

# 飞秒激光脉冲序列互相关的数值模型与分析

许艳<sup>1,2,3</sup> 周维虎<sup>3</sup> 刘德明<sup>1</sup>

<sup>1</sup>华中科技大学光电子科学与工程学院, 湖北 武汉 430074  
<sup>2</sup>江西理工大学应用科学学院, 江西 赣州 341000  
<sup>3</sup>中国科学院光电研究院, 北京 100094

**摘要** 为研究飞秒激光超短脉冲序列在空气中传输的时间相干特性,根据飞秒脉冲序列的传播理论和空气折射率 Ciddor 公式,建立了飞秒激光脉冲序列间脉冲在空气中传播的互相关数值模型。根据该模型可以得到不同光谱分布、不同光程差和不同大气条件下的飞秒脉冲序列间脉冲的互相关图形。数值模拟结果表明随着脉冲间光程差的增大,由于色散的原因,互相关图形加宽和啁啾,并且峰能量减小;然而当光程差不变,仅改变大气条件时,互相关图形仅仅作线性移动,没有任何额外线性加宽或啁啾。飞秒光学频率梳具有非常高的时间相干性,并且飞秒脉冲间的互相关图形只取决于激光器光源的光谱分布。

**关键词** 测量;飞秒激光;互相关;飞秒脉冲序列

**中图分类号** TN247;O242.1

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201138.1108002

## Numerical Experiment and Analysis of Cross-Correlation between Pulses of Femtosecond Laser Sequence

Xu Yan<sup>1,2,3</sup> Zhou Weihu<sup>3</sup> Liu Deming<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

<sup>2</sup>College of Applied Science, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou, Jiangxi 341000, China

<sup>3</sup>Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China

**Abstract** The numerical model of the cross-correlation between pulses of the femtosecond laser sequence propagating in air is developed to investigate the temporal coherence characteristic of the femtosecond laser ultrashort pulse sequence. The model is based on the propagation theory of the femtosecond pulse sequence and the refractive index of air Ciddor formula. The auto-correlation patterns between pulses of the femtosecond pulse sequence in different spectral distribution with different optical path differences under different atmospheric conditions can be obtained from the model. The simulation results show that the auto-correlation patterns become broadening and chirp with the peak power decreasing due to dispersion, as the optical path difference between the pulses increases. However when the atmospheric conditions are changed with the same optical path difference, the correlations patterns only shift without any extra linear broadening or chirp. The femtosecond optical frequency comb has very high temporal coherence. The formation of the cross-correlation function between the femtosecond pulses only depends on the spectral distribution of the laser source.

**Key words** measurement; femtosecond laser; cross-correlation; femtosecond pulse sequence

**OCIS codes** 080.2468; 000.3860; 010.1300; 020.1670

**收稿日期:** 2011-06-13; **收到修改稿日期:** 2011-07-20

**基金项目:** 国家自然科学基金(60937002)和北京市自然科学基金(4112065)资助课题。

**作者简介:** 许艳(1982—),女,博士研究生,讲师,主要从事飞秒激光测距方面的研究。E-mail: teddy1250@sina.com

**导师简介:** 刘德明(1957—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光纤通信技术和光网络技术等方面的研究。

E-mail: dmliu@mail.hust.edu.cn(通信联系人)

# 1 引 言

飞秒光学频率梳将锁模技术和稳频控制技术相结合,已经取得了令人瞩目的进展<sup>[1,2]</sup>。飞秒光学频率梳由于具有高度的频率稳定性和非常宽的光谱,已被广泛应用于精密光学频率测量、高精度光谱仪和距离测量等各种精密度量中<sup>[3]</sup>。1996年,Xu等<sup>[4]</sup>将飞秒光学频率梳的脉冲序列送入迈克耳孙干涉仪,第一次测量到脉冲序列的不同脉冲之间的时间平均载波包络偏移,观察到脉冲序列对具有非常高的时间相干性。1998年,Chekhovsky等<sup>[5]</sup>提出了一个基于飞秒脉冲的距离测量干涉仪新方案。2000年,Minoshima等<sup>[6]</sup>报道了利用从飞秒光学频率梳发出的脉冲序列相邻对的高时间相干性进行长度测量。以后有使用脉冲序列对之间的高时间相干性用于长距离绝对测量<sup>[7,8]</sup>、空气群折射率测量<sup>[9]</sup>和精确表面轮廓测量<sup>[10]</sup>等的相关报道。虽然飞秒光学频率梳的脉冲序列的互相关对于计量应用非常有价值,但是目前这方面的报道非常少。

因为飞秒激光脉冲序列的群速度和相速度不同,在空气中测量飞秒激光脉冲序列之间的互相关必须考虑色散的影响<sup>[11]</sup>。为了对空气中飞秒激光脉冲序列之间的时间相干性的机理做进一步的研究,本文建立了在空气中对于飞秒激光不同中心波长、频谱形状和大气条件下超短脉冲传播的模型,研究了空气中飞秒频率梳的时间相干性。

# 2 基本理论

锁模飞秒激光器在时域上是一系列等间隔的超短脉冲周期序列,而在频率域上可以提供从微波频率直到光频的一系列等间隔的频率分布,即光学频率梳。群速度和相速度的不同产生了载波和包络之间的脉冲到脉冲的相位偏移  $\Delta\phi$ 。这个相位偏移引起一个偏移频率,即载波包络偏移频率  $f_{ceo}$ ,如图1所示。当重复频率  $f_{rep}$  和  $f_{ceo}$  同时稳定时,两个相邻脉冲之间的距离  $l_{pp}$  是固定的。载波包络偏移频率  $f_{ceo}$  和重复频率  $f_{rep}$  的关系为

$$f_{ceo} = [\Delta\phi / (2\pi)] f_{rep}. \quad (1)$$

锁模飞秒激光器产生的脉冲序列送入由一个测量臂和一个参考臂组成的迈克耳孙干涉仪中,如图2所示<sup>[3,11]</sup>。当测量臂和参考臂之间的路径长度差为脉冲间距离  $l_{pp}$  的整数倍时,可以获得相干最大值。

脉冲间距离  $l_{pp}$  可以表示为<sup>[11]</sup>

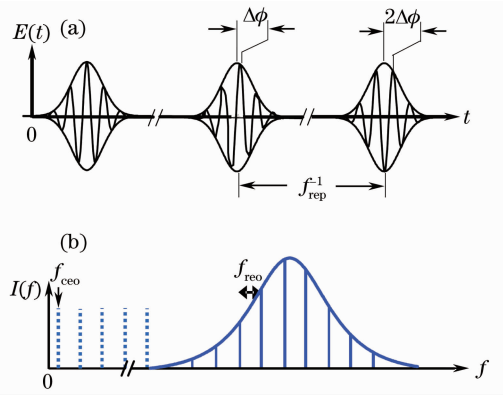


图1 飞秒光学频率梳在(a)时域的脉冲序列和(b)在频域的梳尺线

Fig. 1 Femtosecond optical frequency comb's (a) pulse trains in the time domain and (b) comb lines in the frequency domain

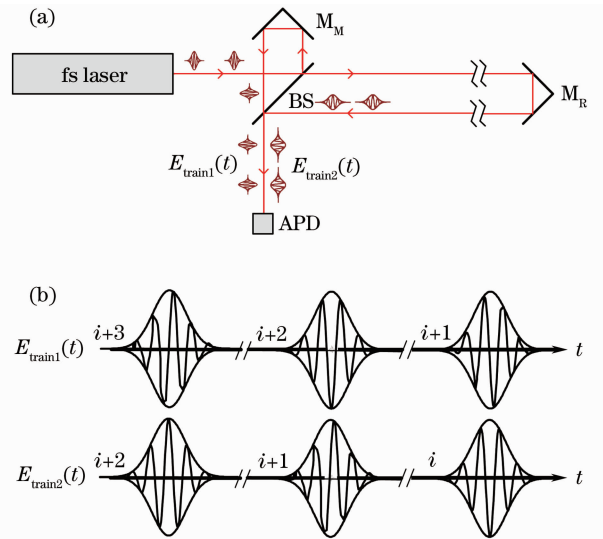


图2 由迈克耳孙干涉仪形成的脉冲序列之间的(a)相对延迟示意图和(b)相差1个脉冲序列时两个脉冲序列之间的相对位置

Fig. 2 Relative delay between pulse trains formed by a Michelson interferometer. (a) Schematic representation; (b) relative positions between two pulse trains with one pulse difference

$$l_{pp} = c_0 / (n_{ge} f_{rep}), \quad (2)$$

式中  $c_0$  是真空中光速,  $n_{ge}$  是空气群折射率。飞秒频率梳的重复频率  $f_{rep}$  通常为 100~1000 MHz, 因此脉冲间距离  $l_{pp}$  为 30~300 cm。

# 3 数值模型及结果分析

建立飞秒激光脉冲序列在空气中进行互相关的数学模型,并且对模型的结果进行分析。

### 3.1 互相关原理

$E_{\text{train1}}$  和  $E_{\text{train2}}$  分别为在参考臂和测量臂的电场<sup>[12,13]</sup>

$$\begin{aligned} \text{Re}[E_{\text{train1}}(t)] &= \text{Re}\left[\int_{-\infty}^{\infty} a_{\text{train1}}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega\right] \\ \text{Re}[E_{\text{train2}}(t)] &= \text{Re}\left[\int_{-\infty}^{\infty} a_{\text{train2}}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega\right] \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $a_{\text{train1}}(\omega)$  和  $a_{\text{train2}}(\omega)$  表示两个脉冲的光谱。在频率域可以用傅里叶级数展开式表示

$$\begin{aligned} \text{Re}[E_{\text{train1}}(t)] &= \text{Re}\left[\sum_{n=1}^N a_{\text{train1},n} \exp(i\omega_n t)\right] \\ \text{Re}[E_{\text{train2}}(t)] &= \text{Re}\left[\sum_{n=1}^N a_{\text{train2},n} \exp(i\omega_n t)\right] \end{aligned} \quad (4)$$

在空气中两个脉冲经过不同距离  $d_1$  和  $d_2$  传播, 并且忽略两个臂之间的环境参数变化(例如温度、压力和湿度)和空气的吸收, 可以得到

$$\begin{aligned} E_{\text{train1}}(t, d_1) &= \sum_{n=1}^N a_{\text{train1},n} R_{\text{train1},n} \times \\ &\exp(i\omega_n t - kd_1 + \phi_{\text{train1},n}) \\ E_{\text{train2}}(t, d_2) &= \sum_{n=1}^N a_{\text{train2},n} R_{\text{train2},n} \times \\ &\exp(i\omega_n t - kd_2 + \phi_{\text{train2},n}) \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\omega_n = \omega_0 + n\omega_r, \quad (6)$$

$$k = \frac{n_\omega \times \omega}{c}, \quad (7)$$

$n_\omega$  是由 Ciddor 公式得到的空气折射率<sup>[14]</sup>。假设  $R_{\text{train1},n}$ ,  $R_{\text{train2},n}$ ,  $\phi_{\text{train1},n}$  和  $\phi_{\text{train2},n}$  是实函数, 可以得到一阶互相关强度

$$\begin{aligned} I_\omega(t, d_1, d_2) &= (\text{Re}E_{\text{train1}} + \text{Re}E_{\text{train2}})^2 = \\ &= (E_{\text{train1}} + E_{\text{train2}})(E_{\text{train1}} + E_{\text{train2}})^*. \end{aligned} \quad (8)$$

由于光电探测器的响应速度相比脉冲间隔来说非常慢, (8)式的平均强度为

$$\langle I_\omega(d_1, d_2) \rangle = \langle (E_{\text{train1}} + E_{\text{train2}}) \times (E_{\text{train1}} + E_{\text{train2}})^* \rangle. \quad (9)$$

将(5)式代入(9)式, 令  $x = d_2 - d_1$  和  $\Delta\phi_{\text{train1}, \text{train2}} = \phi_{\text{train2}} - \phi_{\text{train1}}$ ,  $\phi_{\text{train1}} = \phi_{\text{train2}}$ ,  $R_{\text{train1},n} = R_{\text{train2},n} = 1$ , 得到时间平均强度

$$\begin{aligned} \langle I_\omega(x) \rangle &= \sum_{n=1}^N (|a_{\text{train1},n}|^2 + |a_{\text{train2},n}|^2) + \\ &2 \sum_{n=1}^N |a_{\text{train1},n}| |a_{\text{train2},n}| \cos kx \end{aligned} \quad (10)$$

图 3 和 4 是一个中心波长为 800 nm, 谱宽 10 THz 的高斯形状的飞秒脉冲在空气中经过 15 m 路径差(7.5 m 距离)的时间相关模型<sup>[11,13]</sup>。假设气压为  $1.01325 \times 10^5$  Pa, 温度为 20 °C, 湿度为 50% 和二氧化碳体积分数为  $450 \times 10^{-6}$ 。由图 3 可见, 由于光谱波长成分中空气折射率的不同, 存在色散, 而空气色散对于飞秒脉冲在空气中传播的时间相关性非常重要。图 4 为参考脉冲和测量脉冲的电场, 由于空气色散的影响, 测量脉冲相较参考脉冲而言存在拉伸, 并且强度有所减弱。

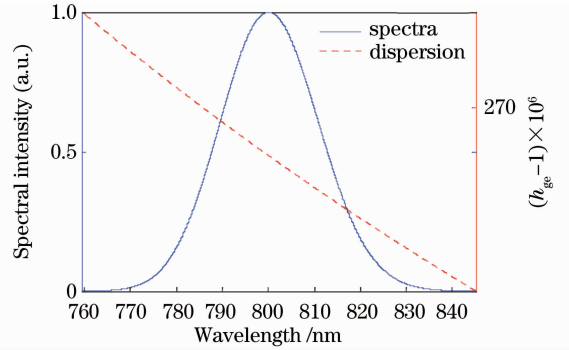


图 3 飞秒脉冲光谱和色散

Fig. 3 Optical spectrum and dispersion of the femtosecond pulse

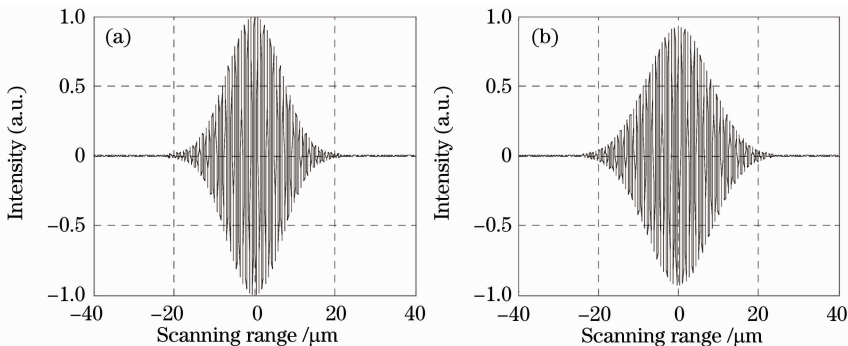


图 4 飞秒脉冲时间相关模型中的 (a) 参考脉冲和 (b) 测量脉冲的电场

Fig. 4 Temporal coherence model of the femtosecond pulse. (a) Electric fields of reference pulse and (b) measured pulse

### 3.2 传送距离对脉冲序列互相关的影响

由(10)式可见,飞秒脉冲的互相关函数取决于激光器光源的光谱分布。分别对高斯分布和双曲正割分布的飞秒光脉冲进行路径差分别为0,30,60和

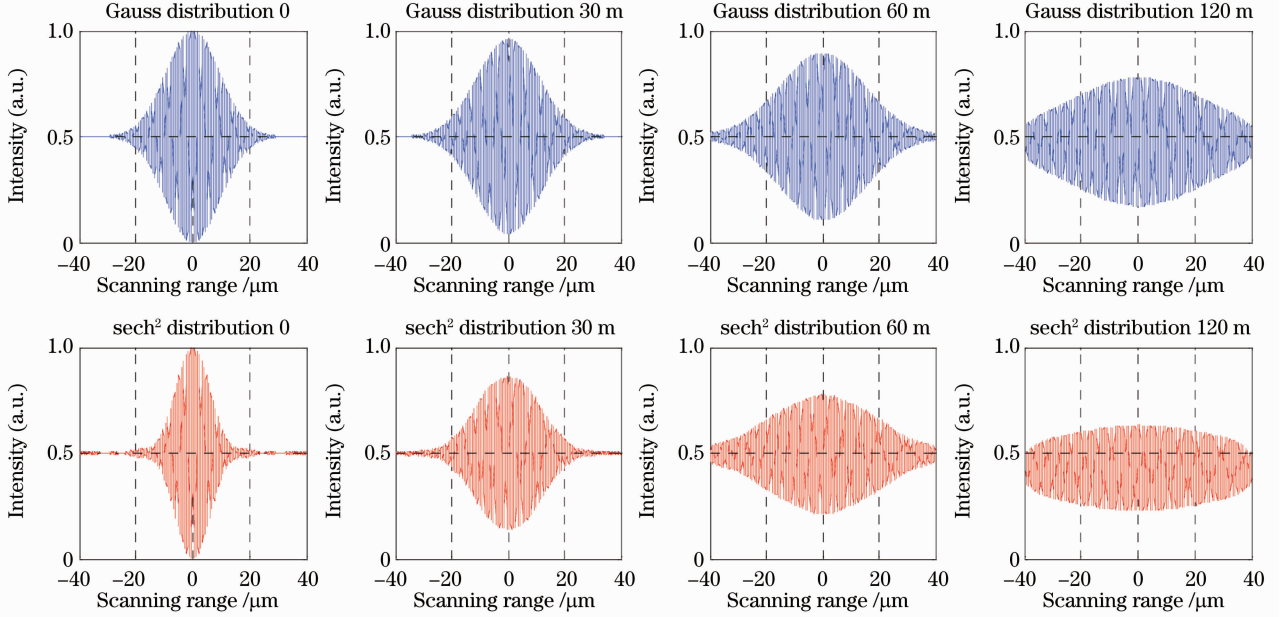


图5 在空气中不同传播距离和不同光谱分布的互相关形式

Fig. 5 Cross-correlation patterns for different propagation distances and different spectral distributions in air

可以通过互相关最大值的位置提取测量距离,然而由于在空气中存在色散,最大相干的位置并不与脉冲间距离  $l_{pp}$  的倍数精确地重合,而是有一定的偏差  $d_{chip}$ 。偏差  $d_{chip}$  随光谱含量和传送距离变化,对于高斯分布飞秒脉冲,在0~120 m的传输距离,偏差  $d_{chip}$  为-0.3~0.6  $\mu\text{m}$ ,如图6所示。

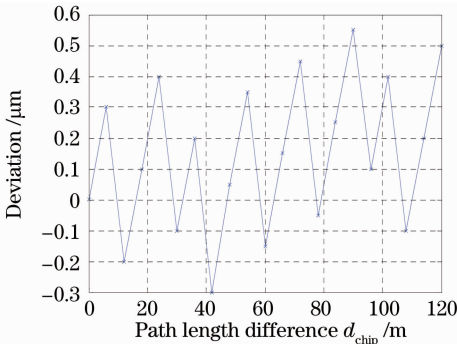


图6 空气中不同传播距离的偏差

Fig. 6 Deviation for different propagation distances in air 距离测量可表示为

$$L = l_{pp}/2 + d_{chip}, \quad (11)$$

在距离的精密测量过程中,对不同测量值使用图6中对应  $d_{chip}$  的值进行修正,可以提高距离测量的精度,从而降低传输距离带来的不确定度。

120 m的互相关函数仿真,如图5所示。假设气压为  $1.01325 \times 10^5$  Pa,温度为20  $^{\circ}\text{C}$ ,湿度为50%和二氧化碳体积分数为  $450 \times 10^{-6}$ ,从图5可以清楚看到随着传播距离的增加,互相关图案加宽并且强度减弱。

### 3.3 大气条件对脉冲序列互相关的影响

空气中如温度、压强和湿度等环境参数的波动,对飞秒脉冲序列互相关测量精度有重大影响。图7仿真了大气压强、温度和湿度这3个有关参数的细微变化对60 m脉冲传播路径差中的相关图案的影响。将  $1.01325 \times 10^5$  Pa,20  $^{\circ}\text{C}$ ,50%湿度和体积分数  $450 \times 10^{-6}$  二氧化碳的相关图案作为基准,此时相关最大值的条纹位置作为一个参考距离并设置为“0”中心。由图7(a)可见压强提高50 Pa,结果产生一个8.0  $\mu\text{m}$ 的移动。图7(b)为温度变化0.2  $^{\circ}\text{C}$ 的相关图案,其最大值相比参考基准移动了11.4  $\mu\text{m}$ 。图7(c)为湿度变化10%产生了5.15  $\mu\text{m}$ 的移动量。由于环境参数的变化引起空气折射率的变化,从而影响了相关图案。但是,仿真结果表明相关图案仅仅作线性移动,而没有任何额外线性加宽或啁啾。图8为在0~120 m的传输距离下,分别将压强提高50 Pa、温度提高0.2  $^{\circ}\text{C}$ 和湿度增加10%对相关最大值条纹位置的移动量。由图8可见,随着传输距离的增加,压强、温度和湿度等环境参数的变化对相关最大值位置的移动量成线性关系。并且在环境参数中,温度的变化对其影响最大,压强次之,湿度最小。因此,温度的准确测量,对距离测量精度的提高至关重要。

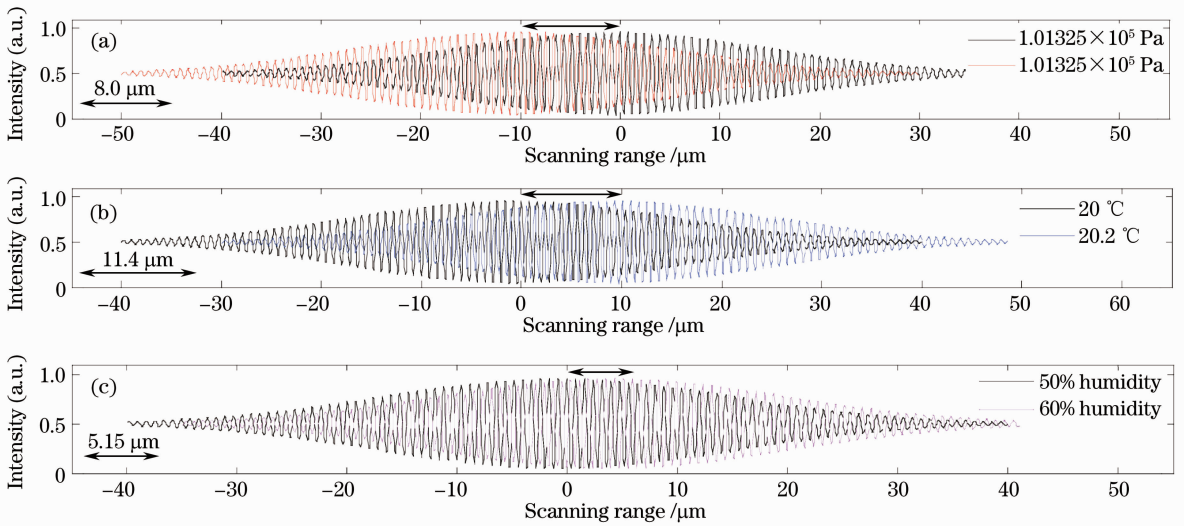


图 7 (a)压强,(b)温度和(c)湿度变化对互相关图案的影响

Fig. 7 Effect of (a) pressure, (b) temperature and (c) humidity on the cross-correlation pattern

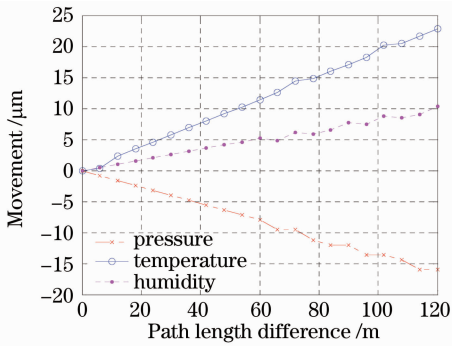


图 8 在空气中不同传播距离下压强、温度和湿度引起的相关最大值条纹位置移动量

Fig. 8 Position movement amount of the fringe at the maximum of the correlation pattern caused by the pressure, temperature, and humidity for different propagation distances in air

根据空气折射率 Ciddor 公式<sup>[14]</sup>, 压强、温度和湿度等环境参数的变化, 会引起空气群折射率  $n_{ge}$  的变化, 从而引起互相关图案平移。表 1 为压强、温度和湿度等环境参数变化产生的群折射率敏感系数和互相关图案移动量。

表 1 环境参数引起的群折射率敏感系数和互相关图案移动量

Table 1 Sensitivity coefficients of the group refractive index and the movement amount of the cross-correlation pattern versus environment parameters

	$n_{ge}$ sensitivity coefficient / $10^{-9}$	Movement amount / $\mu\text{m}$
Pressure per 50 Pa	135.835050	-8.053780
Temperature per 0.2 °C	-193.226204	11.592896
Humidity per 10%	-82.697690	5.152896

## 4 结 论

理论分析了飞秒激光序列脉冲的互相关, 建立了飞秒脉冲在空气中传播的互相关函数的理论模型。研究表明, 由于空气色散的影响, 互相关在长距离传播引起线性加宽的同时峰能量变小。然而, 压强、温度、湿度和二氧化碳含量等环境参数变化, 使相关图案作简单的线性移动, 没有任何额外加宽和啁啾。由于脉冲序列的互相关变化可以在几十飞秒内精确分辨, 所以能够利用飞秒序列相关的方法检测长距离的高精度变化, 这一方法为大型光源装置中的大型光学腔长度精确定位和长度测量提供了新的手段<sup>[15,16]</sup>。

## 参 考 文 献

- 1 Chai Lu, Gao Feng, Wang Qingyue *et al.*. Numerical experiment and analysis for characterizing femtosecond pulses with SPIDER [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(8): 739~742  
柴路, 高峰, 王清月等. 飞秒激光光谱位相干涉仪的数值模拟与分析[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(8): 739~742
- 2 Ouyang Xiaoping, Zhang Fuling, Zhang Panzheng *et al.*. Second order autocorrelation applied to femtosecond laser[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3): 742~745  
欧阳小平, 张福领, 张攀政等. 短脉冲激光的二阶自相关[J]. *中国激光*, 2009, **36**(3): 742~745
- 3 W. Dong, S. Takahashi, K. Takamasu *et al.*. Analysis of the temporal coherence function of a femtosecond optical frequency comb[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(9): 7011~7018
- 4 L. Xu, C. Spielmann, A. Poppe *et al.*. Route to phase control of ultrashort light pulses [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(24): 2008~2010
- 5 A. M. Chekhovsky, A. N. Golubev, M. V. Gorbunkov. Optical pulse distance-multiplying interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(16): 3480~3483
- 6 K. Minoshima, H. Matsumoto. High-accuracy measurement of



- 240-m distance in an optical tunnel by use of a compact femtosecond laser[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(30): 5512~5517
- 7 J. Ye. Absolute measurement of a long, arbitrary distance to less than an optical fringe[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(10): 1153~1155
- 8 M. Cui, R. N. Schouten, N. Bhattacharya *et al.*. Experimental demonstration of distance measurement with a femtosecond frequency comb laser[J]. *J. Europ. Opt. Soc., Rap. Public.*, 2008, **3**: 08003
- 9 Y. Yamaoka, K. Minoshima, H. Matsumoto. Direct measurement of the group refractive index of air with interferometry between adjacent femtosecond pulses[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(21): 4318~4324
- 10 J. S. Oh, S. W. Kim. Femtosecond laser pulses for surface-profile metrology[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(19): 2650~2652
- 11 P. Balling, P. Křen, P. Mašika *et al.*. Femtosecond frequency comb based distance measurement in air[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(11): 9300~9313
- 12 M. Zeitouny, N. Bhattacharya, H. P. Urbach *et al.*. Theoretical study of long distance measurement using frequency comb laser[C]. *SPIE*, 2008, **7018**: 70183R
- 13 Zhang Zhigang. Femtosecond Laser Tchnology [M]. Beijing: Science Press, 2011. 6~8  
张志刚. 飞秒激光技术[M]. 北京: 科学出版社, 2011. 6~8
- 14 J. A. Stone, J. H. Zimmerman. Index of Refractive of Air[R/OL]. <http://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Documentation.asp>. 2010, **9**: 23
- 15 Shi Bo, Xu Jinqiang, Sun Darui *et al.*. Experimental research on cross-correlation between pulses of femtosecond laser sequence [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009, **21**(8): 1121~1124  
师 博, 徐金强, 孙大睿 等. 飞秒激光脉冲序列互相关实验及结果分析[J]. *强激光与粒子束*, 2009, **21**(8): 1121~1124
- 16 He Tieying, Chai Lu, Wang Qingyue *et al.*. Realization and analysis for a SPIDER apparatus[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(s1): 152~154  
何铁英, 柴 路, 王清月 等. SPIDER 光谱相位干涉仪的实现及相关理论分析[J]. *中国激光*, 2004, **31**(s1): 152~154

栏目编辑: 宋梅梅