

用等效经验关系法研究光子晶体光纤的非线性

励强华 高社成 张 剑

(哈尔滨师范大学物理与电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150025)

摘要 运用具有三角形孔格子结构的光子晶体光纤(PCF)的近似经验关系与等效折射率模型相结合的方法来研究 PCF 的非线性。总结更为简捷的经验关系式进行计算,避开复杂的全矢量计算,得到了 PCF 基模和空间填充基模的有效折射率。利用等效折射率模型,以传统的阶跃光纤等效替代 PCF,以光纤的数值孔径作为两个模型的关联点,得到了 PCF 的有效纤芯面积的简洁表达式。并在此基础上全面讨论了 PCF 的非线性与其结构参数及材料参数之间的关系,得到了与实际材料非线性相吻合的结论。

关键词 光纤光学;光子晶体光纤;等效分析法;光纤有效折射率

中图分类号 TN253 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201138.0105002

Study on the Nonlinear Parameter of Photonic Crystal Fiber by Empirical Relations

Li Qianghua Gao Shecheng Zhang Jian

(Institute of Physics and Electronic Engineering, Harbin Normal University, Harbin, Heilongjiang 150025, China)

Abstract The nonlinear parameter of photonic crystal fiber (PCF) with triangular lattice structure is studied by using the empirical relations and the effective-index model of PCF. More simple empirical relations are summed up, the problems of requiring large computational resources and time in full-vector analysis are resolved by using the empirical relations, and the effective index of the fundamental guided mode and space-filling mode in the triangular air-hole lattice are calculated with it. With the effective-index model of PCF, the PCF with triangular lattice structure is replaced by an equivalent conventional fiber, an effective core area of a PCF of simple expressions is obtained, in which the fiber numerical aperture is used as an association point of the two models. Based on the simple formula, the nonlinear parameter of photonic crystal fibers with different structural/material parameters are fully discussed, and several conclusions coincide with the actual material nonlinearity (the known conclusions) are expressed.

Key words fiber optics; photonic crystal fiber; empirical relation; effective refractive index

OCIS codes 060.5295; 060.2310; 060.2290

1 引 言

光子晶体光纤(PCF)由于其拉制结构的灵活性而得到广泛的关注和研究^[1~4],其中 PCF 的非线性特性^[5~8]就是一个关注的焦点。由于 PCF 拉制的技术和成本问题,要获得期望的高非线性就必须对一定材料的 PCF 进行结构预设计,因而研究 PCF 的非线性及其结构参数的关系的规律显得相当重要。

由于 PCF 横向结构的复杂性,必须使用严格的数值方法来研究 PCF 的模式特性。用来研究各种 PCF 中光的传输特性的全矢量方法已经有很多,比

如平面波展开法(PWE)^[9]、多极法(MT)^[10]、有限元法(FEM)^[11]等,其中 FEM 是一种比较好的模式特性研究方法,已广泛应用于一般非线性光波导的模式特性研究,近来又用于非线性 PCF,尤其是圆空气孔结构的复杂折射率分布的 PCF 中。但它需要很大的计算资源和很长的时间来获得自洽的解决方案。

本文提出利用具有三角形格子结构(TLS)的 PCF 近似经验关系^[12]与 PCF 的等效折射率模型^[13]相结合的方法来研究 PCF 的非线性。利用 PCF 的

收稿日期:2010-04-06; 收到修改稿日期:2010-05-16

基金项目:黑龙江省自然科学基金(A200910)和哈尔滨师范大学骨干教师基金(KG2007-01)资助课题。

作者简介:励强华(1963—),男,博士,教授,主要从事光学专业方面的研究。E-mail:lqh0118@126.com

经验关系避开复杂的全矢量计算,得到 PCF 的基模及空间填充基模的有效折射率。利用等效折射率模型,以传统的阶跃光纤等效替代 PCF,以光纤的数值孔径作为两个模型的关联点,得到 PCF 的有效纤芯面积的简捷表达式,并在此基础上全面讨论 PCF 的非线性与其结构参数及材料参数之间的关系。

2 理论模型

2.1 经验关系模型

考虑如图 1(a)^[13]所示的 PCF。 d 为孔直径, Λ 为孔间距。为用近似方法分析,图 1(a)中的复杂 PCF 结构用图 1(b)中的传统阶跃光纤的等效模型替代。这里 n_{co} 为纤芯的等效折射率, a_{eff} 为有效纤芯半径, n_{cl} 为包层的有效折射率。

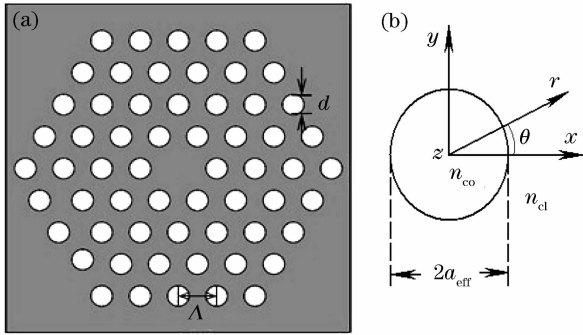


图 1 (a) PCF 的截面图, (b) 与(a)等效的传统光纤模型
Fig.1 (a) A geometry of PCF, (b) equivalent classical optical fiber model of (a)

PCF 的 V, W 参数与其结构参数 d, Λ 及波长 λ 的关系^[14~16]为

$$V = \frac{2\pi a_{eff}}{\lambda} \sqrt{n_{co}^2 - n_{FSM}^2} = \sqrt{U^2 + W^2}, \quad (1)$$

$$U = \frac{2\pi a_{eff}}{\lambda} \sqrt{n_{co}^2 - n_{eff}^2}, \quad (2)$$

$$W = \frac{2\pi a_{eff}}{\lambda} \sqrt{n_{eff}^2 - n_{FSM}^2}, \quad (3)$$

式中 n_{FSM} 为空间填充基模的有效折射率, n_{eff} 为传导基模的有效折射率。纤芯的有效半径取^[17]

$$a_{eff} = \Lambda / \sqrt{3}. \quad (4)$$

PCF 的 V 参数的经验关系^[12]为

$$V\left(\frac{\lambda}{\Lambda}, \frac{d}{\Lambda}\right) = \frac{2\pi a_{eff}}{\lambda} \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} = A_1\left(\frac{d}{\Lambda}\right) + \frac{A_2(d/\Lambda)}{1 + A_3(d/\Lambda)\exp[A_4(d/\Lambda)\lambda/\Lambda]}, \quad (5)$$

式中 $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的取值参看文献[12]。根据(5)式就可以得到不同结构参数的 PCF 的 V 参数。把它代入(1)式即可得到相应 PCF 的空间填充基模

的有效折射率 n_{FSM}

$$n_{FSM}^2 = n_{co}^2 - \left(\frac{\lambda V}{2\pi a_{eff}}\right)^2. \quad (6)$$

PCF 的 W 参数的经验关系^[12]为

$$W\left(\frac{\lambda}{\Lambda}, \frac{d}{\Lambda}\right) = \frac{2\pi a_{eff}}{\lambda} \sqrt{n_{eff}^2 - n_{FSM}^2} = B_1\left(\frac{d}{\Lambda}\right) + \frac{B_2(d/\Lambda)}{1 + B_3(d/\Lambda)\exp[B_4(d/\Lambda)\lambda/\Lambda]}, \quad (7)$$

式中 $B_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的取值取文献[12]中提供的参数。根据(7)式就可以得到不同结构参数 PCF 的 W 参数。把它代入(3)式即可得到相应 PCF 传导基模的有效折射率 n_{eff}

$$n_{eff}^2 = \left(\frac{\lambda W}{2\pi a_{eff}}\right)^2 + n_{FSM}^2. \quad (8)$$

2.2 全内反射型 PCF 的基模有效面积和非线性参数

非线性 PCF 的有效纤芯面积 A_{eff} 是 PCF 非线性中最重要的因素, 它的计算取值已有相当多的研究^[9, 13, 18]。但是, A_{eff} 的各种严格数值计算都有其实用上的不足。下面利用 2.1 节内容和等效思想, 通过数值孔径(NA)的关联来间接计算 PCF 的有效纤芯面积 A_{eff} 。

对于阶跃型光纤, 数值孔径在不同情况下有不同的表达形式。经过反复的模拟试探分析, 表示为

$$NA = n_{co} \sqrt{\frac{2(n_{co} - n_{cl})}{n_{co}}}. \quad (9)$$

PCF 的基模有效面积 A_{eff} 与数值孔径的关系为^[18]

$$NA = \left(1 + \frac{\pi A_{eff}}{\lambda^2}\right)^{-1/2}, \quad (10)$$

把(9)式代入(10)式可以得到

$$A_{eff} = \frac{\lambda^2(1 - 2n_{co}^2 + 2n_{co}n_{cl})}{2\pi(n_{co}^2 - n_{co}n_{cl})}. \quad (11)$$

对于全内反射型 PCF (TIR-PCF) 等效的阶跃光纤(只考虑单模情况)来说, n_{co} 是纤芯有效折射率, 可用传导基模有效折射率 n_{eff} 来替代, n_{cl} 是光纤包层有效折射率, 可用空间填充基模的有效折射率 n_{FSM} 来替代。图 2 是相应的变化关系, 其中图 2(c)的插图是原图坐标的归一化输出, 它与文献[18]一致, 这说明了(11)式是正确的。

作为光纤非线性大小表征的非线性参数为^[8]

$$\gamma = \frac{2\pi n_2}{\lambda A_{eff}}, \quad (12)$$

式中 n_2 为纤芯的非线性折射率系数, 主要由 PCF 的背景材料决定。

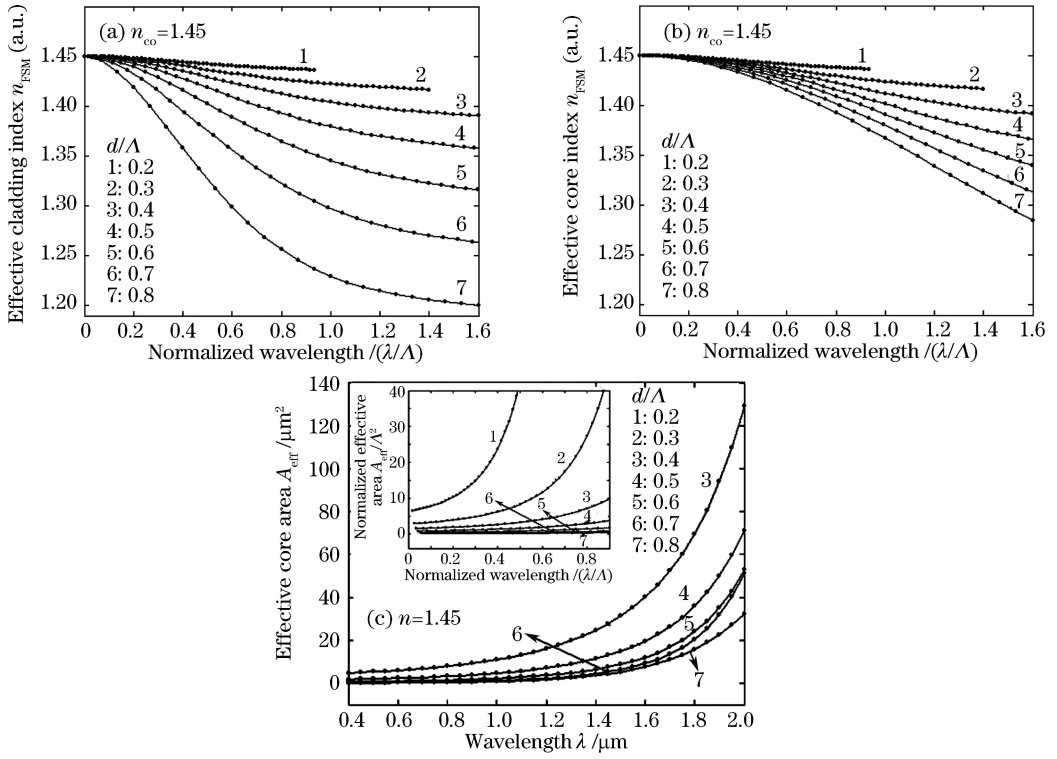


图 2 (a) 包层有效折射率 n_{FSM} 随归一化波长 λ/Λ 的变化, (b) 纤芯有效折射率 n_{eff} 随归一化波长 λ/Λ 的变化, (c) 有效纤芯面积 A_{eff} 随波长 λ 的变化

Fig. 2 (a) Effective cladding index n_{FSM} as a function of λ/Λ , (b) effective core index n_{eff} as a function of λ/Λ , (c) effective core area A_{eff} as a function of λ

3 数值模拟和分析

由于 PCF 有效模面积和模场直径对空气孔层数的独立性^[14], 在此不考虑空气孔层数对 PCF 非线性的影响。

3.1 PCF 的非线性参数与其结构参数和波长之间的关系

对于背景材料 SiO_2 , 由于其材料色散对非线性参数的影响比较小, 故这里不予考虑, 取其折射率和非线性折射率系数^[4] 分别为 1.4506 和 $2.35 \times 10^{-20} m^2/W$ 。

3.1.1 非线性参数 γ 随波长 λ 的变化

图 3 给出了不同情况下非线性参数 γ 随波长 λ 的变化情况。其中图 3(a) 为 d 不变, Λ/d 取不同值的变化状况; 图 3(b) 给出的是 Λ 不变, Λ/d 取不同值时的变化。综合图 3(a), (b), PCF 的非线性参数 γ 随 d/Λ 的增大而增大, 随波长 λ 的增大而减小, 且相对于孔间距 Λ 的改变比相对于孔径 d 的改变更敏感。也就是随 d/Λ 的增大, PCF 的有效纤芯面积 A_{eff} 近似呈指数减小, 能量被限制在纤芯中更小的区域, 其中孔间距 Λ 的改变比孔径 d 的改变对有效面

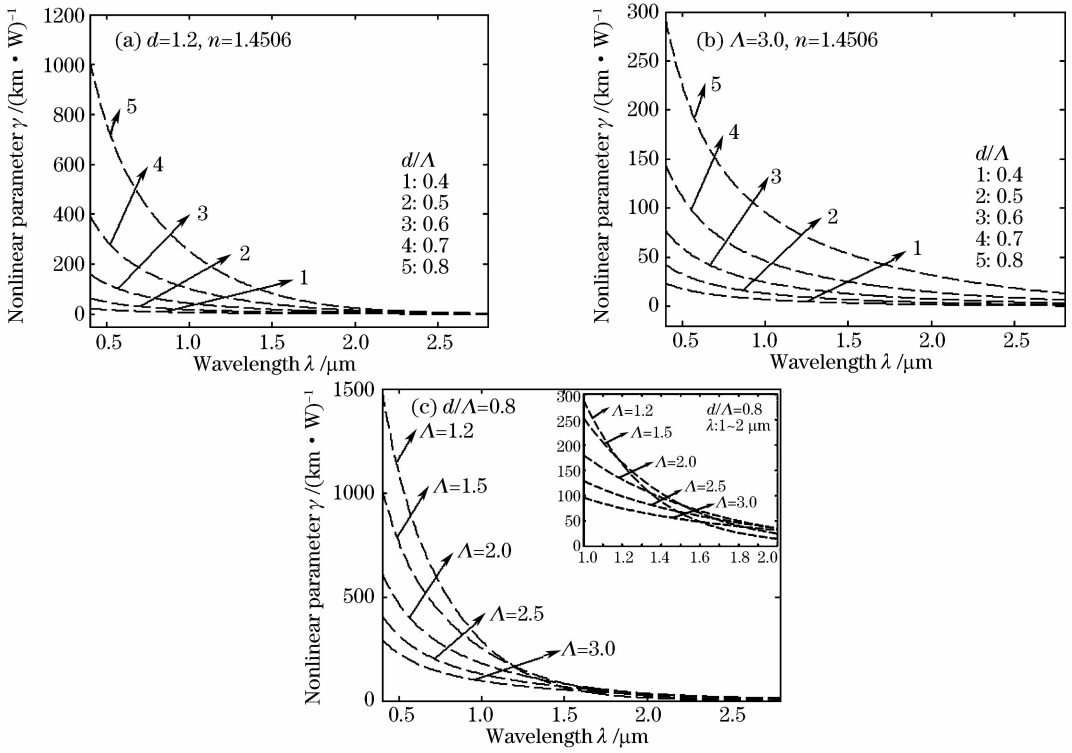
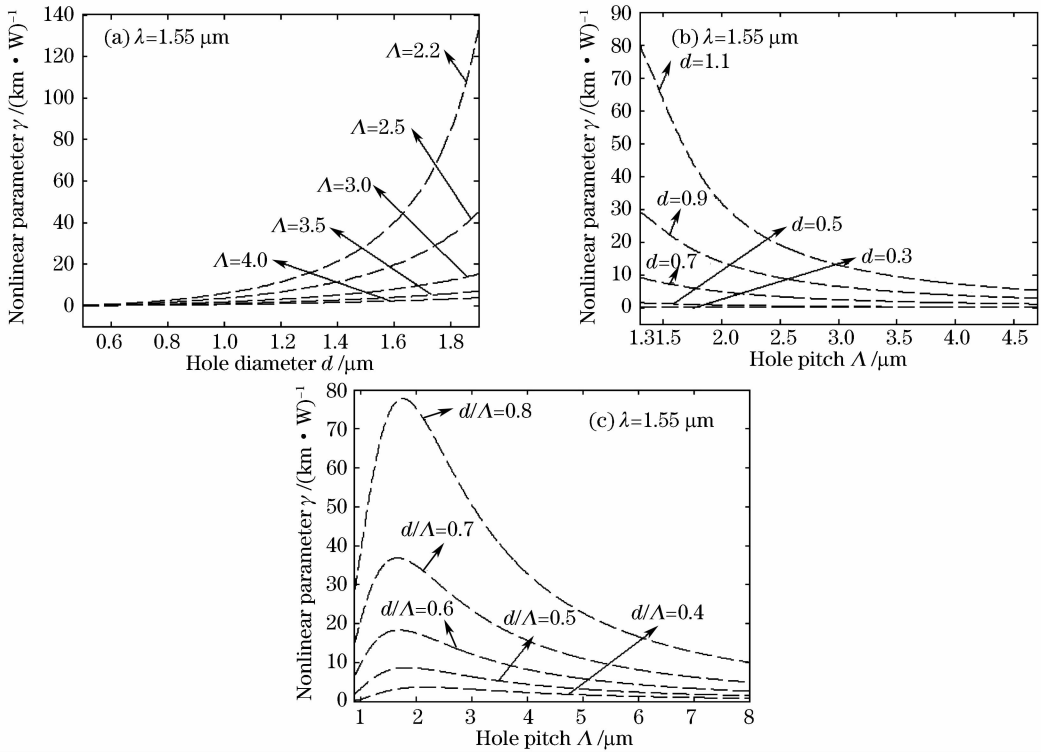
积的影响更大。

图 3(c) 为空气填充率 ($d/\Lambda = 0.8$) 不变的情况下, Λ 取不同值时非线性参数 γ 随波长的变化情况。从中可以看出孔径 d 越小, 非线性参数 γ 随波长的变化越明显。不同 Λ 值对应的 γ 有交叉现象, 原因是 A_{eff} 随 λ 的二次增加, 随结构参数 d, Λ 一次方增加。由此可得出在空气填充率一定的情况下, 获得给定波长尽可能大的非线性参数 γ 的 PCF 有个最佳孔间距。

3.1.2 波长为 $1.55 \mu m$ 时, 非线性参数 γ 随结构参数的变化

图 4 是波长为 $1.55 \mu m$ 时, 非线性参数 γ 随结构参数的变化情况。其中图 4(a) 为孔间距 Λ 不同时, γ 随孔径 d 的变化, 图 4(b) 为孔径 d 不同时, γ 随孔间距 Λ 的变化; 综合图 4(a), (b), 同样得到 PCF 的非线性参数 γ 随 d/Λ 的增大而增大, 相对于孔间距 Λ 的改变比相对于孔径 d 的改变更敏感。这与图 3(a), (b) 的分析情况一致。

图 4(c) 是波长为 $1.55 \mu m$, 不同 d/Λ 时, γ 随孔间距 Λ 的变化情况。从图 4(c) 可以看出, 空气填充率一定时, 非线性参数 γ 随孔间距的变化出现了

图3 非线性参数 γ 随波长 λ 的变化Fig. 3 Nonlinear parameter γ as a function of wavelength λ 图4 波长为 $1.55 \mu\text{m}$ 时,非线性参数 γ 随结构参数的变化Fig. 4 Wavelength $\lambda=1.55 \mu\text{m}$, the nonlinear parameter γ as a function of structural parameters

极值,且空气填充率越高非线性参数越大,随孔间距的变化也越明显。极值出现在光纤从嵌入区过渡向弥散区的临界,此时纤芯面积达到一个极小值。极

值的出现同样表明在空气填充率一定的情况下,获得给定波长的尽可能大的非线性参数 γ 的 PCF 有个最佳孔间距。图 4(c)与文献[19]中得到的结果

一致,这也说明该方法是正确的。

3.2 不同材料 PCF 的非线性参数比较

当 PCF 的背景材料不同时,其折射率 n 和非线性折射率系数 n_2 也不同。由(12)式可以看出背景材料对 PCF 的非线性参数 γ 的部分影响,但由于不同材料的折射率 n 的不同导致了相应 PCF 的纤芯

表 1 不同材料的折射率和非线性折射率系数

Table 1 Different refractive indices and nonlinear refractive indices for different materials

Material	BeF ₂	SiO ₂	Tellurite	Bi ₂ O ₃	As ₂ Se ₃
Refractive index n	1.27	1.45	2.05	2.22	2.7
Nonlinear refractive index $n_2 / (10^{-21} \text{ m}^2/\text{W})$	7.8	23.5	250	1100	24000

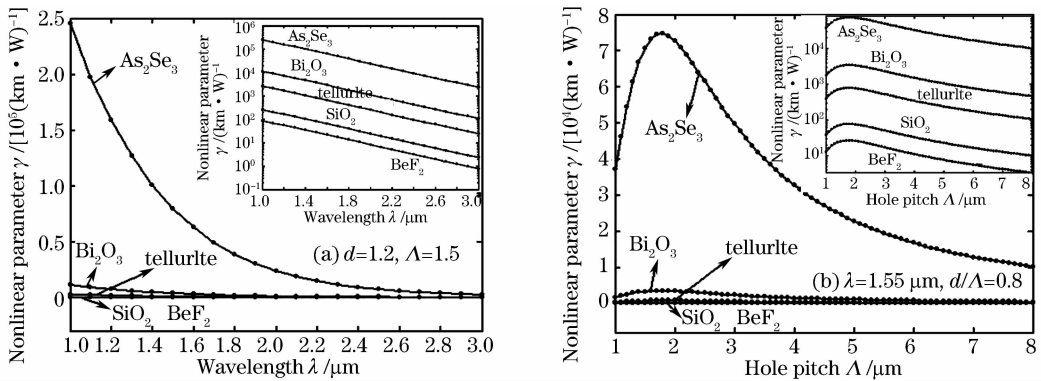


图 5 不同材料 PCF 的非线性参数 γ 随波长和结构参数的变化

Fig. 5 Nonlinear parameter γ as a function of wavelength and structure parameters for PCF with different materials

图 5(a) 给出的是结构参数 d, Λ 不变时, 表 1 中材料的 PCF 的非线性参数 γ 随波长的变化情况, 在此忽略材料折射率 n 对波长的依赖性。图 5(b) 给出了波长为 $1.55 \mu\text{m}$, $d/\Lambda = 0.8$ 时, 不同材料 PCF 的非线性参数 γ 随孔间距 Λ 的变化情况。可以明显地发现, 当 PCF 的背景材料可选择时, 背景材料的光学特性对其非线性同样具有决定性作用。

4 结 论

利用 PCF 的经验关系避开复杂的全矢量计算, 得到了 PCF 的基模有效折射率、空间填充基膜的有效折射率。利用等效折射率模型, 得到 PCF 的有效纤芯面积的简洁表达式(11)式。经过数值模拟得到:

- 1) PCF 的非线性参数 γ 随波长 λ 的增大而减小, 随 d/Λ 的增大而增大, 相对于孔间距 Λ 的改变比相对于孔径 d 的改变更敏感;
- 2) 在空气填充率一定的情况下, 获得给定波长的尽可能大的非线性的 PCF 有个最佳孔间距;
- 3) 空气填充率增高, 非线性参数 γ 增大的同时, 其随孔间距的变化也越明显。最后给出了不同

有效面积 A_{eff} 发生变化, 所以 PCF 的非线性参数 γ 与材料的关系由 n 和 n_2 共同决定。图 5 是对不同材料 PCF 非线性参数的计算结果。表 1 是从文献 [8, 20] 整理出来的不同材料的折射率和非线性折射率系数。

材料 PCF 非线性参数的比较。

该方法由于使用了等效替代和近似的经验关系, 并且忽略了空气孔包层数目的影响, 不可避免地引入了误差。但这种误差存在并不大, 这在与其他方法分析的结果比较中能够很明确地看出来。该方法的数值计算非常快捷, 可能为 PCF 的预设计提供有现实意义的帮助。

参 考 文 献

- 1 Wang Wei, Hou Lantian. Present situation and future development in photonic crystal fibers [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, **45**(2): 43~58
王伟, 侯蓝田. 光子晶体光纤的现状和发展[J]. *激光与光电子学进展*, 2008, **45**(2): 43~58
- 2 Zhang Zhihua, Shi Yifei, Bian Baomin *et al.*. Study on coupling of dual-core photonic crystal fiber with a hybrid light-guiding mechanism [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(1): 228~232
张智华, 石一飞, 卞保民等. 混合导光机制光子晶体光纤双芯耦合研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(1): 228~232
- 3 Zhang Xiaojuan, Zhao Jianlin, Cui Li. Analysis of mode properties of photonic crystal fiber with high birefringence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1379~1383
张晓娟, 赵建林, 崔莉. 一种高双折射光子晶体光纤的模式特性分析[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1379~1383
- 4 Hu Minglie, Song Youjian, Liu Bowen *et al.*. Development and advanced applications of femtosecond photonic crystal fiber laser technique [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(7): 1660~1670
胡明列, 宋有建, 刘博文等. 光子晶体光纤飞秒激光技术研究进

- 展及其前沿应用[J]. 中国激光, 2009, **36**(7):1660~1670
- 5 Wang Qingyue, Hu Minglie, Chai Lu. Progress in nonlinear optics with photonic crystal fibers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(1):57~66
- 王清月,胡明列,柴路. 光子晶体光纤非线性光学研究新进展[J]. 中国激光, 2006, **33**(1):57~66
- 6 A. R. Bhagwat, A. L. Gaeta. Nonlinear optics in hollow-core photonic bandgap fibers [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(7):5035~5047
- 7 Cheng Tonglei, Chai Lu, Li Yanfeng *et al.*. Novel cluster-solid-core photonic crystal fiber with high nonlinearity and large effective mode-field area [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3):658~662
- 程同蕾,柴路,栗岩峰等. 具有高非线性和大有效模场面积的多固体芯集束型光子晶体光纤[J]. 中国激光, 2009, **36**(3):658~662
- 8 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics* (4th edition) [M]. Boston: Academic Press, 2007. 1~45, 424~448
- 9 M. Szpulak, W. Urbanczyk, E. Serebryannikov *et al.*. Comparison of different methods for rigorous modeling of photonic crystal fibers [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(12):5699~5714
- 10 T. P. White, B. T. Kuhlmeier, R. C. McPhedran *et al.*. Multipole method for microstructured optical fibers. I. Formulation [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2002, **19**(10):2322~2330
- 11 A. Cucinotta, S. Selleri, L. Vincetti *et al.*. Holey fiber analysis through the finite element method [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2002, **14**(11):1530~1532
- 12 K. Saitoh, M. Koshiba. Empirical relations for simple design of photonic crystal fibers [J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(1):267~274
- 13 K. Saitoh, T. Fujisawa, T. Kirihara *et al.*. Approximate empirical relations for nonlinear photonic crystal fibers [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(14):6572~6582
- 14 M. Koshiba, K. Saitoh. Structural dependence of effective area and mode field diameter for holey fibers [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(15):1746~1756
- 15 M. Koshiba, K. Saitoh. Applicability of classical optical fiber theories to holey fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(15):1739~1741
- 16 M. D. Nielsen, N. A. Mortensen. Photonic crystal fiber design based on the V-parameter [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(21):2762~2768
- 17 M. Koshiba. Full-vector analysis of photonic crystal fibers using the finite element method [J]. *IEICE Trans Electron.*, 2002, **E85-C**(4):881~888
- 18 N. A. Mortensen. Effective area of photonic crystal fibers [J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(7):341~348
- 19 Wu Ming, Liu Hairong, Huang Dexiu. Dispersion property in highly nonlinear photonic crystal fiber [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3):539~542
- 吴铭,刘海荣,黄德修. 高非线性光子晶体光纤色散特性的研究[J]. 光学学报, 2008, **28**(3):539~542
- 20 L. B. Fu, M. Rochette, V. G. Ta'eed *et al.*. Investigation of self-phase modulation based optical regeneration in single mode As₂Se₃ chalcogenide glass fiber [J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(19):7637~7644