

# 修正的 MIMO-FSO 信道自适应 SVD 估计算法

徐建武 王红星 胡 昊 孙晓明

(海军航空工程学院电子与信息工程系, 山东 烟台 264001)

**摘要** 针对多入多出(MIMO)无线光通信(FSO)中传统的奇异值分解(SVD)信道估计算法由于训练序列的单极性容易导致信号能量损失,从而引起信道估计值不准确的问题,提出了一种修正的自适应 SVD 估计算法。该修正算法能对 SVD 算法中存在的估计误差进行补偿,从而能使该估计方法更好地应用于 MIMO-FSO 系统中。仿真结果表明,与 SVD 算法相比,在信噪比为 15 dB 时,修正的算法有 2 个数量级的均方误差(MSE)性能提高,在信噪比为 30 dB 时,MSE 性能有 3 个数量级的提高。与相同条件下的均值修正 SVD 算法相比,平均有 1 dB 左右的性能改善。该修正方法可移植性强,在其他信道估计方法中也可采用类似的改进方法。

**关键词** 光通信;无线光通信;信道估计;奇异值分解;多入多出;均方误差

**中图分类号** TN929.12 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.1105001

## Modified Adaptive SVD Estimating Algorithm about MIMO-FSO Channels

Xu Jianwu Wang Hongxing Hu Hao Sun Xiaoming

(Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

**Abstract** Because the training serials are unipolar in multi-input multi-output free space optical communication (MIMO-FSO) systems, which leads to the signal energy loss easily, the result of traditional singular value decomposition (SVD) channel estimation algorithm is inaccurate. A kind of modified adaptive SVD estimation algorithm is put forward which can compensate for the estimation errors of SVD algorithm. So the modified adaptive SVD estimation algorithm can be better fit for MIMO-FSO systems. The simulation results indicate that compared with the SVD algorithm, the mean square error (MSE) performance of the modified algorithm is improved by two and three orders of magnitude when the signal-to-noise ratio (SNR) is 15 dB and 30 dB, respectively. Compared with the average value modified SVD algorithm, the modified algorithm has 1 dB improvement of the MSE performance under the same condition. The modified algorithm possesses strong transplanting property and can be adopted in other channel estimation methods.

**Key words** optical communications; free space optical communication; channel estimation; singular value decomposition; multi-input multi-output; mean square error

**OCIS codes** 060.2605; 060.4510; 010.1330

## 1 引 言

当前,无线光通信(FSO)引起了国内外的广泛关注<sup>[1,2]</sup>,而信道估计是 FSO 系统实现可靠通信的关键技术之一。所谓信道估计,就是通过一定的分

析方法从接收数据中将某个信道模型的模型参数估计出来的过程<sup>[3,4]</sup>。通过信道估计值,给接收机提供信道状态信息,在自适应编码调制系统中,还将信道信息反馈给发射端,使发射端能自适应地改变编

**收稿日期**: 2011-06-21; **收到修改稿日期**: 2011-07-19

**基金项目**: “泰山学者”建设工程专项经费资助课题。

**作者简介**: 徐建武(1982—),男,博士研究生,主要从事无线光信道评估和数字调制编码等方面的研究。

E-mail: xujianwu820215@126.com

**导师简介**: 王红星(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事光通信和现代通信新技术等方面的研究。

E-mail: 13371368601@cumail.com.cn

码调制参数,从而最充分地利用信道容量,提高系统的频谱效率<sup>[5]</sup>。即使在中等信噪比(SNR)的情况下(20 dB左右),1%的信道估计误差就可以使系统信道容量下降约1/3<sup>[6]</sup>。

信道估计技术常用的是基于导频的估计方法,包括基于导频和训练序列两种,另一类是盲估计和差分估计<sup>[7]</sup>。在无线光通信中,基于训练序列的信道估计方法有贝叶斯(Bayes)估计、最大后验概率估计(MAP)、最大似然估计(ML)、最小均方误差估计(MMSE)、最小二乘估计(LS)、奇异值分解估计(SVD)以及维纳滤波信道估计等。其中,Bayes估计需要代价函数已知,并且需要知道待估计参数和观测数据的完整的概率描述,条件最为苛刻。MAP和ML估计不需要代价函数的详细形式,只要求代价函数是误差的偶函数,同时也需要知道待估计参数和观测数据的完整的概率描述。MMSE估计只需要已知待估计参数与观测数据的一、二阶距特性。LS估计算法结构比较简单,除法运算只需进行一次,计算量小。但是LS估计并未利用信道的频域和时域相关特性,而且在估计时不考虑噪声的影响,所以估计值对噪声的影响比较敏感。在信噪比较小的情况下,估计的准确性不高。MMSE估计算法有较好的性能,但是其复杂度很高,需要大量复杂的计算过程,而且在求逆过程中,信道矩阵很可能是奇异的,这样就无法求逆或导致求出的值错误,因而在实际应用中受到限制。SVD算法可以通过对矩阵变换的低阶近似进行<sup>[8]</sup>,不论信道矩阵是否奇异,都可以求取,因此降低了实现的复杂度。

本文首先对SVD估计算法进行了分析,针对SVD算法由于训练序列的单极性而导致估计结果不准确的问题,提出了一种修正的SVD估计算法,并对该修正算法进行了仿真分析。

## 2 SVD 估计算法

考虑采用  $M$  根发射天线和  $N$  根接收天线的MIMO-FSO系统,假定这些天线之间的子信道是独立的,且是平坦衰落的,衰落系数在1个连续符号间隔内保持恒定。那么,天线  $j$  在时刻  $k$  接收到的信号可以表示为<sup>[9]</sup>

$$y_j(k) = \sqrt{\rho} \sum_{i=1}^M x_i(k) h_{ij} + n_j(k), \quad (1)$$

式中  $j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, T; \rho$  表示每根接收天线端的平均信噪比,  $x_i(k)$  表示  $k$  时刻从第  $i$  根天线上发射出的信号,  $n_j(k)$  表示时刻  $k$  相应于第  $j$  根

接收天线的噪声,  $h_{ij}$  表示第  $i$  根发射天线和第  $j$  根接收天线之间的衰落系数,对应待估参数矢量。为了标记简单,将接收信号  $\mathbf{Y}$  以紧凑矩阵形式表示为

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\rho} \mathbf{X} \mathbf{H} + \mathbf{N}, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{H}$  为信道矩阵,可表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{M1} & h_{M2} & \cdots & h_{MN} \end{bmatrix}.$$

假设信道向量  $\mathbf{H}$  的频域自协方差矩阵为  $\boldsymbol{\phi}_{HH}$ , 对  $\boldsymbol{\phi}_{HH}$  进行奇异值分解得到<sup>[10]</sup>

$$\boldsymbol{\phi}_{HH} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^H, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{U}$  为归一化正交向量组成的矩阵,  $\boldsymbol{\Lambda}$  为一个对角矩阵,其对角线元素包含了  $\boldsymbol{\phi}_{HH}$  的奇异值。设  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$  为  $\boldsymbol{\phi}_{HH}$  的  $n$  个奇异值,且  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{n-1} \geq 0$ , 根据文献[7],基于MMSE准则的维纳滤波信道估计值为  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{MMSE}}$ , 且

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\text{MMSE}} = \boldsymbol{\phi}_{HH} \left( \boldsymbol{\phi}_{HH} + \frac{\alpha}{R_{\text{SN}}} \mathbf{I} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{LS}}, \quad (4)$$

式中  $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{LS}} = (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{Y}$  为信道的LS估计值,  $R_{\text{SN}} = \rho = \frac{E(|x_k|^2)}{\sigma^2}$  为平均信噪比,  $\alpha = E(|x_k|^2) \times E(|1/x_k|^2)$  为一常数,它依赖于调制方式。将(3)式代入(4)式得到基于奇异值分解的信道估计值为

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^H \left( \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^H + \frac{\alpha}{R_{\text{SN}}} \mathbf{I} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{LS}}, \quad (5)$$

将(5)式化简,得到

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^H \tilde{\mathbf{H}}_{\text{LS}} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^H (\mathbf{X}^H \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^H \mathbf{Y}, \quad (6)$$

式中  $\boldsymbol{\Lambda}$  为一个对角矩阵,对角线上的元素值为  $\xi_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \alpha/\rho}, i = 0, 1, \dots, n-1$ 。

## 3 修正的SVD估计算法

### 3.1 SVD估计算法缺陷分析

由于光信号是单极性信号,在没有噪声的情况下,其取值不是“0”就是“1”,因此用于信道估计的训练序列也是由“0”和“1”组成的单极性序列。SVD算法在开关键控(OOK)和脉冲位置调制(PPM)调制下,对信道特性进行的分析是在基于这种单极性训练序列的前提下完成的。更进一步说,不仅是SVD估计算法,目前常用的MAP估计、ML估计和LS估计等都是基于单极性训练序列前提下对信道特性进行分析研究的。单极性训练序列的这种特殊性的主要缺陷在于:任何信道响应在与包含“0”元

素的训练序列相乘时,在“0”元素对应处,不管信道特性如何变化,相乘的结果仍然为“0”。因此不论信道环境如何变化,估计出的信道特性都会出现若干的“0”点,这正是由训练序列的这种单极性特征所导致的。这样得到的估计值会造成很大的能量损失,从而使得估计结果出现比较大的误差。

以第2节推导的SVD算法为例进行进一步分析,假设发送端的训练序列为 $x = \{11001100110\}$ ,背景光噪声和接收机噪声可视为高斯白噪声,经过大气信道传输后,接收信号 $\mathbf{Y}$ 的值在 $x$ 的“0”元素处将不会有信号,而只有噪声 $\mathbf{N}$ 的值,这将导致(6)式中 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 的估计结果出现误差。因此,对SVD算法做适当的修正,进行一些改进,对估计误差进行补偿,这对提高估计结果的准确度,使其能更好地适应无线光通信信道估计显得非常必要。

### 3.2 SVD 估计算法修正

仍然考虑采用 $M$ 根发射天线和 $N$ 根接收天线的MIMO-FSO系统,假定这些天线之间的子信道是独立的,且是平坦衰落的,即信道在信号一个传播周期内变化很小,也就是说,在一个信号周期内,信道特性有较强的相关性。将接收信号 $\mathbf{Y}$ 以紧凑矩阵形式表示为 $\mathbf{Y} = \sqrt{\rho}\mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{N}$ ,其中 $\mathbf{H}$ 为信道矩阵,

可表示为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1N} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{M1} & h_{M2} & \cdots & h_{MN} \end{bmatrix}.$$

修正的SVD估计算法分两步进行:

1) 按照3.1节中SVD估计算法的求解方法,对信道矩阵 $\mathbf{H}$ 进行估计,得到估计值 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H (\mathbf{X}^H\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^H\mathbf{Y}$ 。

2) 对1)中所估计出的 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 值进行修正,得到修正后的估计值,方法如下:

因为发射的训练序列中不可避免地有“0”元素存在,所以在信道估计值 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 中肯定存在某些位置的值为0,现在对 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 进行向量分解,假设 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 中有 $k$ 个“0”元素, $k \leq MN$ ,它们构成的集合为 $\{\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(1), \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(2), \dots, \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k)\}$ ,那么剩下的非零元素一共为 $MN - k$ 个,它们构成的集合为 $\{\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k+1), \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k+2), \dots, \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(MN)\}$ 。现在将 $MN - k$ 个非零元素分别平方后求平均再开平方,得到一个新的元素,这里设为 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V)$ ,那么 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V)$ 可以表示为

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V) = \sqrt{\frac{[\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k+1)]^2 + [\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k+2)]^2 + \cdots + [\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(MN)]^2}{MN - k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=k+1}^{MN} [\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(i)]^2}{MN - k}}. \quad (7)$$

然后用 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V)$ 代替估计值 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 中的“0”元素,即 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}$ 中 $k$ 个“0”点全部用 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V)$ 代替。设经过代替后的信道估计值为 $\tilde{\mathbf{H}}'_{\text{SVD}}$ ,则 $\tilde{\mathbf{H}}'_{\text{SVD}}$ 中不再有“0”元素的存在, $\tilde{\mathbf{H}}'_{\text{SVD}}$ 所有元素的集合可以表示为

$$\tilde{\mathbf{H}}'_{\text{SVD}} = \{\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V), \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V), \dots, \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V), \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k+1), \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(k+2), \dots, \tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(MN)\},$$

式中 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{SVD}}(E_V)$ 的个数为 $k$ , $\tilde{\mathbf{H}}'_{\text{SVD}}$ 就是修正后的信道估计值。用一句话来概括修正算法的本质,就是在接收端修正估计值,以补偿由于发射端训练序列的单极性引起的信号能量损失。

## 4 性能分析

用估计值相对于真实值离散程度的均方误差估计(MSE)来表征信道估计算法的性能,其数学表达式为 $E_{\text{MS}} = E\{(\tilde{\mathbf{H}} - \mathbf{H})^2\}$ ,其中 $\mathbf{H}$ 代表真实值, $\tilde{\mathbf{H}}$ 代

表每次估计值。根据参数估计的原理,同种估计条件下MSE越小,则表明该种估计算法的性能越好。

假设系统采用OOK强度调制直接检测方式,大气闪烁因子为0.6。以下仿真都是基于这个假设条件进行的。图1为MMSE、LS和SVD估计算法的性能仿真结果。

从图1可以看出,在低信噪比条件下(小于10 dB),LS算法性能不及MMSE算法,但是随着信噪比的提高,LS算法优于MMSE。SVD估计算法下系统的均方误差性能曲线随着信噪比的增加而递减,在信噪比较小的情况下(小于10 dB)时,均方误差随信噪比增加下降较快,但是随着信噪比的进一步增大,均方误差趋于收敛,且性能总要优于LS和MMSE算法。但总的来说,没有修正的SVD算法的性能还是比较差,与实际期望相差较远。究其原因,除了估计算法存在着一定的不准确性之外,主要原因还是由于发射端训练序列的单极性,导致在接

收端损失了一部分信号能量,从而引起估计误差偏大。

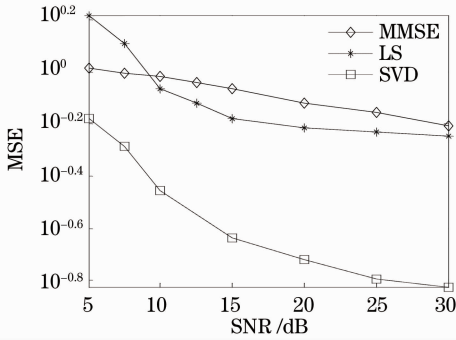


图 1 MMSE,LS 和 SVD 算法性能

Fig. 1 MSE performances of MMSE, LS and SVD algorithms

针对训练序列单极性的问题,在文献[7]中提出了一种改进的 SVD 算法,暂且称之为均值修正 SVD 算法,而本文提出的算法是根据信道估计的非零元素值的均方根(RMS)来替代“0”元素,暂且称之为均方根修正 SVD 算法。图 2 是 SVD 算法和两种修正算法的性能仿真结果。

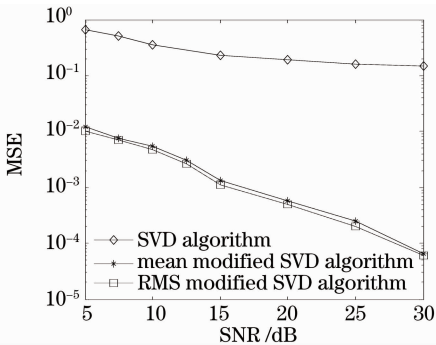


图 2 两种修正的 SVD 算法性能比较

Fig. 2 MSE performances of mean modified and RMS SVD algorithms

从图 2 可以看出,修正后的 SVD 算法与未修正算法相比,MSE 性能有很大提高。例如在信噪比为 15 dB 时,与 SVD 算法相比,修正的 SVD 算法性能提高了 2 个数量级;在信噪比为 30 dB 时,修正的 SVD 算法性能提高了大约 3 个数量级。此外,系统的 MSE-SNR 性能曲线收敛速度也有较大的改善。从图中还可以看出,本文提出的均方根修正算法在 MSE 性能上要优于均值修正算法,如在 MSE 为 10<sup>-3</sup> 时,均方根修正算法 SNR 低于均值修正算法 1 dB。

本文提出的均方根修正 SVD 算法的主要思想也可以应用在其他信道估计算法上,如 MMSE 估计、LS 估计等,只需要在原来信道估计值的基础上,

对估计值矩阵中的“0”元素做类似的替换即可。图 3 是修正后的 MMSE、LS 和 SVD 性能仿真结果。

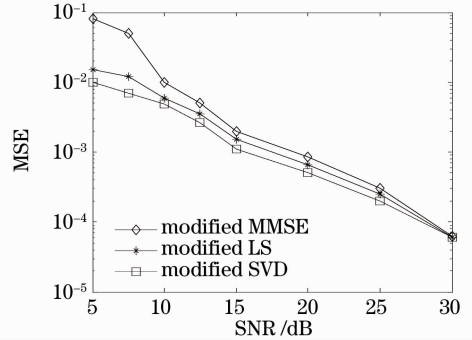


图 3 修正的 MMSE,LS 和 SVD 算法性能

Fig. 3 MSE performances of modified MMSE, LS and SVD algorithms

从图 3 可以看出,3 种修正后的算法较图 1 中未修正的算法在 MSE 性能上都有很大改善,且在信噪比  $R_{SN} < 30$  dB 时,修正后的 SVD 性能优于 LS 算法,而 MMSE 算法性能则不如 LS 算法,但是当  $R_{SN} > 30$  dB 以后,三者性能相差很小。这说明在大信噪比下,修正后的 3 种算法性能趋于同一值。

## 5 结 论

针对传统的 SVD 信道估计算法由于训练序列的单极性容易导致信号能量损失,从而引起信道估计值不准确的问题,提出了一种修正的 SVD 估计算法。该修正算法能对 SVD 算法中的估计误差进行补偿,从而使该估计方法能更好地应用于 MIMO-FSO 系统中。该修正方法不仅仅适应于 SVD 估计算法,也可用于 ML 估计、LS 估计和 MMSE 估计等其他信道估计方法中,对改善 MIMO-FSO 系统的性能具有积极意义。

## 参 考 文 献

- Hu Hao, Wang Hongxing, Zhou Min *et al.*. Modeling and analyzing of error performance for pulse position modulation and digital pulse interval modulation under turbulence[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(5): 1269~1274  
胡昊,王红星,周旻等.湍流大气中脉冲位置调制和数字脉冲间隔调制差错性能的建模与分析[J]. *中国激光*, 2010, **37**(5): 1269~1274
- Xie Weiliang, Liu Lu, Tang Junxiong. Analysis on characterization of atmospheric optical wireless communication system based on turbo code[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5): 575~578
- 谢伟良,刘璐,汤俊雄.无线光通信差错控制系统的时间参数特性[J]. *中国激光*, 2004, **31**(5): 575~578
- Zheng Ziwei, Yang Zhixing, Pan Changyong *et al.*. Synchronization and channel estimation for TDS-OFDM systems [C]. *Vehicular Technology Conference 2003*, **2**: 1229~1233
- H. Minn, V. K. Bhargava. An investigation into time-domain

- approach for OFDM channel estimation [J]. *IEEE Trans. Broadcasting*, 2000, **46**(4): 240~248
- 5 Yan Dong. Study and Simulation of Channel Estimates Algorithms of MIMO Systems[D]. Nanjing: Hehai University, 2004
- 严冬. MIMO 系统的信道估计算法研究及仿真[D]. 南京: 河海大学, 2004
- 6 Yang Jianxiao, Xu Yuanxin, Zhao Xiaoxiang *et al.*. Implement of non-adaptive and adaptive channel estimates algorithms in DVB-T [J]. *Journal of Circuit and System*, 2006, **11**(3): 139~144
- 杨剑啸, 徐元欣, 赵小祥等. DVB-T 中非自适应和自适应信道估计算法的实现[J]. *电路与系统学报*, 2006, **11**(3): 139~144
- 7 Ke Xizheng, Yin Zhiyun. Coding Theory in FSO Communication Systems[M]. Beijing: Science Press, 2008. 262~270
- 柯熙政, 殷致云. 无线激光通信系统中的编码理论[M]. 北京: 科学出版社, 2008. 262~270
- 8 He Jian, Hu Yanjun. Performance analysis of FSO-MIMO systems based on SVD algorithm [J]. *Journal of Anhui University*, 2007, **31**(3): 34~37
- 何键, 胡艳军. 基于 SVD 算法的无线光 MIMO 系统的性能分析[J]. *安徽大学学报*, 2007, **31**(3): 34~37
- 9 A. Benjebbour, S. Yoshida. Performance improvement of ordered successive detection with imperfect channel estimates for MIMO systems[J]. *IEICE Trans. Commun.*, 2003, **E86-B**(11): 1287~1291
- 10 Wen Guangrui. The application of SVD technology in sound information separation [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2003, **37**(1): 37~40
- 温广瑞. 奇异值分解技术在声音信息分离中的应用[J]. *西安交通大学学报*, 2003, **37**(1): 37~40

栏目编辑: 谢婧