# 谐振式微光学陀螺中相位调制非线性研究

洪灵菲 张春熹 冯丽爽 雷 明 于怀勇

(北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院,北京 100191)

摘要 通过在相位调制器上施加线性变化的调制信号来实现对光波频率的方波调制是目前谐振式微光学陀螺 (RMOG)中普遍采用的调制方法。而实现理想的方波频率调制要求完全线性的调制波形,极大地增加了系统实现 难度。研究了调制曲线非线性对谐振腔输出的影响,仿真计算了具有二阶和三阶非线性误差的调制曲线引起的谐 振曲线偏移和畸变。分析了解调输出误差与调制曲线非线性度的关系。通过搭建 RMOG 实验系统,测试了实际 产生三角波调制信号的高阶非线性系数以及陀螺输出的标度因数。实验验证了理论分析计算方法的正确性以及 采用模拟三角波产生方法改善微光学陀螺中相位调制非线性的可行性。

关键词 光纤光学;谐振式微光学陀螺,频率调制;非线性,输出误差

中图分类号 TN629.1;TN911.74 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201138.1105004

# Research on Nonlinearity of Phase Modulation in Resonator Micro-Optic Gyro

Hong Lingfei Zhang Chunxi Feng Lishuang Lei Ming Yu Huaiyong

(School of Instrumentation Science and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract** In resonator micro-optic gyro (RMOG), square-wave frequency modulation implemented by applying serrodyne waveforms on phase modulators is one of the most frequently used techniques. However, in order to realize ideal square-wave frequency modulation, perfect linear phase modulation waveform is required, which is hard to achieve in analog systems. The influence of the nonlinearity of modulation waveform on the output of the resonator is analyzed. Moreover, the resonant curve shift and distortion induced by the second and third order modulation nonlinearity are theoretically calculated. Furthermore, the relationship between demodulated output and input rotation rates is presented. A RMOG experimental system is set up, and the generated triangle wave is tested and fitted to a nonlinear cubic curve. The coefficients of the second and third order nonlinearity are in the opposite directions, which counteracts part of the error. The testing result of the scale factor shows the feasibility of the modulation waveform generating method.

Key words fiber optics; resonator micro-optic gyro; frequency modulation; nonlinearity; output error OCIS codes 060.2370; 060.2800; 130.0250

### 1 引 言

谐振式微光学陀螺(RMOG)的基本原理是通 过检测 Sagnac 效应引起的谐振腔中相向传输两束 光之间的频率差来得到旋转角速度信号<sup>[1~4]</sup>。 Sagnac 效应是一种非常微弱的光学效应,需要通过 相应的调制解调技术才能检测出反映陀螺转动角速 度的物理量变化<sup>[5]</sup>。在 RMOG 中通常采用方波频 率调制将激光频率调制到随时间交替变化的两个频 率点上,然后通过相关解调检测陀螺输出<sup>[6,7]</sup>。在 调制器的选取上,与声光(AO)或热光(TO)移频器 相比,集成光学相位调制器(IOM)由于在体积和性 能方面的优势而被广泛应用在光学陀螺中。

作者简介:洪灵菲(1983—),女,博士研究生,主要从事微光机电系统和光学传感等方面的研究。

E-mail: lingfeihong@gmail.com

**导师简介:**张春熹(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事光学惯性器件和光学传感技术等方面的研究。 E-mail: zhangchunxi@buaa.edu.cn

收稿日期: 2011-06-15; 收到修改稿日期: 2011-07-26

基金项目:国家自然科学基金(50875015)资助课题。

采用相位调制方式实现光波的频率调制已是一种较为成熟的技术<sup>[6~9]</sup>。具体的实现方法包括采用 模拟或数字形式的双频率锯齿波或三角波作为相位 调制驱动信号,产生线性变化的调制相位,对应于光 波的频率偏移<sup>[10,11]</sup>。锯齿波的不同频率或三角波 的上升和下降半周分别对应一个固定的频率偏移, 从而实现方波频率调制。由于相位对时间的导数反 映为频率,因此,为了实现较为理想的方波频率调 制,要求相位调制曲线具有较好的线性度。然而在 实际系统中,无论是数字还是模拟形式的相位调制 信号,调制信号发生电路、驱动放大电路和相位调制 器等的非线性以及温度等环境变化引起的非线性均 会造成相位调制的非线性,从而影响陀螺性 能<sup>[12,13]</sup>。

本文从调制信号的非线性出发,分析了调制非 线性对陀螺输出的影响形式。仿真分析并计算了包 含二阶和三阶非线性误差的三角波相位调制曲线作 用下,谐振腔谐振曲线的偏移和扭曲情况,以及非线 性误差对谐振腔输出波形的影响,并给出了解调输 出结果误差与调制非线性度的关系。

#### 2 调制非线性的影响机理

RMOG 系统结构如图 1 所示。从光纤激光器 出射的光经集成光学相位调制器 IOM Y 形分支分 光后分别经过相位调制器(PM)PM1 和 PM2 进行 相位调制,然后经过集成光学谐振腔(IOR)芯片上 的方向耦合器 C1 和 C2 到达谐振腔耦合器 C3,并 耦合进入谐振腔,沿顺时针(CW)和逆时针(CCW) 方向传输,从谐振腔出射的光分别经过 C2 和 C1 到 达探测器 PD1 和 PD2,将光强信号转化为电压信号 作为信号检测与控制系统的输入。PD2 探测得到 的 CCW 光信号经锁相放大器(LIA2)、低通滤波器 (LPF)和比例积分控制器(PIC)进行相关检测和数 据处理后,输出反馈控制信号,调节激光器出射光频 率,使其跟踪并锁定在 CCW 光路的谐振频率点,构 成 RMOG 的频率控制模块;同时,PD1 探测得到的 CW 光路信号经锁相放大器(LIA1)解调后作为陀 螺输出,反映陀螺的转动角速度[14,15]。在图1中, SG1 和 SG2 为调制信号发生电路,用于模拟三角波 调制信号的产生,同时为解调过程提供参考信号,分 别作为 LIA1 和 LIA2 的另一个输入。由于采用集 成光学谐振腔,腔长较短,一般在10<sup>-1</sup> m 量级,为了 避免数字调制波形中台阶宽度误差的影响,同时为 了消除锯齿波调制中复位时间和复位误差引入的脉 冲噪声,采用基于模拟三角波的相位调制方法。





Fig. 1 Schematic illustration of RMOG

系统中模拟调制波形由集成运算放大器本身的 分布电容特性产生。为了表征模拟元器件引入的调 制波形非线性导致的输出光强波动,引入二阶和三 阶非线性调制误差。图2给出了理想的线性三角波 调制波形,其上升半周和下降半周的波形表达式分 别为

$$V_{\rm PM}(t) = \begin{cases} 2V_{\rm PP} f_{\rm PM} [t - 1/(4f_{\rm PM}) - q/f_{\rm PM}] \\ q/f_{\rm PM} < t \leq (q + 1/2)/f_{\rm PM} \\ -2V_{\rm PP} f_{\rm PM} [t - 3/(4f_{\rm PM}) - q/f_{\rm PM}] \\ (q + 1/2)/f_{\rm PM} < t \leq (q + 1)/f_{\rm PM} \end{cases},$$
(1)

式中 V<sub>PP</sub>和 f<sub>PM</sub>分别为连续线性相位调制波形的电 压峰峰值和波形重复频率,q 为整数。



图 2 三角波调制波形曲线

Fig. 2 Triangle phase modulation waveform

由于模拟三角波正、负半周的波形对称性,这里 以正半周波形非线性引起的误差为例进行分析。根 据调制波形(1)式,得到理想线性情况下正半周的波 形表达式为(取 q=0)

$$V_{\rm PM}(t) = K_1 t - V_{\rm PP}/2,$$
 (2)

式中 K<sub>1</sub>=2V<sub>PP</sub> f<sub>PM</sub>为线性调制系数。考虑二阶和三 阶非线性的调制波形可表示为

 $V_{PM}(t) = K_1(t + K'_2 t^2 + K'_3 t^3) - V_{PP}/2$ , (3) 式中  $K'_2 \pi K'_3$ 分别为二阶和三阶非线性系数。假定 调制电压处于相位调制器的线性工作范围内,不考 虑调制器引入的非线性误差,那么 t 时刻由(3) 式表 示的调制电压波形产生的调制相位  $\varphi_{PM}$  为

$$\varphi_{\rm PM}(t) = 2\pi f_{\rm FM}(t + K_2' t^2 + K_3' t^3) - \pi V_{\rm PP}/(2V_{\pi}),$$
(4)

式中  $f_{FM} = V_{PP} f_{PM} / V_{\pi}$  为三角波单个半周引起的光 波频率偏移, $V_{\pi}$  为相位调制器的半波电压。谐振腔 出射光束中,在谐振腔中同向传输且相位相差一圈 的相邻干涉光束之间的相位差为

$$\Delta \varphi_{\rm PM}(\tau) = \varphi_{\rm PM} [t - (n - 1)\tau] - \varphi_{\rm PM}(t - n\tau) = 2\pi f_{\rm FM} \{\tau + K_2' [-(2n - 1)\tau^2 + 2t\tau] + K_3' \tau [3t^2 - 3t\tau (2n - 1) + \tau^2 (3n^2 - 3n + 1)] \}.$$
(5)

由(5)式可知,在理想情况下( $K'_2 = 0, K'_3 = 0$ ),相邻 两干涉光束之间的相位差为恒定值 $2\pi f_{FMT}$ ,而当引 入二阶和/或三阶非线性误差项时,相位差随时间t变化,且与在谐振腔内传播的圈数n也有关。根据相 位变化率与频率的关系,二阶和三阶非线性相位调 制误差分别对应线性和二阶的频率调制误差,从而 导致谐振腔输出多光束干涉光强的波动。为了表述 方便,令 $K_2 = \tau K'_2, K_3 = \tau^2 K'_3$ 。则 $t - n\tau$ 时刻的调 制相位公式表示为

$$\varphi_{\rm PM}(t - n\tau) = 2\pi f_{\rm FM} [(t - n\tau) + K_2'(t - n\tau)^2 + K_3'(t - n\tau)^3] = \varphi_{\rm PM}(t) - 2\pi f_{\rm FM} \tau [n + K_2(2nt/\tau - n^2) + K_3(3nt^2/\tau^2 - 3n^2t/\tau + n^3)].$$
(6)

根据光场叠加原理,经相位调制后的光经过谐 振腔,输出光场可表示为

$$E_{\text{out}}(t) = E_{\text{in}} \exp[i\varphi_{\text{PM}}(t)] \{ T \exp[i\varphi(t)] - R' \sum_{n=1}^{\infty} (Q')^{n-1} \exp(-in\omega_0 \tau) \times \exp[i\varphi(t-n\tau)] \exp\{-i\omega_{\text{FM}}\tau[n+K_2(2nt/\tau-n^2)+K_3(3nt^2/\tau^2-3n^2t/\tau+n^3)] \} \}.$$
(7)

由(7)式计算得到非线性影响下输出光强随时间的 变化曲线。图 3(a)和(b)分别为理想线性相位调制 和仅考虑相位调制波形中二阶或三阶非线性误差时 的归一化输出谐振曲线的比较,为了能够较明显地 观察到非线性误差的影响,计算过程中非线性系数 K<sub>2</sub>和K<sub>3</sub>取值较大。可以看出只考虑二阶非线性 误差时,谐振曲线只存在沿着频率轴方向的平移;只 考虑三阶非线性误差时,谐振曲线本身产生较大的 扭曲。上述二阶和三阶非线性引起的谐振曲线误差 均将反映在经调制后的探测器输出上。

从直观上不难理解,二阶和/或三阶非线性误差 的引入将导致频率调制方波非理想,对应到谐振腔



- 图 3 理想线性相位调制(实线)与具有二阶[(a)中虚线] 和三阶[(b)中虚线]非线性的归一化谐振曲线
- Fig. 3 Normalized resonant curves under linear (solid lines) and nonlinear [dotted lines, (a) for the second order and (b) for the third order] modulation waveforms

的输出也是非理想方波。根据相位调制波形(4)式, 得到正半周频率调制波形的表达式为

 $\omega_{\rm FM}(t) = 2\pi f_{\rm FM}(1 + 2K_2't + 3K_3't^2) =$ 

$$2\pi f_{\rm FM} \left[ 1 + 2K_2 \left( \frac{t}{\tau} \right) + 3K_3 \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right]. (8)$$

将(8)式代入谐振曲线公式,便可求得谐振腔的 输出光强曲线。图 4(a)和(b)分别给出了只包含二 阶(取  $K_2 = 10^{-4}$ , $K_3 = 0$ )和三阶(取  $K_2 = 0$ , $K_3 = 10^{-7}$ )非线性误差的理想相位调制波形与理想线性 相位调制波形的对比;图 4(c)和(d)分别为对应于 图 4(a)和(b)中理想和误差调制曲线下陀螺静止状 态和转速为 200(°)/s 时的输出曲线;图 4(e)和(f) 分别为理想和误差调制下归一化解调输出与输入角 速度关系的比较。图中 PM\_i 表示理想线性相位调 制曲线,PM\_r 表示包含非线性误差的相位调制曲 线,0(°)/s\_i 表示陀螺静止时理想线性调制下的输 出,0(°)/s\_r表示陀螺静止时非线性误差调制下输 出,200(°)/s\_r 表示陀螺转速 200(°)/s 时理想调制 输出,200(°)/s\_r 表示陀螺转速 200(°)/s 时非线性 误差调制输出。

由图 4 可知,在理想线性相位调制下,陀螺静止 时,输出为直流信号;陀螺发生转动时,输出标准方 波信号。然而,当调制波形存在非线性误差时,输出 曲线将随着调制曲线的变化而发生改变,调制波形 半个周期内所对应的值不再是一个常值,而是随时 间变化的量。这样在解调过程中可能会引入误差。 从归一化解调输出与输入角速度的关系得知,调制



图 4 理想线性和具有二阶非线性误差调制曲线(a)下,陀螺静止和转动时的归一化输出(c)和归一化解调输出与输入 角速度的关系曲线(e);理想线性和具有三阶非线性误差的调制曲线(b)下的输出波形(d)及输入输出关系(f)

Fig. 4 Under (a, b) modulation waveforms with linear shape and with the second or third order nonlinearity, (c, d) normalized outputs of the gyro, and (e, f) relationships between normalized demodulated outputs and rotation rates

曲线中非线性误差的引入将大大降低陀螺的标度因数,即图 4(e)和(f)中解调输出与输入角速度的比, 从而降低了陀螺的灵敏度和动态范围。然而,非线 性误差的引入对输出的非线性度不会产生大的 影响。

#### 3 实验结果与讨论

如图 1 所示结构搭建 RMOG 实验系统,包括长 12.8 cm 的硅基集成光学谐振腔、中心波长和谱线 宽度分别为 1550 nm 和 30 kHz 的分布反馈式光纤 激光器、Y 形分支集成光学调制器和信号检测系统。 采用由集成运算放大器产生的模拟三角波作为相位 调制信号实现方波频率调制。综合考虑波形产生芯 片性能、调制波形对陀螺灵敏度以及背向散射噪声 抑制的影响等,实验中采用峰峰值电压等于 4 倍调 制器半波电压( $V_{PP} = 4V_{\pi} = 23.68$  V)、重复频率为 1 MHz的三角波相位调制信号,产生 4 MHz 的调制 频偏<sup>[16~18]</sup>。图 5(a)给出了实际产生的调制三角波 曲线和三阶拟合曲线,以及上升半周拟合曲线表达 式。光在谐振腔中的渡越时间  $\tau = c/(nL)$ ,其中 c为真空中的光速,n 为谐振腔波导折射率(1.456),L





Fig. 5 (a) Testing and fitting of the modulation waveforms; (b) relationships between rotation rates and outputs

为谐振腔长度,计算得  $\tau$  为 0.62 ns。由此可得,波形 上升半周的拟合结果为  $K_2 = 4.12 \times 10^{-4}$ , $K_3 = -3.56 \times 10^{-7}$ ,与上述仿真中所假定的二阶和三阶 非线性分量相当。然而,两系数方向相反,在综合作 用的过程中起到了一定的相消作用。将实际 RMOG系统参数以及测量得到的K<sub>2</sub>和K<sub>3</sub>代入运 算过程,可计算得到理想线性情况和实际具有非线 性误差情况的归一化输出与输入角速度的关系以及 相应的标度因数,如图 5(b)所示。可见,实际产生 调制曲线的非线性误差对输出标度因数有一定的弱 化作用,但是由于拟合曲线中二阶和三阶非线性的 相互抵消,减小了对标度因数的影响。

根据图 5(b),理想线性波形调制下的归一化解 调输出标度因数为1.56×10<sup>-5</sup>,而通过拟合实际调 制波形得到的非线性系数得出的归一化解调输出标 度因数为1.52×10<sup>-5</sup>,是理想情况下的97.4%。考 虑输入谐振腔的光功率、探测器的跨阻和转换效率 以及包括信号处理电路模数(A/D)转换器的位数和 输入范围的电路增益,可得理想线性调制和实际误 差调制下理论计算的标度因数分别为 1.01 和0.98。 图 6(a)和(b)分别为实际陀螺的输出与输入角速度 的关系以及静态条件下陀螺的零偏稳定性,标度因 数的测量值 k=0.907,与实际误差调制下的计算结 果偏差基本相符;1h内积分时间为1s的条件下, 零偏稳定性为 0.4(°)/s。可见,实际产生的模拟三 角波调制波形使陀螺输出标度因数减小的幅度在 10%以内,且不对输出非线性度产生影响。因此,所 使用的调制波形方案可以满足 RMOG 性能的 要求。





Fig. 6 (a) Relationship between gyro output and rotationrate; (b) bias stability of the gyro when it is at rest

另一方面,如果采用数字调制形式,将对调制波 形线性度的提高有较大作用。然而,在 RMOG 中, 由于谐振腔长度一般只有 0.1 m 左右,导致渡越时 间在 0.5 ns 量级。若采用数字调制波形,就要求数 字台阶宽度等于谐振腔渡越时间。在实际中要产生 如此高转换频率的数字调制波形存在一定困难,会 引入台阶宽度误差,也将降低陀螺输出的标度因数, 且在谐振腔输出中对应台阶跳变处产生脉冲噪声, 从而抵消波形线性度改善带来的性能提高,甚至产 生更为严重的噪声。对数字台阶宽度误差对陀螺检 测精度的影响将在后续的研究中做进一步讨论。

## 4 结 论

分析了线性相位调制实现方波频率调制的过程 中相位调制波形线性度对谐振腔输出曲线及陀螺解 调输出的影响。仿真计算结果表明,调制曲线的非 线性将导致探测器处的非理想方波,在方波每个半 周上叠加相应的谐波成分。同时,非线性误差减小 了输出标度因数,降低了陀螺的灵敏度和动态范围。 通过测量实际 RMOG 系统中产生的三角波调制波 形,将三阶非线性曲线的拟合系数代入仿真计算过 程,得出标度因数降低为理想线性调制时的97.4%, 而输出非线性度没有明显变化。通过 RMOG 系统 的实际转动实验验证了三角波调制下的陀螺输出标 度因数,有效地验证了理论分析过程的正确性。

#### 参考文献

- 1 Herve C. Lefevre. The Fiber-Optic Gyroscope (1st ed.) [M]. Zhang Guicai, Wang Wei transl.. Beijing: National Defence Industry Press, 2002
  - Herve C. Lefevre. 光纤陀螺仪[M]. 第一版. 张桂才, 王 巍 译. 北京: 国防工业出版社, 2002
- 2 E. J. Post. Sagnac effect [J]. Rev. Mod. Phys., 1967, 39(2): 475~493
- 3 Matthew A. Terrel, Michel J. F. Digonnet, Shanhui Fan. Performance limitation of a coupled resonant optical waveguide gyroscope[J]. J. Lightwave Technol., 2009, 27(1): 47~54
- 4 Caterina Ciminelli, Carlo Edoardo Campanella, Mario Nicola Armenise. Optimized design of integrated optical angular velocity sensors based on a passive ring resonator [J]. J. Lightwave Technol., 2009, 27(14): 2658~2666
- 5 H. C. Lefevre, Ph. Graindorge, H. J. Arditty *et al.*. Double closed-loop hybrid fiber gyroscope using digital phase ramp[C]. Proc. OSF'85, 1985, PDS 7-1
- 6 L. K. Strandjord, Glen A. Sanders. Effects of imperfect serrodyne phase modulation in resonator fiber optic gyroscopes [C]. SPIE, 1994, 2292: 272~282
- 7 Kazuo Hotate, Michiko Harumoto. Resonator fiber optic gyro using digital serrodyne modulation[J]. J. Lightwave Technol., 1997, 15(3): 466~473
- 8 Xu Yuxin, Zheng Guokang, Xia Junlei. Influence of modulation error performance of resonator integrated optical gyro [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, **16**(2): 240~243 徐宇新,郑国康,夏君磊. 调制误差对谐振式集成光学陀螺性能 的影响[J]. 中国惯性技术学报, 2008, **16**(2): 240~243
- 9 Xijing Wang, Zuyuan He, Kazuo Hotate. Resonator fiber optic

gyroscope with digital serrodyne scheme using a digital controller [C]. SPIE, 2009, **7314**: 731402

10 Feng Lishuang, Hong Lingfei, Du Zhefeng et al.. Research on the theory and experiment of double-frequency modulation for MOG[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2008, 21(2): 341~345

冯丽爽,洪灵菲,杜哲峰等.微光学陀螺双频率调制理论与实验 研究[J].传感技术学报,2008,**21**(2):341~345

- 11 Diqing Ying, Huilian Ma, Zhonghe Jin. Resonator fiber optic gyro using the triangle wave phase modulation technique [J]. Opt. Commun., 2008, 281(4): 580~586
- 12 Peng Bo, Yang Zhihuai, Ma Huilian *et al.*. Digitalization of the detection circuit for resonator fiber optic gyro based on the phase modulation spectroscopy technique[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, 36(6): 1479~1453

彭 博,杨志怀,马慧莲等.基于调相谱技术的谐振式光纤陀螺 检测电路数字化研究[J].中国激光,2009,**36**(6):1479~1453

13 Yan Lu, Xiao Zhisong, Zhang Feng et al.. Advances of siliconbased integrated photonic devices and applications in optical gyroscope and optical communication [J]. Chinese J. Lasers, 2009, 36(3): 547~553

燕路,肖志松,张峰等. 硅基光子器件研究进展及其在光陀螺与光通信中的应用[J]. 中国激光,2009,36(3):547~553

- 14 Yu Huaiyong, Zhang Chunxi, Feng Lishuang et al.. SiO<sub>2</sub> waveguide resonator used in an integrated optical gyroscope[J]. Chin. Phys. Lett., 2009, 26(5): 054210
- 15 Feng Xiang, Ma Yingjian, Yu Huaiyong *et al.*. Investigation on the modulation of the optimized sensitivity for the resonator optic gyroscope[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(4): 1064~1067
  冯 翔,马迎建,于怀勇等. 谐振式微光学陀螺最佳灵敏度调节的研究[J]. 中国激光, 2010, **37**(4): 1064~1067
- 16 Zhang Xulin, Xu Ping. Investigation of back-reflection of ring resonator in resonator optic gyro[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2302~2307
  张旭琳,徐 平.谐振式光学陀螺环形谐振腔内背向反射研究 [J]. 光学学报, 2009, 29(8): 2302~2307
- 17 Yu Huaiyong, Zhang Chunxi, Feng Lishuang *et al.*. Analysis of Rayleigh backscattering noise in micro-optical resonance gyroscope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 799~804 于怀勇,张春熹,冯丽爽等. 硅基微光学谐振式陀螺瑞利背向散 射噪声分析[J]. 光学学报, 2009, **29**(3): 799~804
- 18 Huilian Ma, Zuyuan He, Kazuo Hotate. Reduction of backscattering induced noise by carrier suppression in waveguidetype optical ring resonator gyro [J]. J. Lightwave Technol., 2011, 29(1): 85~90

栏目编辑:李文喆