \times \int_{0}^{R} E_1 J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{\mathrm{i}k\rho^2}{2z} - \mathrm{i}k(n-1)(\gamma_1 - \gamma_2)\rho\right] \rho d\rho,$$
(6)

式中波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 光束半径 R = 10 nm, 正、 负轴棱锥的锥面底角 $\gamma_1 = 5^\circ$, $\gamma_2 = 4.9^\circ$, 则 CA I 的 等效锥 面底角为 $\gamma_1 - \gamma_2 = 0.1^\circ$ 。轴棱锥材料为 SCHOTT 公司的 N-BK7, 其折射率 n=1.51509, 由 公式 $Z'_{\text{max}} \approx R/[(n-1)(\gamma_1 - \gamma_2)]$ 计算最大无衍射距 离 $Z'_{\text{max}} \approx 11.12 \text{ m}$ 。利用(6)式模拟 CA I 后的光强 分布, 如图 4 所示。





Fig. 4 Intensity distributions of plane wave passing through the CA I. (a) Longitudinal intensity distribution; (b) cross section intensity distribution in two-dimension at z=8 m; (c) radial intensity distribution at z=8 m

由图 4 可以看出,CA I 后产生的光束具有明显的无衍射贝塞尔光束特性。由图 2(a)与图 4(a)对比可以看出,具有较大锥面底角的 CA I 可以产生较长距离的无衍射贝塞尔光束。

2.3 同锥面底角且不同材料的组合轴棱锥

组合轴棱锥 CA I 通过锥面底角的差别可获得 较长距离的无衍射贝塞尔光束,且角度差值越小,无 衍射距离越长。但是,太小的锥面底角差值在加工 上也是不好控制的。由(1)式可知,在正、负轴棱锥 的锥面底角固定的情况下,正轴棱锥的材料折射率 越大,对光线的会聚能力越强;负轴棱锥的材料折射 率越大,对光线的发散能力越强。因此,若用折射率 分别为 n_1 和 n_2 (且 $n_1 > n_2$)的材料加工出锥面底角 相同的正、负轴棱锥然后紧密胶合成组合轴棱锥 (CAII),则 CAII对入射光线仍然具有会聚作用。 图 5 为 CAII的几何光线追迹图,平行光经CAII折 射后具有相同的会聚角。

由于正、负轴棱锥紧密胶合,CAⅡ的振幅透射 率函数可表示为



图 5 CA [] 的几何光线追迹图 Fig. 5 Geometric ray tracing diagram of the CA []

$$T_{\text{CA}\parallel}(r) = T'_{\text{P}}(r) \cdot T'_{\text{N}}(r) =$$

$$\exp[-ik(n_{1}-1)\gamma\rho] \cdot \exp[ik(n_{2}-1)\gamma\rho] =$$

$$\exp\{-ik[(n_{1}-n_{2}+1)-1]\gamma\rho\}.$$
(7)

由(7)式与(2)式对比可以看出,CAII的光传输 特性与相同锥面底角且折射率为(n₁-n₂+1)的正 轴棱锥相同,即CAII等效于折射率为(n₁-n₂+1) 的正轴棱锥。因此,由材料折射率差值较小而本身 的锥面底角不必很小的正、负轴棱锥组合,可以得到 具有较小等效折射率的CAII。因为两种光学玻璃 通常具有较小的折射率差值,且有时差值极小,所以 具有极小折射率差值且具有相同锥面底角的正、负 轴棱锥组合,有望得到具有极小等效折射率的 CAII,从而获得极长无衍射距离的贝塞尔光束,进 一步解决轴棱锥小的锥面底角加工困难的问题。

由(4)式轴棱锥后的光场表达式可知,用(n₁n₂+1)代换(4)式中的 *n*即可得到 CA Ⅱ 后的光场表 达式

 $E(r,z) = \left(-\frac{\mathrm{i}k}{z}\right)\exp(\mathrm{i}kz)\exp\left(\frac{\mathrm{i}kr^2}{z}\right) \times$

$$\int_{0}^{\kappa} E_{1} J_{0}\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{\mathrm{i}k\rho^{2}}{2z} - \mathrm{i}k\left(n_{1} - n_{2}\right)\gamma\rho\right]\rho\mathrm{d}\rho, \qquad (8)$$

式中波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 光束半径 R = 10 nm, 正、 负轴棱锥的锥面底角均为 $\gamma = 1^{\circ}$, 正轴棱锥材料为 SCHOTT 公司的 N-BAK2(n = 1.53806), 负轴棱锥 材料为 SCHOTT 公司的 N-BK7(n = 1.51509),则 等效折射率 $n_1 - n_2 + 1 = 1.02297$, 由最大无衍射距 离公式 $Z''_{\text{max}} \approx R/[(n_1 - n_2)\gamma]$ 计算得最大无衍射距 离 $Z''_{\text{max}} \approx 24.94 \text{ m}$ 。利用(8)式模拟出 CA II 后的光 强分布, 如图 6 和图 7 所示。



图 6 平行光通过 CA II 后的纵向光强分布 Fig. 6 Longitudinal intensity distribution of plane wave passing through the CA II



图 7 贝塞尔光束不同距离处横截面二维光强分布;(a) z=5 m; (b) z=10 m; (c) z=20 m; (d)~(f): 对应图(a), (b), (c)的一维光强分布

Fig. 7 Two-dimensional intensity distributions of the Bessel beam at locations corresponding to distance of (a) z=5 m; (b) z=10 m and (c) z=20 m; (d)~(f) one dimensional intensity distribution corresponding to Figs. (a), (b) and (c)

由图 6 可以看出,CA Ⅱ 后产生的光束具有明显 的无衍射贝塞尔光束特性。由图 2(a),4(a)和图 6 对比可以看出,CA Ⅱ 产生的贝塞尔光束最大无衍射 距离更长,达到几十米。由图 7 可以看出,在无衍射 区域内,光束几乎不发散,且在传输了 20 m 之后中 心光斑直径仍不足 1 mm,而束腰半径 w=1 mm 的 高斯光在传播 20 m 后束腰半径将发散到 4.151 mm,可见CAII后产生的光束可以作为良好 的准直光源。

3 结 论

通过对传统正、负轴棱锥的光传输特性进行分 析,提出了利用轴棱锥锥面底角的差值和材料折射 率的差值设计的两种组合轴棱锥。从几何光线追迹 角度和衍射理论模拟了组合轴棱锥的光传输特性。 结果表明,两种组合轴棱锥的光传输特性都与传统 正轴棱锥等效,在产生长距离无衍射光束时,不必加 工极小的锥面底角也能够产生长距离的无衍射贝塞 尔光束,降低了元件的加工难度。研究结果对于无 衍射贝塞尔光束在工程中的应用具有实用价值。

参考文献

- 1 T. Chiba. Spot dancing of the laser beam propagated through the turbulent atmosphere [J]. Appl. Opt., 1971, 10 (11): 2456~2461
- 2 Cao Guohua, Xu Hongji, Su Chengzhi. Effect of atmospheric turbulence on the laser alignment of a shaft [J]. Acta Armamentarii, 2005, 26(3): 327~329 曹国华, 徐洪吉, 苏成志. 大气湍流对激光校准轴系的影响[J].
- 門国学, 係洪吉, 赤成志. 入气流流対激尤校准抽系的影响[J]. 兵工学报, 2005, 26(3): 327~329
- 3 J. Durnin, J. J. Miceli, J. Eberly. Diffraction-free beams[J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58(15): 1499~1501
- 4 D. McGloin, K. Dholakia. Bessel beams: diffraction in a new light[J]. Contemp. Phys., 2005, 46(1): 15~28
- 5 M. Mazilu, D. Stevenson, F. Gunn-Moore *et al.*, Light beats the spread: non-diffracting beams [J]. *Laser Photon. Rev.*, 2009, 4(4): 529~547
- 6 Florian O. Fahrbach, Philipp Simon, Alexander Rohrbach. Microscopy with self-reconstructing beams [J]. Nature Photonics, 2010, **204**: $1 \sim 6$

- 7 Zhang Qian'an, Wu Fengtie, Zheng Weitao et al.. Self-reconstruction properties of high-order Bessel-Gauss beam [J]. Science Siuica Physica, Mechanica & Astronomica, 2011, 41(10): 1131~1137
 张前安,吴逢铁,郑维涛等.高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性[J].中国科学G辑,物理学力学天文学, 2011, 41(10): 1131~1137
- 8 Tadashi Aruga, Shu Wingli, Shin Yoshikado et al.. Nondiffracting narrow light beam with small atmospheric turbulence-influenced propagation [J]. Appl. Opt., 1999, 38(15): 3152~3156
- 9 Ari Turunen, Antti Vasara, Ari T. Friberg. Holographic generation of diffraction-free beams [J]. Appl. Opt., 1998, 37(19): 3959~3962
- 10 John H. Mcleod. Axicons and their uses[J]. J. Opt. Soc. Am, 1960, 50(2): 166~169
- 11 Anna Burvall, Katarzyna Kolacz, Zbigniew Jaroszewicz et al.. Simple lens axicon[J]. Appl. Opt., 2004, 43(25): 4838~4844
- 12 Lu Wenhe, Wu Fengtie, Zheng Weitao. Generation of non-diffraction Bessel-liked beam using a lens axicon[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(6): 1618~1621
 卢文和, 吴逢铁, 郑维涛. 透镜轴棱锥产生近似无衍射贝塞尔光 束[J]. 光学学报, 2010, 30(6): 1618~1621
- 13 Igor A. Litvin, Melanie G. McLaren, Andrew Forbes. A conical wave approach to calculating Bessel-Gauss beam reconstruction after complex obstacles [J]. Opt. Commun., 2009, 282 (6): 1078~1082
- 14 Feng Guoying, Lü Baida, Cai Bangwei. Transformation properties of laser beams through axicon system and their applications[J]. Laser Technology, 1996, 20(3): 138~143 冯国英, 吕百达, 蔡邦维. 轴棱锥光学系统对激光束的变换和应 用[J]. 激光技术, 1996, 20(3): 138~143
- 15 Julio C. Gutiérrez-Vega, Rodolfo Rodríguez-Masegosa, Sabino Chawez-Crede *et al.*. Bessel-Gauss resonator with spherical output mirror: geometrical- and wave-optics analysis[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2003, **20**(11): 2113~2122
- 16 Wu Fengtie, Lu Wenhe, Ma Baotian. The beam propagation and transformation in axicon-lens system [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(9): 2557~2560

吴逢铁, 卢文和, 马宝田. 轴棱锥-透镜系统的光束传输与变换 [J]. 光学学报, 2009, **29**(9): 2557~2560

栏目编辑:宋梅梅