干涉条纹空间频率对数字叠栅移相干涉 测量精度的影响

孟晓辰 郝 群 朱秋东 胡 摇

(北京理工大学光电学院,北京 100081)

摘要 基于数字叠栅移相干涉原理,分析了 CCD 像元尺寸、随机噪声和量化误差对采样后干涉条纹和合成叠栅条 纹对比度的影响,并就干涉条纹频率对叠栅移相干涉相位测量精度的影响进行了理论分析和仿真研究。结果表 明,随着干涉条纹空间频率的增大,CCD 的采样过程、随机噪声和量化噪声会影响叠栅条纹信号的对比度和信噪 比,并通过相位解算过程直接影响数字叠栅移相干涉的相位测量精度。以相位测量精度为 π/50(折合光程差精度 为λ/100)作为判断标准,对应可探测干涉条纹的最大空间频率为 0.45 λ/pixel,为后续数字叠栅移相干涉测量范围 的研究提供了定量理论依据。

关键词 光学测量;数字叠栅移相干涉;空间频率;相位测量精度;信噪比
 中图分类号 O436.1;TH741
 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201138.1008008

Influence of Interference Fringe's Spatial Frequency on the Phase Measurement Accuracy in Digital Moiré Phase-Shifting Interferometry

Meng Xiaochen Hao Qun Zhu Qiudong Hu Yao

(School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract The influences of CCD pixel size, random noise and quantization series on contrasts of the interferogram after sampling and the moiré fringes are analyzed based on digital moiré phase-shifting interferometry. The effects of interference fringe's spatial frequency on the phase measurement accuracy are analyzed and simulated in detail. The results indicate that with the increase of interference fringe's spatial frequency, the contrast and the signal to noise ratio of moiré fringes will be worse with the influences of the process of CCD sampling, random noise and quantization series. Furthermore, the phase errors will be greater after phase-unwrapping. When the interference fringe's spatial frequency is lower than 0.45 λ /pixel, the phase measurement accuracy can be better than $\pi/50$, which is equivalent to the optical path difference better than $\lambda/100$. This provides a theoretical quantitative basis for the further study of extending the measurement range of digital moiré phase-shifting interferometry.

Key words optical measurement; digital moiré phase-shifting interferometry; spatial frequency; phase measurement accuracy; signal to noise ratio

OCIS codes 120.3180; 120.4120; 120.4630; 120.5050

1 引 言

数字叠栅移相干涉技术是随着计算机技术的广 泛应用发展起来的一种综合移相技术。它将数字移 相技术与叠栅条纹技术相结合^[1~4],用计算机生成 的四幅移相虚拟标准干涉图分别与采集的单帧实际 干涉图叠加,生成数字叠栅移相干涉图,再对其进行 滤波和相位解算,得到被测波面面形误差分布。数 字叠栅移相技术的应用,只需采集单帧干涉图,避免 了因机械移相而造成的各种误差,提高了检测系统 的抗干扰能力,降低了对环境的要求,增强了实用

收稿日期: 2011-04-12; 收到修改稿日期: 2011-06-28

基金项目:国家自然科学基金(60578053)资助课题。

作者简介: 孟晓辰(1985—),女,博士研究生,主要从事光学精密测量方面的研究。E-mail: mengxc316@gmail.com

导师简介:郝 群(1968—),女,博士,教授,主要从事光电信息技术及精密光学测量等方面的研究。

性,并简化了系统,提高了测试速度和精度。该技术 不仅在光学表面的宏观面形检测和光学系统的像质 检测中得到广泛应用,而且在光学表面的微观粗糙 度测量中发挥了关键作用。

在应用叠栅条纹技术时,为便于差频信息的提 取和分离,通常要求相叠加的两个干涉图的条纹空 间频率尽可能高^[5],从而扩大动态测量范围。在采 集高密度干涉条纹时,CCD 接收并记录的光强分布 并不能真实反映原空间光场的光强分布^[6~8]。例 如,使用非零检测法对大动态范围的波前进行测量 时,检测系统本身允许有较大的剩余波像差,会产生 高密度的干涉条纹^[9],此时 CCD 像元的尺寸将在一 定程度上影响采样后的干涉条纹对比度,降低合成 叠 栅条纹的对比度,进 而影 响 到 相位 解算 精 度^[10,11]。

本文从 CCD 对高密度条纹光强信号的采样过 程出发,建立数学模型,对 CCD 像元尺寸、随机噪声 和量化误差对采样后干涉条纹对比度、合成的叠栅 条纹对比度以及数字移相测量精度的影响进行了定 量分析和仿真研究,为后续数字叠栅移相干涉术测 量范围^[12]的研究提供了定量理论依据。

2 理论分析

2.1 CCD采样对实际干涉图光强信号强度的影响 假设点(x,y)处干涉场的光强分布为

 $I(x,y) = d(x,y)\{1 + V\cos[2\pi fx + \delta(x,y)]\},$ (1)

式中d(x,y)为干涉图背景的直流光强分布,V为条 纹的对比度,f为条纹的空间频率, $\delta(x,y)$ 为(x,y)处的被测初相位。

CCD 的输出信号是光场强度与像元窗口函数 的卷积,将每个像元看作一个方格窗口函数 $H(x, y) = \text{rect}(x/\Delta x, y/\Delta y)$,其中 Δx 和 Δy 分别表示像 元在 x 轴方向和 y 轴方向的尺寸,则经 CCD 采样后 的信号对比度会发生改变,受 sinc 函数的影响。以一维情况为例,此时干涉场光强分布为

 $I'(x) = d(x) [1 + V \operatorname{sinc}(f \Delta x) \cos \delta(x)].$ (2)

令 $\Delta X = f \Delta x$,定义为 CCD 像元的相对宽度, 表征像元相对干涉条纹周期的尺寸大小;令 V' = Vsinc($f \Delta x$),为采样后光强信号的对比度。则像元的相对宽度越小,CCD 输出的信号对比度越高。

在实际测量过程中,由于各种随机噪声的存在, 某特定点的时域光强曲线不再是标准的余弦形式。 主要考察光电探测器在采样过程中自身存在的随机 性噪声,经量化后^[13]输出的时域光强信号可表示为

 $I''(x,y) = int[I'(x,y) + n_{PD}],$ (3) 式中 int 表示进行取整运算, n_{PD} 是光电探测器自身 随机噪声引起的光强变化。

2.2 各因素对数字叠栅移相干涉相位测量精度的 影响

为方便后续分析,假设经 CCD 采样和量化后的 实际干涉条纹光强分布为

 $I_0(x,y) = a(x,y) \times$

 $\{1 + V' \cos[2\pi f_{ox} + \delta_o(x, y)]\},$ (4) 式中 a(x, y) 是经 CCD 采样和量化后的实际干涉图 的直流光强分布, V' 受 sinc 函数的影响, f_o 是条纹 的空间频率, $\delta_o(x, y)$ 为(x, y) 处的被测初相位。

由计算机生成的虚拟干涉图中干涉场的光强分 布为

 $I_R(x,y) = b(x,y)\{1+$

 $V_R \cos[2\pi f_R x + \delta_R(x, y) - \varphi_i]\}, \qquad (5)$

式中 b(x,y) 为虚拟干涉图背景的直流光强分布, V_R 为虚拟干涉条纹的对比度, f_R 为便于实现叠栅处理 而附加倾斜条纹的空间频率, $\delta_R(x,y)$ 为被测波面与 参考波面的相位差分布, φ_i 为可变相位。可设虚拟干 涉条纹为全对比条纹,即 $b(x,y) = 1, V_R = 1$ 。

由此,实际干涉图和虚拟干涉图利用叠栅滤波 合成法^[14]生成的叠栅干涉图可以表示为

$$I_{m}(x,y) = [I_{O}(x,y) - a(x,y)][I_{R}(x,y) - b(x,y)] = \{a(x,y)V'\cos[2\pi f_{O}\delta_{O}(x,y)]\} \times \{\cos[2\pi f_{R}x + \delta_{R}(x,y) - \varphi_{i}]\} = \frac{1}{2}a(x,y)V'\{\cos[2\pi (f_{O} + f_{R})x + \delta_{O}(x,y) + \delta_{R}(x,y) - \varphi_{i}]\} + \frac{1}{2}a(x,y)V'\{\cos[2\pi (f_{O} + f_{R})x + \delta_{O}(x,y) + \delta_{R}(x,y) - \varphi_{i}]\}$$

$$\cos\left[2\pi(f_0 - f_R)x + \delta_0(x, y) - \delta_R(x, y) + \varphi_i\right]\}.$$
(6)

(6)式经低通滤波后,只保留低频项,得到的差频项叠栅条纹为

$$I_{\rm mf}(x,y) = \frac{1}{2}a(x,y)V'\cos[2\pi(f_0 - f_R)x + \delta_0(x,y) - \delta_R(x,y) + \varphi_i].$$
(7)

令 $V_{\rm m} = \frac{1}{2}a(x,y)V'$,它是叠栅干涉图的条纹对比度,比实际干涉图对比度a(x,y)V'降低一半。可知,

由于 CCD 采样的影响,实际干涉图对比度发生改变,合成的叠栅条纹对比度也会发生改变,受 sinc 函数的影响,如图 1 所示。





Fig. 1 Relation between moiré contrast V_m after sampling and relative width ΔX of CCD 定义叠栅条纹信号的信噪比(SNR)为

$$R_{\rm SN} = \frac{I_{\rm mmax} - I_{\rm mmin}}{\sigma},\tag{8}$$

式中 I_{nmax} 和 I_{nmin} 分别为合成的叠栅条纹信号的最 大光强灰度值和最小光强灰度值,I_{mmax} - I_{mmin} 为叠 栅条纹信号的调制度, o 为 CCD 采样过程中随机噪 声的标准差。由上述分析可知, 在 CCD 像元宽度和 A/D 转换器位数一定时, 干涉条纹空间频率越大, 经 CCD 采样后输出的调制度越小, 合成的叠栅条纹 信号调制度也会随之减小; 当存在随机噪声和量化 噪声时, 实际干涉图时域信号的信噪比就会下降, 叠 栅条纹的信噪比也会下降。因此, 时域信号调制度 及信噪比下降是 CCD 等面阵探测器采集高密度干 涉条纹过程中典型的信号失真, 因此, 后续的叠栅条 纹合成和相位解算^[15]过程直接影响数字叠栅移相 干涉术的相位测量精度。

设 $\delta_{\text{error}}(x, y) = \delta_0(x, y) - \delta_R(x, y)$,将其代人 (7) 式,采用四步移相算法,取 $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, \varphi_3 =$ $\pi, \varphi_4 = \frac{3\pi}{2},$ 得到四幅叠栅图 $I_{\text{m1}}(x, y), I_{\text{m2}}(x, y),$ $I_{\text{m3}}(x, y), I_{\text{m4}}(x, y), 从中解出$

$$\delta_{\text{error}}(x,y) = \arctan\left[\frac{I_{\text{m4}}(x,y) - I_{\text{m2}}(x,y)}{I_{\text{m1}}(x,y) - I_{\text{m3}}(x,y)}\right] - 2\pi(f_O - f_R)x.$$
(9)

根据对上述各影响因素的分析,针对不同的干涉 条纹空间频率,仿真 CCD 对光强的采样过程,并加入 随机噪声和量化噪声,分析对应的相位测量误差的变 化,即可找到误差来源与结果误差间的定量关系。

3 计算机仿真与结果分析

为了验证条纹空间频率对数字叠栅移相干涉相 位测量精度的影响,综合考虑上述影响因素,分条纹 空间频率均匀和不均匀两种情况,即干涉条纹等周 期和变周期两种情况,做计算机仿真分析,研究在要 求的相位测量精度下对应的条纹空间频率上限。

3.1 条纹空间频率均匀的情况

干涉图大小为 256 pixel×256 pixel,通过改变 泽尼克系数中的倾斜项来模拟虚实两幅干涉图,并 在模拟的实际干涉图中加入 CCD 采样过程引入的 随机噪声和量化误差等影响,用数字叠栅滤波法叠 加生成叠栅图,生成的叠栅图的频率为两幅图的倾 斜之差。用计算机生成倾斜之差为 1λ 的两幅干涉 图如图 2 所示。



图 2 相对倾斜之差为 1λ 的两幅条纹空间频率 均匀的干涉图

Fig. 2 Two interferograms of equal spatial frequency with relative tilt error of 1λ

对虚拟干涉图进行数字移相,得到四幅相位依 次相差 1/4 波长的移相干涉图,分别与模拟的实际 干涉图进行叠加,生成四幅叠栅移相干涉图,选择合 适的滤波窗口,对其进行低通频域滤波处理后,得到 清晰的叠栅干涉条纹,如图 3 所示。由于两幅相叠 加的干涉图只是加入的倾斜不同,合成的叠栅条纹 仍然是等周期的直条纹。

利用数据处理程序,对其进行数字移相干涉计 算后,解算出的波面相位图如图4所示。与参考相 位比较得出的相位测量误差三维分布如图5所示。

图像大小为 256 pixel×256 pixel,改变泽尼克 多项式中的倾斜系数,生成条纹频率均匀的实际干 涉图,虚实两幅干涉图的相对倾斜之差为 1λ ,量化 级数为 256(8 bits),随机噪声标准差 σ =4,得出叠 栅条纹对比度、信噪比、相位测量误差与对应干涉条 纹的空间频率如表 1 所示。因虚实干涉图空间频率 均匀,故各点的调制度、信噪比、相位测量误差相等。 相位测量误差与对应干涉条纹空间频率的关系曲线 如图 6 所示。



图 3 经滤波处理后的四幅移相干涉图(对应图 2) Fig. 3 Four phase-shifting interferograms after filtering (corresponding to Fig. 2)









phase errors

表 1 不同干涉条纹空间频率与对应的相位测量误差 Table 1 Different spatial frequencies of interferogram and corresponding phase errors

		-		0		0.			
Frequency of fringes /(1/pixel)	0.2039	0.2431	0.2824	0.3216	0.3608	0.3984	0.4392	0.4627	0.4863
Modulation of moiré fringe	160	156	150	146	140	130	128	127	125
Signal to noise ratio ($\sigma=4$)	40.0	39.0	37.5	36.5	35.0	32.5	32.0	31.8	31.3
Phase errors $/2\pi$	0.0074	0.0080	0.0085	0.0089	0.0093	0.0095	0.0099	0.0108	0.0119



图 6 相位测量误差与对应干涉条纹空间频率关系曲线 Fig. 6 Relationship between phase errors and corresponding spatial frequencies of interference fringes

受 CCD 采样过程的影响,实际干涉条纹空间频 率增大时,经 CCD 采样后的干涉条纹对比度降低, 合成的叠栅条纹对比度也随之降低。用数字叠栅移 相干涉术进行测量时,相位测量误差与干涉条纹空 间频率成正比。由图 6 曲线可知,以相位测量精度 为 π/50(折合光程差为 λ/100)为判断标准,叠栅条 纹信噪比约高于 30,对应的可测干涉条纹的最大空 间频率约为0.46 λ/pixel。即对干涉图而言,最密的 条纹一个周期最少可有 2.174 个采样点。当干涉条 纹空间频率大于 0.46 λ/pixel 时,信噪比降低,随机 噪声影响增大,相位测量精度急剧降低。

3.2 条纹空间频率不均匀的情况

实际进行测量时,干涉图中会带有各种像差,条 纹的空间频率不会是单一不变的,如图 7 所示,虚实 干涉图中含有离焦、像散、彗差等各种像差,其相对 相位差的峰-谷(PV)值为 1.6λ。经滤波后的四幅数 字移相叠栅干涉条纹图如图 8 所示。



图 7 条纹空间频率不均匀的干涉图 Fig. 7 Two interferograms with varying spatial frequency



图 8 经滤波处理后的四幅移相干涉图(对应图 7)

Fig. 8 Four phase-shifting interferograms after filtering (corresponding to Fig. 7)

仿真中,分别改变泽尼克多项式中的离焦和像散 系数,生成模拟的条纹频率不均匀的实际干涉图,虚 实两幅干涉图的相对离焦和像散系数之差均为 1 λ ,同 时加入载波,图像大小为 256 pixel×256 pixel,量化 级数为 256(8 bits),随机噪声标准差 σ =4。因虚实 干涉图各点条纹空间频率不一致,故干涉图各点的 调制度、信噪比以及相位测量误差也是不一致的。 以单点相位测量最大误差为 π/50(折合光程差为 λ/ 100)作为判断标准,得出不同离焦和像散时,最大条 纹空间频率以及最低叠栅条纹对比度和信噪比分别 如表 2、表 3 所示。

表 2 改变离焦系数进行测量得出的干涉条纹空间频率与对应的相位测量误差 Table 2 Spatial frequencies of interferograms with different defocus coefficients and corresponding phase errors

Defocus coefficient $/\lambda$	12	7	5	3	2
Spatial frequency of interferogram /(1/pixel)	0.4575	0.4533	0.4564	0.4630	0.4515
Modulation of moiré fringe	139	121	131	130	122
Signal to noise ratio ($\sigma=4$)	34.8	30.2	32.8	32.5	30.5
Maximum phase errors $/2\pi$	0.01005	0.01023	0.01016	0.01018	0.01032

表 3 改变像散系数进行测量得出的干涉条纹空间频率与对应的相位测量误差

Table 3 Spatial frequencies of interferograms with different astigmatism coefficients and corresponding phase errors

Astigmatism coefficient $/\lambda$	15	10	7	5	2
Spatial frequency of interferogram /(1/pixel)	0.4466	0.4526	0.4531	0.4469	0.4528
Modulation of moiré fringe	142	130	124	130	142
Signal to noise ratio ($\sigma=4$)	35.4	32.5	31	32.5	35.5
Maximum phase errors $/2\pi$	0.01001	0.01013	0.01030	0.01014	0.01005

由上述结果可知,实际干涉条纹空间频率增大, 经 CCD 采样后干涉条纹的对比度就会下降,直接影响后期合成的叠栅图对比度,进而影响到数字叠栅 移相术的测量精度。由仿真结果可知,只要限制采 集到的干涉条纹的最大空间频率小于 0.45 λ /pixel, 叠栅条纹的信噪比高于 34,单点相位测量精度就会 优于 $\pi/50$ (折合光程差为 $\lambda/100$)。即对干涉图而 言,最密的条纹一个周期最少可有 2.22 个采样点。 这与之前干涉条纹频率均匀的情况下的结果基本 一致。

4 结 论

研究了 CCD 对高密度条纹光强信号的采样过程,建立数学模型,分析了 CCD 像元尺寸、随机噪声和量化误差对采样后干涉条纹和合成叠栅条纹对比度的影响,并就干涉条纹频率对叠栅移相干涉术相

位测量精度的影响进行了理论分析和仿真研究。结 果表明,在数字叠栅移相干涉术中,干涉条纹空间频 率增大,在 A/D转换器位数一定时,CCD 的采样过 程会造成采样输出的时域信号调制度降低;当存在 随机噪声和量化噪声时,时域信号的信噪比会降低, 从而降低合成的叠栅条纹的对比度和清晰度,并通 过后续的相位解算过程直接影响数字叠栅移相干涉 术的相位测量精度。以相位测量精度为 $\pi/50$ (折合 光程差精度为 $\lambda/100$)作为判断标准,叠栅条纹的信 噪比高于 30,对应可探测的干涉条纹的最大空间频 率为 0.45 λ /pixel,为后续以扩展数字叠栅移相干涉 术测量范围为目的的研究提供了定量理论依据。

参考文献

Ding Ling. Research on Digital Moiré Phase-Shifting Interferometry for Aspherical Surface Testing [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2004

丁 凌.用于非球面检测的数字莫尔移相干涉术研究[D].北 京:北京理工大学,2004

- 2 Cheng Shidong, Zhang Xuejun, Zhang Zhongyu *et al.*. Deep aspheric testing based on phase-shifting electronic moiré patterns [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, **11**(3): 250~255 程仕东,张学军,张忠玉等. 基于相移电子莫尔条纹的深度非球 面检测[J]. 光学 精密工程, 2003, **11**(3): 250~255
- 3 Wang Cheng, Wu Xiaodong, Han Changyuan. A phase-shifting method for moiré technique [J]. *Chinese J. Lasers*, 1996, A23(3): 221~224
 王 成,武晓东,韩昌元. 投影型莫尔条纹中的相移技术[J]. 中

工 成, 武院示, 韩百九. 投影型吴小亲纹中的相修投不[J]. 平 国激光, 1996, **A23**(3): 221~224

- 4 Fu Yanjun, Yang Kuntao. Imaging theory research of projection moiré method[J]. Chinese J. Lasers, 2006, 33(4): 521~525 伏燕军,杨坤涛. 投影型莫尔法的成像理论研究[J]. 中国激光, 2006, 33(4): 521~525
- 5 J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. *Appl. Opt.*, 1974, **13**(11): 2693~2703
- 6 Chen Wenjing, Chen Feng, Su Xianyu *et al.*. Influence of the sampling of CCD cameras in FTP[J]. J. Optoelectronics Laser, 2005, 16(9): 1074~1079

陈文静,陈 锋,苏显渝等. CCD 抽样过程对傅里叶变换轮廓 术测量的影响[J]. 光电子・激光, 2005, **16**(9): 1074~1079

- 7 J. V. Wingerden, H. J. Frankena, C. Smorenburg. Linear approximation for measurement errors in phase shifting interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(19): 2718~2729
- 8 C. Brophy. Effect of intensity error correlation on the computed phase of phase-shifting interferometry[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1990, 7(4): 537~541
- 9 Liu Huilan, Hao Qun, Zhu Qiudong et al.. Testing an aspheric

surface using part-compensating lens[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2004, 24(7): 625~628

刘慧兰,郝 群,朱秋东等.利用部分补偿透镜进行非球面面形 测量[J].北京理エ大学学报,2004,24(7):625~628

- 10 P. Hariharan, B. F. Oreb, T. Eiju. Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm[J]. Appl. Opt., 1987, 26(13): 2504~2506
- 11 Lü Mengjun, Guo Qi, Lü Yinxiao. Signal phase error compensation of moiré fringe [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(7): 1694~1700
 吕孟军,郭 琪,吕印晓.莫尔条纹信号相位误差补偿[J]. 光学 精密工程, 2009, 17(7): 1694~1700
- 12 Eric M. Weissman, Daniel Post. Moiré interferometry near the theoretical limit[J]. Appl. Opt., 1982, 21(9): 1921~1923
- 13 Zhao Bing, Guo Bin, Fang Ruhua *et al.*. Effect of quantization error on the computed phase of phase-shifting measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, 16(12): 1767~1772 赵 兵, 郭 彬, 方如华等.相位移法中的量化误差效应[J]. 光学学报, 1996, 16(12): 1767~1772
- 14 Hao Qun, Ding Ling, Li Mengjuan *et al.*. Moiré filtered compositive method used in digital moiré interforometry [J]. *Optical Technique*, 2006, **32**(1): 82~84
 郝 群,丁 凌,栗孟娟等. 用于数字莫尔干涉术的莫尔滤波合成法[J]. 光学技术, 2006, **32**(1): 82~84
- 15 Wang Liwu, Su Xianyu, Zhou Libing. Correction algorithm of random phase-shifting errors in phase measuring profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 614~618 王立无,苏显渝,周利兵. 相位测量轮廓术中随机相移误差的校 正算法[J]. 光学学报, 2004, **24**(5): 614~618