

阵列光镊衍射元件的算法设计

孙 晴^{1,2} 任煜轩^{1,3} 姚 焜¹ 李银妹^{1,3,4} 卢荣德²

¹ 中国科学技术大学光学与光学工程系, 安徽 合肥 230026

² 中国科学技术大学物理实验中心, 安徽 合肥 230026

³ 中国科学技术大学合肥微尺度物质科学国家实验室, 安徽 合肥 230026

⁴ 中国科学技术大学安徽省光电子科学与技术重点实验室, 安徽 合肥 230026

摘要 作为光镊技术近年来最重要的发展之一, 二维阵列光镊在纳米制造和生物芯片制作中具有广泛的应用前景。衍射光学元件是构成阵列光镊的关键器件之一, 而 Gerchberg-Saxton(G-S)算法是设计相位型衍射光学元件的一种常用方法。实现了伪随机编码的 G-S 算法, 并将计算得到的相位分布图输入到液晶空间光调制器上, 在透镜的后焦面上得到阵列分布的光点, 提出并实验验证了通过振幅调制能够有效减少远场衍射的背景噪声, 为将来设计阵列光镊衍射元件提供了可能。

关键词 衍射; 阵列光镊; 液晶空间光调制器; Gerchberg-Saxton 算法; 伪随机编码; 双振幅形相位滤波器

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.0109003

Algorithm for Diffractive Optical Element of Array Optical Tweezers

Sun Qing^{1,2} Ren Yuxuan^{1,3} Yao Kun¹ Li Yinmei^{1,3,4} Lu Rongde²

¹ Department of Optics and Optical Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

² Center for Experimental Physics, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

³ Hefei National Laboratory for Physical Sciences at the Microscale, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

⁴ Anhui Key Laboratory of Optoelectronic Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

Abstract As one of the most important techniques in optical tweezers, two-dimensional array optical tweezers have the widespread applications in nanofabrication and biochip manufacturing. Diffractive optical element is the key device to design array optical tweezers. Combined theoretical simulations using pseudo-random phases encoding through Gerchberg-Saxton (G-S) algorithm with experimental measurements, we find that obvious background noise appears when the regular output distribution is array points. A double amplitude filter is adopted to effectively suppress the background noise and improve the quality of diffraction images. These findings are helpful for designing array optical tweezers in the near future.

Key words diffraction; array optical tweezers; liquid crystal spatial light modulator; Gerchberg-Saxton algorithm; pseudo-random coding; double amplitude phase filter

OCIS codes 090.0090; 200.0200; 070.0070

收稿日期: 2010-02-25; **收到修改稿日期**: 2010-05-13

基金项目: 国家 863 计划(2007AA021811, 2007AA021809)、国家自然科学基金(60974038)和中国科学院知识创新工程(KJCX2-YW-H-10)资助课题。

作者简介: 孙 晴(1971—), 女, 硕士研究生, 工程师, 主要从事光学实验教学和全息光镊技术等方面的研究。

E-mail: sunq@ustc.edu.cn

导师简介: 李银妹(1953—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事光镊技术及相关应用等方面的研究。

E-mail: liyinmei@ustc.edu.cn (通信联系人)

1 引 言

阵列光镊是在单光镊基础上发展起来的、能同时操控多个微粒的新型光镊^[1~3]。阵列光镊^[4]可以通过压电转镜^[5]、声光调制器^[6]以及旋转玻片^[7]等技术手段来实现。目前广泛采用的是衍射光学元件^[8,9]对入射的单光镊光束的振幅、相位或二者同时进行调制,最终在显微镜物镜的焦平面处形成包含多个单光阱的阵列光阱。

阵列光镊中常用的衍射光学元件有数字微镜器件^[10]、电子束或离子束刻蚀的全息基片^[8]以及液晶空间光调制器^[11]等。其中液晶空间光调制器通过对光场的相位进行调制而达到预定目的,且具有操控方便等优点。基于液晶空间光调制器构建阵列光镊的关键是如何设定衍射光学元件的光调制函数,这是一个逆向求解的问题,即根据事先给定的入射光场和所期望的输出光场等已知条件,来设计目标函数(通常为相位分布),使其远场衍射的光场逼近所期望的光场分布。光调制作用的具体内容往往要借助计算机进行辅助设计,已有的通过计算机进行辅助设计的种种算法,如盖师贝格-撒克斯通(Gerchberg-Saxton, G-S)算法、模拟退火(simulated annealing)算法和遗传(genetic)算法、杨-顾(Yang-Gu)算法以及多种混合算法^[12,13],一般耗时长,或只在脱机下才能完成,而伪随机编码的 G-S 算法,耗时少,通过较少的迭代次数就可以得到较高衍射效率的图像,且能够在线计算,适合实时操作^[14]。

阵列光镊以强会聚的光能量捕获粒子,故输入的光能量应尽可能地集中于焦平面处的光阱,而不是过多地散布到衍射产生的背景噪声中,且同时要求对阵列光阱的分布能够进行实时操控。要达到这些目的,就对衍射元件调制的具体内容提出了较高的设计要求。

由于期望的远场图中光点为规则分布,削弱了编码信息中的随机性,使得相位图的远场衍射背景中出现了规则分布的背景噪声。如何抑制这些背景噪声,成为阵列光镊的衍射元件的设计目标之一。本文的计算和实验研究结果表明利用双振幅滤波技术,可以有效地减少背景噪声。

2 阵列光镊衍射元件的光调制原理

根据傅里叶光学原理,激光经过扩束准直后形成平行光照明物平面[其坐标为 (x_0, y_0)],透过物平面的光的复振幅为物函数 $g(x_0, y_0)$,这一光波经过

透镜到达后焦平面(频谱面)就得到物函数的频谱 $G(x_f, y_f)$ 。物像间的关系为单一的傅里叶变换作用,其数学公式表述为

$$G(x_f, y_f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_0, y_0) \times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda f} \cdot (x_0 x_f + y_0 y_f)\right] dx_0 dy_0. \quad (1)$$

如图 1 所示,当空间光调制器(SLM)放置在光路中时,通过 SLM 的调制作用,使衍射信息作用到入射的单光束上,并在透镜的后焦面得到阵列式的独立光阱分布,也就是与衍射信息相应的傅里叶频谱图。调制内容可以是幅度或相位,也可两者混合。通常所指的纯相位片,其振幅恒定为 1,即 $G(x_f, y_f) = \exp[j\phi(x_f, y_f)]$,理论上对光的利用率可以达到 100%,具有明显的优势。总之,衍射元件的相位和振幅调制的具体内容对最终得到的光的远场分布起着关键作用。

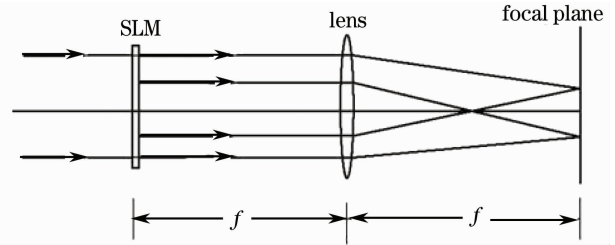


图 1 阵列光镊中空间光调制器对光场作用的原理图
Fig. 1 Schematic diagram of the principle of spatial light modulator in array optical tweezers

3 伪随机相位编码的 G-S 算法概述

3.1 G-S 算法机理

G-S 算法是 Gerchberg 和 Saxton^[12]于 1972 年提出的一种局部搜索迭代优化的算法。作为一种误差递减的迭代算法, G-S 算法通过在两个域空间限定模值,然后进行反复迭代,直到迭代的强度误差满足要求后输出结果。其具体的算法迭代循环包括 4 个步骤:1)对期望远场图像进行傅里叶变换;2)用期望的幅值(强度的平方根)代替变换结果的模值;3)反傅里叶变换;4)用已知幅值代替变换结果的模值。

通常 G-S 算法具有较好的快速收敛性、很大的设计灵活性和较高的计算收敛效率,但是该算法对初始值非常敏感,易陷入局部极小点,情况严重时,甚至陷入收敛的停滞区^[14]。产生的主要原因是 G-S 算法中计算模值和限制模值的失配。一般情况下,傅里叶变换对是一个互相对应的复数对,既有幅

度信息,又有相位信息。可是,在算法开始时要利用期望的幅度分布进行傅里叶变换,得到所需的初始值,而对于纯相位衍射元件而言,其幅度信息一般是固定的(最常见的是模值为单位值的纯相位函数)。由(实数集合)傅里叶变换得到的幅度信息在一般情况下是不可能等于衍射元件的幅度信息的,于是就产生了这种模值不对应的矛盾。其次,由于实际的衍射光学元件都具有一定量化(台阶)相位,带来了设计中的量化误差,这是设计值与期望值失配的另一原因。这些原因都可能导致算法收敛变慢,甚至停滞。

3.2 伪随机编码技术

伪随机相位编码是将期望的振幅编码到相位中去的一种编码技术。它是一种统计概率意义上的编码,其原理是依照统计学的大数定律将某一复数的信息编码到纯相位复数中去^[15]。具体来讲,首先对期望的或者是预逼近的远场数字图像的幅度进行傅里叶变换,得出其在频谱空间的预期全复值数据场 a_c , 其振幅和相位分别为 a_{ci} 和 $\bar{\phi}_i$, 然后通过公式

$$\phi_i = \bar{\phi}_i + 2\pi(N_{irran} - 1/2) \text{sinc}^{-1}(a_{ci}) \quad (2)$$

完成全复数到纯相位复数的编码表示。式中 ϕ_i 即是实际的数据场 a_i 中的纯相位空间光调制器上第 i 个像素点的相位值, N_{irran} 是服从均匀分布的随机数^[14]。在这个编码过程中,由于每个像素的相位值都含有一定的随机信息,即(2)式的后半部分,其结果就象在输入平面放置了光散射体,从而降低了每个像素所提供的光信息的远场相干性,这些非相干光就构成了远场衍射的噪声背景,即散斑^[15,16]。

3.3 伪随机相位编码的 G-S 算法

伪随机相位编码的 G-S 算法首先是使用伪随机编码技术来产生迭代所需的初始相位,然后再进行算法迭代循环^[14],该方法只需要经过较少次数的迭代就可以得到所需的相位分布,且其远场衍射能够逼近所期望的远场衍射图。图 2 给出了伪随机相位编码的 G-S 算法的计算流程图。

计算流程开始时,对期望的远场图进行振幅归一化处理^[13],并得到期望振幅 $g(x)$,进行傅里叶变换后,依照(2)式伪随机编码,产生进入 G-S 迭代算法所需的初始相位 ϕ_i 。 $n = 256$ 表示将相位值按 256 个等级分级量化,逐个转化为灰度数字图像,便得到一个纯相位图 $G(x_i)$ 。对相位图进行逆傅里叶变换,得到模值 $|g(x_0)|$ 并与期望值 $|g(x)|$ 进行条件判断,满足条件,输出相位图,不满足就进行模值替换,

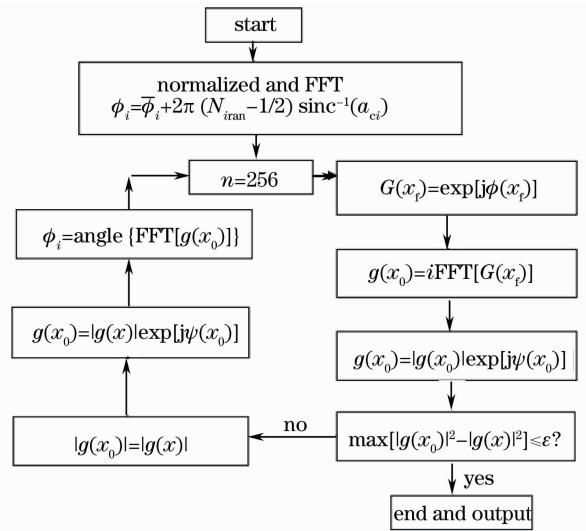


图 2 伪随机编码的 G-S 算法流程图
Fig. 2 Flow chart of G-S algorithm with pseudo-random coding

用 $|g(x)|$ 代替 $|g(x_0)|$,从而构建一个新的 $g(x_0)$ 。 $\phi_i = \text{angle}\{\text{FFT}[g(x_0)]\}$ 表示对 $g(x_0)$ 傅里叶变换后取相位得到 ϕ_i ,接着是进行相位量化,进入新循环,直到得到满意的相位值。

由此可以推出,远场衍射的噪声背景的均匀性在很大程度上取决于两个因素:1)随机数 N_{irran} ,2) a_{ci} 的分布。尤其在后期的 G-S 迭代运算中,有期望的幅值(强度的平方根)和变换出的模值的迭代,那么 a_{ci} 的分布的影响应该更为关键。为了验证这一推测,以 Matlab 语言编程实现伪随机编码的 G-S 算法,期望图为光点的分布图。当光点近似均匀分布时,计算出的远场衍射图背景较均匀,而当光点的分布为阵列分布时,最终计算出的远场衍射图上的噪声背景呈明显规则分布。由此验证了上述观点。

图 3 给出了两组伪随机编码的 G-S 算法的计算模拟结果,其中(a)~(c),(e)~(g)分别为输入程序的期望的远场衍射图,由伪随机编码的 G-S 算法经过 10 次迭代得到的衍射光学元件上的相位分布图(以灰度图表示)和最终计算模拟出的远场衍射图。为了对最终得到的远场图像的灰度变化程度有更清晰的了解,将图 3(c),(g)的灰度值取对数,分别得到图 3(d),(h)。显而易见,期望图上光点分布方式对远场衍射图的背景噪声具有明显影响,光点的规则分布削弱了伪随机编码中的光信息的非相干性,造成了背景噪声的规则分布。

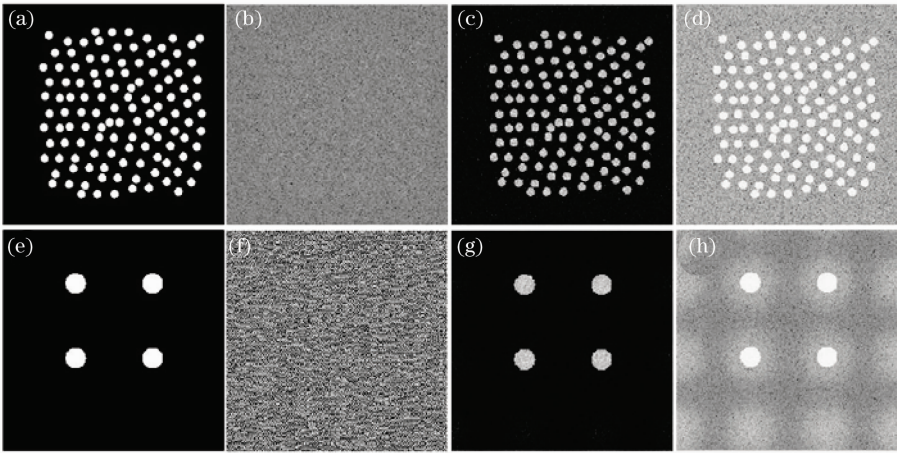


图 3 伪随机编码的 G-S 算法的计算模拟结果

Fig. 3 Simulated results of G-S algorithm with pseudo-random coding

3.4 改进方法

一般而言,纯相位型滤波器的振幅恒等于 1。如果将空间光调制器变为双振幅相位型调制器,则在这个调制器上分布的像素,有的光振幅透射率为 1,有的光振幅透射率为 0,通过这种方法可以调控振幅分布信息在编码中的比重,从而达到改善远场衍射图的目的。

具体的设计原则,设定一个阈值 r ,当随机数 $N_{i,ran}$ 的值小于 r 时,使对应像素的振幅 $a=1$,反之,使 $a=0$,而相位值保持原来不变。显然这是一种非线性和非随机的编码方法^[17]。以此按随机数值的大小,对伪随机编码的 G-S 算法进行了相应的改进。调试结果表明,当阈值设定在 0.55 时,对期望图上光点的规则分布性起的抑制作用最明显,此时该空间光调制器上相应像素的振幅有的为 1,有的为 0,原先的纯相位滤波器变成双振幅(0 或 1)相位滤波器,其傅里叶变换得到的远场衍射图有很大的改善,如图 4 所示。图 4(a)为将纯相位滤波改变为双振幅相位滤波后计算模拟出的远场衍射图,图 4(b)为图 4(a)的灰度值取对数后的结果。

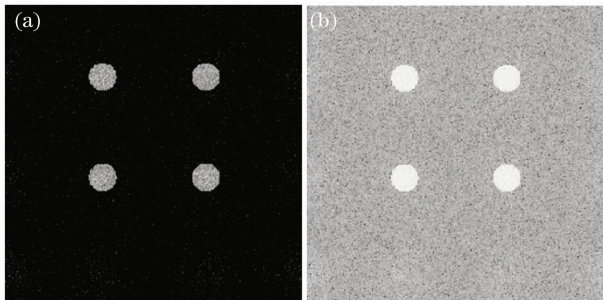


图 4 改为双振幅滤波后得到的模拟结果

Fig. 4 Simulations with bi-amplitude phase filter

4 实验结果

针对阵列光镊光点的强汇聚特点,设定了一个远场期望图为 3×3 的光点阵列,如图 5(a)所示,输入程序的期望远场图为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$,每个光点 $5 \text{ pixel} \times 5 \text{ pixel}$,经过 10 次迭代后得到相位量化等级为 256 的相位分布图,如图 5(b)所示,并将该相位图写入到液晶的纯相位空间光调制器中。

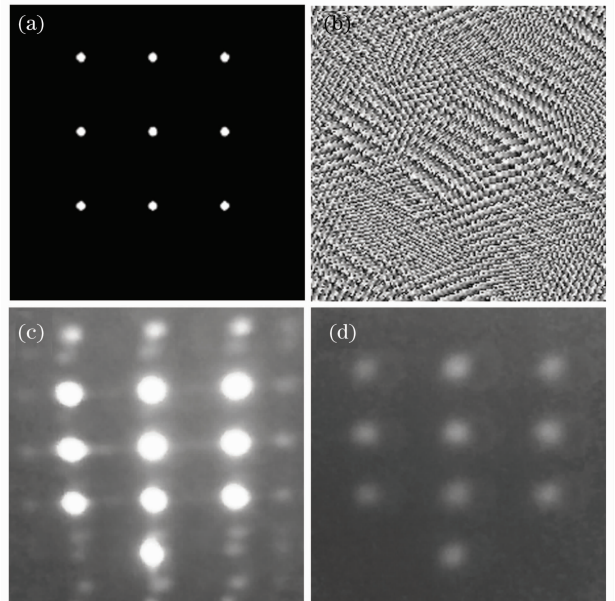


图 5 实验结果

Fig. 5 Experimental results

实验中采用 HOLOEYE 公司的 HEO-1080P 反射型纯相位液晶空间光调制器,可用像素 $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$,填充因子约 87%,调制深度 2π 。在透镜的后焦面得到了 3×3 的光点阵列。实验中将波长为 532 nm 的激光扩束、准直,准直光斑直径约为 9 mm,其通过格兰棱镜产生线偏振的激光束入

射到空间光调制器上,经空间光调制器调制后的光束通过另一个格兰棱镜偏振片,在聚焦透镜后焦面上得到调制光束的远场衍射图,如图 5(c)所示。为了验证振幅调制对衍射背景的削弱作用,在空间光调制器的出射光路中添加了一个特制的光阑,上面随机分布了大量的可通光的小孔,以此来模拟在相位调制中添加双振幅调制,观测结果如图 5(d)所示。

实验中还对位于右上角的光点能量进行了相关测定,入射到空间光调制器的激光强度为 110 mW,后焦面测到的单光点强度约为 0.99 mW,而添加振幅调制后的单光点的光强约为 0.25 mW。对比前后的远场衍射结果可以发现,增加振幅调制能有效削弱远场衍射中的背景噪声,但也降低了设计光点的光强值。值得指出的是,图 5(c)和(d)中最下方的光点是空间光调制器的零级衍射光斑,调制器的相位结构的量化等级分布决定了零级光斑的存在^[18,19],实验中可以通过仪器自带的软件调整零级光斑的位置,这对光点的光强值也有一定的影响。

实验结果表明,将伪随机编码的 G-S 算法得到的相位图输入到纯相位的液晶空间光调制器上时,能够在透镜的后焦面上得到所期望的远场图。当目标是光点的规则分布时,其远场衍射会存在规则分布的背景噪声,采用双振幅滤波,能够抑制背景噪声,同时也降低了光点的能量。

5 结 论

伪随机相位编码的 G-S 算法其特点是计算量少,只需要少量的迭代次数,就可以得到与期望图近似的远场衍射图。这都要归功于前期的伪随机编码而来的相位信息,该相位信息融和了幅度信息,那么幅度信息的分布必然会影响编码所要求的随机性,添加振幅滤波,是在光的调制内容中削弱了振幅分布对随机信息的不利影响,故背景噪声得到了抑制,但光点的能量也降低了。如何以一种更好的方式添加随机信息,更快捷地达到设计目标,这将是后期的工作方向。

参 考 文 献

- 1 Wu Jianguang, Ren Yuxuan, Wang Ziqiang *et al.*. Time-sharing multiple optical traps using rotating glass plate [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(10): 2751~2756
吴建光,任煜轩,王自强等. 旋转玻片法实现分时复用多光阱 [J]. *中国激光*, 2009, **36**(10): 2751~2756
- 2 Ren Hongliang, Zhuang Lihui, Li Yinmei. Measurement of interaction potential between colloidal particles using dual optical tweezers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(1): 151~155
任洪亮,庄礼辉,李银妹. 双光镊测量胶体微粒间相互作用势 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(1): 151~155

- 3 Li Yali, Wang Zhijian, Gong Tianlin *et al.*. Experiment of controllable double-well optical trap and application of asymmetric double-well optical trap [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(10): 2924~2928
李雅丽,王志坚,龚天林等. 可控制光学双阱实验及非对称双阱的应用 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(10): 2924~2928
- 4 Wang Chu, Li Qin, Cao Qun *et al.*. Development of optical tweezers array [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2007, **44**(5): 62~66
王初,李勤,曹群等. 阵列光镊的发展 [J]. *激光与光电子学进展*, 2007, **44**(5): 62~66
- 5 K. Sasaki, M. Koshioka, H. Misawa *et al.*. Pattern formation and flow control of fine articles by laser-scanning micromanipulation [J]. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(9): 1463~1465
- 6 W. H. Guilford, J. A. Tournas, D. Dascalu *et al.*. Creating multiple time-sharing laser traps with simultaneous displacement detection using digital signal processing hardware [J]. *Anal. Biochem.*, 2004, **326**: 153~166
- 7 Y. X. Ren, J. G. Wu, M. Chen *et al.*. Stability of novel time-sharing dual optical tweezers using a rotating tilt glass plate [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2010, **27**(2): 028703
- 8 Ren Yuxuan, Wu Jianguang, Zhou Xiaowei *et al.*. Experimental generation of Laguerre-Gaussian beam using angular diffraction of binary phase plate [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, **59**(6): 139~144
任煜轩,吴建光,周小为等. 相位片角向衍射产生拉盖尔高斯光束的实验研究 [J]. *物理学报*, 2010, **59**(6): 139~144
- 9 E. R. Dufresne, G. C. Spalding, M. T. Dearing *et al.*. Computer-generated holographic optical tweezer arrays [J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 2001, **72**(3): 1810~1816
- 10 Y. X. Ren, M. Li, K. Huang *et al.*. Experimental generation of Laguerre-Gaussian beam using digital micromirror device [J]. *Appl. Opt.*, 2010, **49**(10): 1838~1844
- 11 J. A. Grieve, A. Ulcinas, S. Subramanian *et al.*. Hands-on with optical tweezers: a multitouch interface for holographic optical trapping [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(5): 3595~3602
- 12 R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237~246
- 13 V. Soifer, V. Kotlyar, L. Doskolovich. Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation [M]. London: Taylor and Francis, 1997
- 14 Liu Bohan, Wu Liying, Zhang Jian. Fast phases retrieval for diffraction optical devices optimal design [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 219~224
刘伯哈,吴丽莹,张健. 一种用于衍射光元件优化设计的快速算法的研究 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 219~224
- 15 Liu Wenyao, R. W. Cohn. Pseudo-random encoding for phase-only filters [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(6): 783~788
刘文耀, R. W. Cohn. 纯相位型滤波器的伪随机编码 [J]. *光学学报*, 1998, **18**(6): 783~788
- 16 R. W. Cohn, M. Liang. Approximating fully complex spatial modulation with pseudo-random phase-only modulation [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(20): 4406~4415
- 17 Liu Wenyao, R. W. Cohn. An improved method for design of pseudo-random encoding of phase-only filters [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(7): 950~955
刘文耀, R. W. Cohn. 在相位型滤波器的伪随机编码设计中的改进方法 [J]. *光学学报*, 1998, **18**(7): 950~955
- 18 Cai Dongmei, Yang Huizhen, Ling Ning *et al.*. Diffraction effect of liquid crystal spatial light modulator using for beam deflection [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(4): 491~495
蔡冬梅,杨慧珍,凌宁等. 液晶空间光调制器用于光束偏转控制的衍射效应 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(4): 491~495
- 19 Zhang Hongxin, Zhang Jian, Wu Liying. Phase modulation of liquid crystal spatial light modulator measured by a Twyman-Green interferometer [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(9): 1360~1364
张洪鑫,张健,吴丽颖. 泰曼-格林干涉仪测量液晶空间光调制器的相位调制特性 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(9): 1360~1364