

# 基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术

叶虹呐 曹益平

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

**摘要** 相位测量轮廓术凭借其高精度、非接触的优点在现代生活中受到了极大的重视,但其应用却受到正弦光栅复杂制作工艺的限制。根据相位测量轮廓术的基本原理,提出了基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术。同正弦光栅相比,三角形分布光栅的制作工艺相对简单,更具有实用意义。对这两种方法的精度进行了比较和分析,并分别无噪声的理想情况和有噪声的实际情况下,分析了光栅周期、条纹对比度以及物体最大高度对测量精度的影响。通过计算机模拟与实验表明,基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术具有较高的精度和可行性。

**关键词** 信息光学;光学三维传感;相位测量轮廓术;三角形分布条纹;光栅;相位展开

**中图分类号** TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.1108001

## Phase Measuring Profilometry Based on Triangular Pattern Grating

Ye Hongna Cao Yiping

(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract** Phase measuring profilometry (PMP) has received great attention in modern life with the advantages of high accuracy and non-contact. However, the application of PMP is limited by the complicated manufacturing technique of sinusoidal grating. Based on the basic theory of PMP, the paper presents the PMP based on the triangular-pattern grating, which is of more practical significance because its manufacturing technique is easier compared to the sinusoidal grating. In this paper, the accuracy of the two methods mentioned above are compared and analyzed. At the same time, the influence of grating period and contrast ratio as well as the maximum height of different objects on the measuring accuracy is analyzed both in ideal and practical conditions. The computer simulations and experiments show that the PMP based on triangular-pattern grating is feasible for its high accuracy.

**Key words** information optics; optical three-dimensional sensing; phase measuring profilometry; triangular-pattern; grating; phase unwrapping

**OCIS codes** 120.2830; 120.5050; 120.6650; 050.2770; 100.5088

## 1 引 言

光学三维传感技术是信息光学的一个重要研究领域,在现代生活中有着广泛的应用。其中相位测量轮廓术<sup>[1~5]</sup>(PMP)以其非接触、全场测量、高精度、高灵敏度及自动化等优点受到了极大的重视<sup>[6~8]</sup>,但其应用却受到了正弦光栅复杂制作工艺的限制。正弦光栅的制作难度很大<sup>[9]</sup>,在工业上难

以实现批量生产,这极大地增加了相关仪器的成本,限制了 PMP 技术的普及。同时考虑到在 CCD 采集图像的过程中对采集的数据进行了量化处理,那么即使利用理想的正弦光栅进行三维测量,也会存在量化误差。而三角形光栅的透射率呈线性变化,制作工艺比正弦光栅简单很多,只需在平板玻璃上开锯齿槽,填入均匀的吸收介质,且由于制作成本大

收稿日期: 2011-04-06; 收到修改稿日期: 2011-07-13

基金项目: 国家 863 计划(2007AA01Z333)、国家重大专项(2009ZX02204-008)和四川省学术和技术带头人培养基金(07GRC-01)资助课题。

作者简介: 叶虹呐(1987—),男,硕士研究生,主要从事光学信息处理和三维传感技术等方面的研究。

E-mail: yehongna@qq.com

导师简介: 曹益平(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事光学三维传感、光电信息处理和光机电一体化等方面的研究。E-mail: caoyiping@mail.sc.cninfo.net(通信联系人,中国光学学会会员号:6100106)

幅降低,有利于促进相位测量轮廓术的普及;所以,从制作工艺、生产成本以及测量精度等各个方面考虑,探索使用三角形分布光栅来代替正弦光栅的相位测量轮廓术具有现实意义。本文根据相位测量轮廓术的基本原理,提出了基于三角形分布光栅的测量轮廓术<sup>[10,11]</sup>,并在各种情况下对两种方法进行了比较和分析,通过计算机模拟和实验表明,新方法具有较高的精度和可行性。

## 2 相位测量轮廓术原理

标准 PMP 是将正弦分布的光栅条纹投影到三维物体上,即光栅透射率按正弦规律变化,如图 1(a)所示。普遍的  $N(N \geq 3)$  步相移算法,可以从  $N(N \geq 3)$  个相移条纹图中计算出相位函数<sup>[12]</sup>

$$\phi(x, y) = \arctan \frac{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \sin(2\pi n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \cos(2\pi n/N)}, \quad (1)$$

使用三角形分布光栅[图 1(b)]替代了正弦光栅,为了得到新的解相位公式,构造了函数 saw 和 caw 分别对应标准 PMP 中的函数 sin 和 cos。根据上述思想,函数  $y = \text{saw } x$  和  $y = \text{caw } x$  的解析式为

$$\text{saw } x = \begin{cases} \frac{2}{\pi}x, & 0 \leq x < \pi/2 \\ -\frac{2}{\pi}x + 2, & \pi/2 \leq x < 3\pi/2 \\ \frac{2}{\pi}x - 4, & 3\pi/2 \leq x < 2\pi \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{caw } x = \begin{cases} -\frac{2}{\pi}x + 1, & 0 \leq x < \pi \\ \frac{2}{\pi}x - 3, & \pi \leq x < 2\pi \end{cases} \quad (3)$$

与 tan 函数相对应的  $\text{taw } x = \text{saw } x / \text{caw } x$ , 由(2), (3)式计算得其解析式为

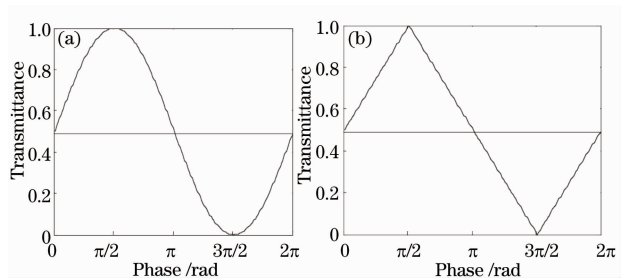


图 1 两种光栅条纹。(a)正弦条纹;(b)三角条纹  
Fig. 1 Patterns of two gratings. (a) Sinusoidal pattern; (b) triangular pattern

$$y = \text{taw } x = \begin{cases} -\frac{2x}{2x-\pi}, & x \in [0, \pi/2), y \geq 0 \\ \frac{2x-2\pi}{2x-\pi}, & x \in (\pi/2, \pi), y < 0 \\ -\frac{2x-2\pi}{2x-3\pi}, & x \in [\pi, 3\pi/2), y \geq 0 \\ \frac{2x-4\pi}{2x-3\pi}, & x \in (3\pi/2, 2\pi), y < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$y = \text{taw } x$  的反函数  $y = \text{ataw } x$  为

$$y = \text{ataw } x = \begin{cases} \frac{x}{\frac{2}{\pi}(1+x)}, & x \geq 0, y \in [0, \pi/2) \\ \frac{x-2}{\frac{2}{\pi}(x-1)}, & x < 0, y \in (\pi/2, \pi) \\ \frac{3x+2}{\frac{2}{\pi}(x+1)}, & x \geq 0, y \in [\pi, 3\pi/2) \\ \frac{3x-4}{\frac{2}{\pi}(x-1)}, & x < 0, y \in (3\pi/2, 2\pi) \end{cases} \quad (5)$$

参照(1)式,由(2)~(5)式可得到三角形分布条纹的解相位公式

$$\phi(x, y) = \text{ataw} \frac{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \text{saw}(2\pi n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \text{caw}(2\pi n/N)}. \quad (6)$$

相位  $\phi(x, y)$  被截断在  $\text{taw}$  反函数的主值  $(-\pi, \pi)$  之间,是不连续的,需要经过相位展开得到连续的相位分布  $\Psi(x, y)$ 。根据采样定理,当采样点足够密集,且相位变化梯度小于  $\pi$  的情况下,可以通过扫描的方法,比较相邻像素点值并进行展开。展开后的相位分布为  $\Psi(x, y)$ , 相位与高度的对应关系取决于光学系统的结构。较常用的是采用发散照明的 PMP 系统,其结构如图 2 所示。在这种系统结构下,通过已建立的相位与高度之间的映射算法,可以获取物体的三维面形信息,其高度分布为  $h(x, y)$ , 并满足<sup>[1]</sup>

$$\frac{1}{h(x, y)} = a(x, y) + b(x, y) \frac{1}{\Psi(x, y)} + c(x, y) \frac{1}{\Psi^2(x, y)}, \quad (7)$$

式中  $\Psi(x, y)$  为相位展开所得的绝对相位,  $a(x, y)$ ,  $b(x, y)$ ,  $c(x, y)$  3 个参数是通过平面标定实验,由最小二乘法获得的。在系统投影条件不变的情况下,系数  $a(x, y)$ ,  $b(x, y)$ ,  $c(x, y)$  不变。

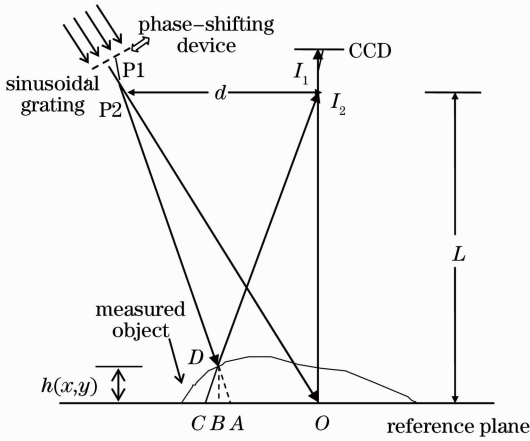


图2 相位测量轮廓术原理简图  
Fig. 2 Setup of PMP principle

### 3 数字模拟仿真

为了验证方案的可行性,选用 Peaks 图像作为被测物体,如图 3(a)所示。将被测物体调制到三角形分布条纹中的图像如图 3(b)所示,利用  $N$  步相移法解调出来的被测物体相位分布  $\phi(x,y)$  如图 3(c)所示,对  $\phi(x,y)$  进行相位展开后得到的连续相位分布  $\Psi(x,y)$  如图 3(d)所示。模拟点数为  $600 \times 600$ 。

在无噪声的理想情况和有噪声的实际情况下,分别比较基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术 (Triangular PMP) 和标准正弦光栅相位轮廓术 (Standard PMP) 的测量精度随光栅条纹周期、条纹对比度和被测物体陡峭度变化的规律。测量精度用均方根 (RMS) 误差来进行衡量, RMS 值越小,表示测量精度越高。

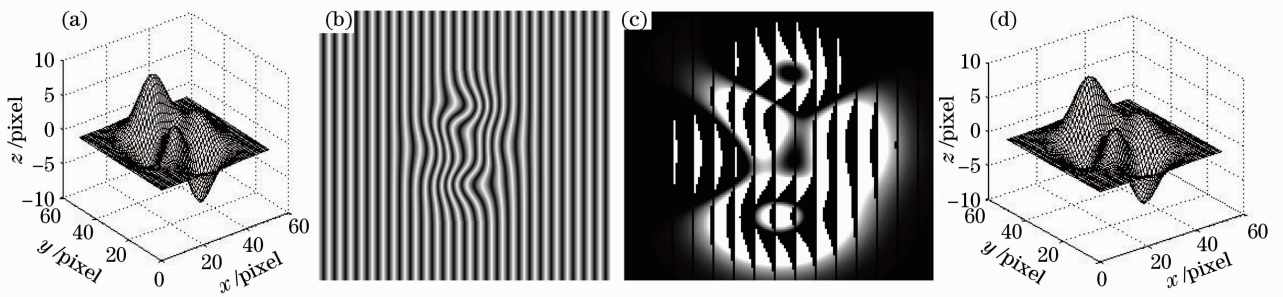


图3 (a)模拟的被测物体;(b)变形三角条纹;(c)截断相位;(d)重构物体

Fig. 3 (a) Simulated object; (b) deformed triangle pattern; (c) wrapped phase; (d) reconstruction of object

当光栅周期为 8 pixel,条纹对比度从 0.1 变化到 1,在无噪声和有噪声的条件下,均方根误差随条纹对比度变化曲线分别如图 4(a),(d)所示。当对比度为 1 时,光栅周期从 8 pixel 变化到 80 pixel,在

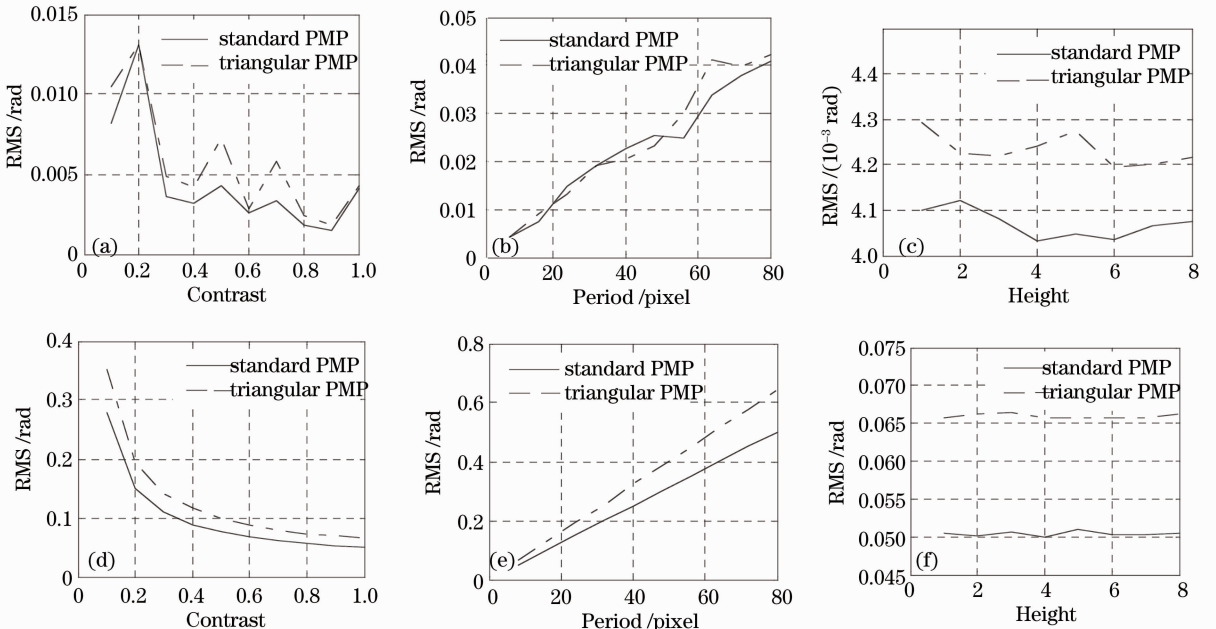


图4 测量精度分析。(a)~(c)无噪声的情况;(d)~(f)有噪声的情况

Fig. 4 Analysis of measuring accuracy. (a)~(c) data in ideal condition; (d)~(f) data in practical condition

无噪声和有噪声的条件下,均方根误差随条纹周期变化曲线分别如图 4(b)和(e)所示。当光栅周期为 8 pixel,对比度为 1 时,物体高度系数表征被测物体高度大小和高度变化陡峭程度,高度系数从 1 变化到 8,在无噪声和有噪声的条件下,均方根误差随物体高度变化曲线分别如图 4(c)和(f)所示。

由图 4 可以看出,基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术的测量精度随对比度、光栅周期和物体高度变化的规律与基于正弦光栅的标准相位测量轮廓术基本一致。无噪声的情况下,两种方法之间的精度差异在  $10^{-4}$  rad 量级,主要是由各种计算误差引起的。从有噪声的情况,可以看出三角形 PMP 抑制噪声的能力略低于标准 PMP,这是因为相同背景光强和对比度的三角条纹的光强均方差值略小于正弦条纹。在正常测量环境下(即对比度较高,光栅条纹周期较小,有噪声),两种方法的测量精度之差在  $10^{-3}$  rad 量级上,因而可以认为,基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术的测量精度同标准相位测量轮廓术相近,具有可行性。

## 4 实验结果

为了进一步验证测量方法的可行性和准确性,对图 5(a)所示的物体进行了测量,实验装置使用一台计算机控制的投影系统与采集系统,投影系统采用 CP-HX6500 型数字投影仪,图像传感器采用型号为 MTV1881EXCCD 摄像头,图像采集卡采用 DT3152 型采集卡。计算机控制投影仪分别投影 5 帧具有等步距相移量的光栅条纹到工件表面上,由 CCD 同步采集相应的变形条纹如图 5(b)所示,经图像采集卡存于计算机内。分别用标准相位测量轮廓术和基于三角形分布光栅相位测量轮廓术对被测物体进行了测量,还原出的被测物体分别如图 5(c)和(d)所示。实验过程中,利用参考面的各帧相移条纹对条纹对比度和背景光进行了校准<sup>[13]</sup>。对一个 20 mm 的平面进行测量,用以分析测量方法的稳定性,通过计算,三角形 PMP 的均方差为 0.1146 mm,标准 PMP 的均方差为 0.0481 mm,可见三角形 PMP 也具有较好的稳定性。通过实验结果分析,基于三角形分布光栅相位测量轮廓术能够很好地恢复三维物体,可应用于三维测量。

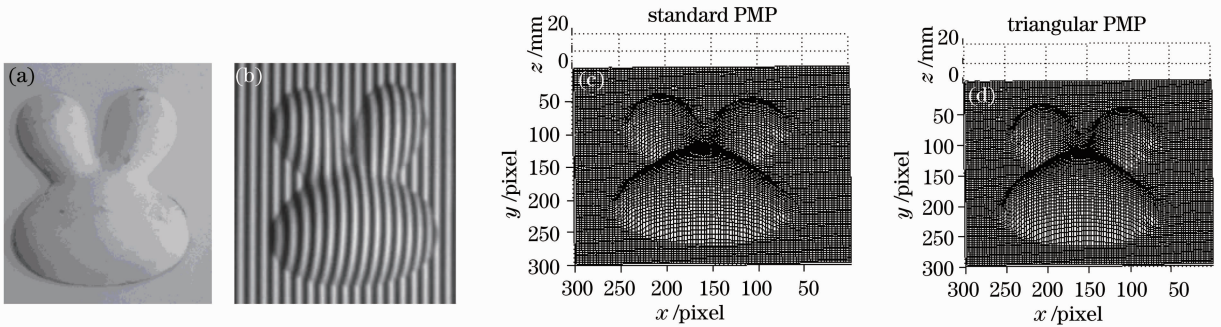


图 5 (a)被测物体;(b)变形三角条纹;(c)标准 PMP 重构物体;(d)三角 PMP 重构物体

Fig. 5 (a) Measured object; (b) deformed triangular pattern; (c) reconstruction by standard PMP; (d) reconstruction by triangular PMP

## 5 结 论

提出了基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术,使用生产工艺较简单的三角形分布光栅代替传统的正弦光栅。对基于三角形分布光栅的相位测量轮廓术,在不同的光栅周期、不同的光栅对比度和不同的物体最大高度下进行了精度分析,分析了这一实验方法的特点,并和基于正弦光栅的标准 PMP 下的精度进行对比,最后通过实验进一步论证了该方法的可行性。因此,基于三角形分布光栅相位测量轮廓术在现实生活中具有很大的实用与推广的价

值,有利于促进相位测量轮廓术的普及。

## 参 考 文 献

- 1 Wu Qingyang, Su Xianyu, Xiang Liqun *et al.*. A new calibration method for two-sensor measurement system based on line-structure light [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(2): 259~264  
吴庆阳, 苏显渝, 向立群 等. 线结构光双传感器测量系统的标定方法[J]. *中国激光*, 2007, **34**(2): 259~264
- 2 Zhong Lijun, Cao Yiping, Yu Ruizhi. Improved algorithm adapting to on-line 3D inspection [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(6): 1503~1507  
钟立俊, 曹益平, 喻睿智. 一种适合在线三维检测的改进算法[J]. *中国激光*, 2009, **36**(6): 1503~1507
- 3 He Yuhang, Cao Yiping, Zhong Lijun *et al.*. Improvement on

- measuring accuracy of digital phase measuring profilometry by frequency filtering [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(1): 220~224
- 何宇航, 曹益平, 钟立俊等. 采用频域滤波提高数字相位测量轮廓术的测量精度[J]. *中国激光*, 2010, **37**(1): 220~224
- 4 Xu Xingfen, Cao Yiping. An improved Stoilov algorithm based on statistical approach[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 733~737
- 许幸芬, 曹益平. 基于统计逼近的 Stoilov 改进算法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 733~737
- 5 S. Pavageau, R. Dallier, N. Servagent *et al.*. A new algorithm for large surfaces profiling by fringe projection [J]. *Sensors and Actuators A*, 2004, **115**(2-3): 178~184
- 6 Li Yonghuai, Feng Qibo. Overview of optical 3D profile measurement [J]. *Laser & Infrared*, 2005, **35**(3): 143~147
- 李永怀, 冯其波. 光学三维轮廓测量技术进展[J]. *激光与红外*, 2005, **35**(3): 143~147
- 7 Sun Yuan, Li Daxin. Application and development of phase measuring profilometry [J]. *Nondestructive Testing*, 2006, **28**(3): 130~133
- 孙园, 李大心. 相位测量轮廓术的应用现状及发展趋势[J]. *无损检测*, 2006, **28**(3): 130~133
- 8 Wang Jun, Bao Haiming, Wei Zhonghui *et al.*. Optical 3D information measuring technology [J]. *Optics Mechanics & Electronics Information*, 2005, **2**(9): 32~36
- 王军, 鲍海明, 魏仲慧等. 光学三维轮廓测量技术综述[J]. *光机电一体化*, 2005, **2**(9): 32~36
- 9 Chen Ping, Zhu Haijin, Chen Xiangdong *et al.*. A fabrication method of high quality holographic sinusoidal grating for projection system [J]. *J. Hefei University of Technology*, 2010, **33**(5): 794~796
- 陈萍, 朱海金, 陈向东等. 投影系统中高质量全息正弦光栅的研制[J]. *合肥工业大学学报*, 2010, **33**(5): 794~796
- 10 Peirong Jia. Real-Time Full-Field Range-Sensing for Three-Dimensional Surface-Shape Measurement [D]. Ottawa: University of Ottawa, 2007
- 11 Peirong Jia, Jonathan Kofman, Chad English. Multiple-step triangular-pattern phase shifting and the influence of number of steps and pitch on measurement accuracy[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(16): 3253~3262
- 12 Su Xianyu, Li Jitao. Information Optics [M]. Beijing: Science Press, 2000. 321~326
- 苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 2000. 321~326
- 13 He Yuhang, Cao Yiping, Zhai Aiping. A 3-D measurement method with orthogonal composite light based on fringe contrast and background calibration [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3191~3196
- 何宇航, 曹益平, 翟爱平. 基于条纹对比度和背景光校准的正交复合光三维测量方法[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3191~3196

栏目编辑: 何卓铭