

文章编号: 0258-7025(2010)Supplement 1-0267-06

泽尼克多项式拟合干涉波面算法的等价性 与可靠性研究

莫卫东 范琦 屈少波 冯明德 杨百愚

(空军工程大学理学院, 陕西 西安 710051)

摘要 在实践中发现,用泽尼克多项式拟合干涉波面时,不论采用哪一种算法都无法绝对避免求解拟合系数过程中可能出现的失败或测量结果的突变。通过严格证明求解拟合系数的两种典型算法(最小二乘法 and Gram-Schmidt 算法)的等价性,论证了两种求解泽尼克多项式拟合系数的算法具有相同的解稳定性。通过一系列实验研究,发现采用泽尼克多项式拟合干涉波面的光学检测系统测量确保可靠性的基本条件:泽尼克多项式的阶应小于被测光瞳内干涉条纹的数量,并从理论上加以证明。

关键词 光学干涉测量;干涉波面拟合;泽尼克多项式;最小二乘法;Gram-Schmidt 算法

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201037s1.0267

Research on Algorithm and Reliability to Fit Interference Wave Surface with Zernike Polynomials

Mo Weidong Fan Qi Qu Shaobo Feng Mingde Yang Baiyu

(University of Engineering of Air Force, Xi'an, Shaanxi 710051, China)

Abstract In experiment, it has been found that a possible failure in process of solving the fitting coefficients or sudden changes of measurement results can not be absolutely prevented in fitting interference wave surface with Zernike polynomials. The equivalence of the algorithm of least squares method and Gram-Schmidt is strictly proved. It is demonstrated that both two algorithms of solving Zernike polynomial coefficients have the same stability. The basic requirement to ensure the measuring reliability of interference optical detection system is found through a series of comprehensive and systematic experimental researches. The condition is that the order of Zernike polynomial to fit interference wave surface must be less than the number of interference fringes in the diaphragm, and it also has been proved in theory.

Key words optical interference measurement; fitting interference wave surface; Zernike polynomials; least square method; Gram-Schmidt algorithm

1 引言

应用泽尼克多项式拟合含有被测元件表面信息的光学干涉波面的技术,已成为现代数字化干涉精密检测技术的重要组成部分^[1~9]。具体如何求解泽尼克多项式拟合干涉波面的拟合系数,在不同研究者的报告中都强调各自所采用算法的特点和优势。然而,在实践中发现,不论采用哪一种算法都无法绝对避免求解拟合系数过程中可能的失败或测量结果

的突变。为此,有必要找到一个求解泽尼克多项式拟合系数的最佳算法,使得拟合系数的求解过程不仅简洁快速且稳定,以确保测量结果的可靠性。

本文通过对求解泽尼克多项式拟合系数的两种典型算法(最小二乘法 and Gram-Schmidt 算法)等价性的严格证明,说明两种求解泽尼克多项式拟合系数算法的等价性及具有相同的可靠性,并通过一系列的实验研究发现,若要确保求解泽尼克多项式拟合系数计算

收稿日期: 2010-04-16; 收到修改稿日期: 2010-06-10

基金项目: 国家自然科学基金(60871027)和陕西省自然科学基金(2010JM8012)资助课题。

作者简介: 莫卫东(1959—),男,教授,主要从事精密光学检测方面的研究。E-mail:mwd1999@126.com

过程的成功,拟合时所选择的泽尼克多项式的阶与被测干涉波面上干涉条纹的数量需满足关系:泽尼克多项式的阶应小于被测光瞳内干涉条纹的数量,并在数学上对该条件进行了简要的证明。

2 求解泽尼克多项式拟合干涉波面系数不同算法等价性的证明

在众多求解泽尼克多项式拟合干涉波面系数的算法中,除了典型的最小二乘法和 Gram-Schmidt 方法外,还有其他方法可以采用,如 Householder 变换方法。最小二乘法直接把最小二乘法原理用于求解泽尼克多项式拟合干涉波面的系数^[10]。Gram-Schmidt 方法则是以泽尼克多项式为基础,构造一个新的正交归一化的函数系,用该函数系拟合出干涉波面^[11]。Householder 变换方法则是把系数矩阵正交三角化直接求解拟合系数^[12]。以下通过严格证明最小二乘法与 Gram-Schmidt 方法两种算法的等价

性,说明各种算法之间是相通的。

2.1 求解泽尼克多项式拟合系数的最小二乘法

泽尼克多项式的极坐标具体表达式为

$$Z_n^l(\rho, \theta) = R_n^l(\rho) \cdot \Theta_n^l(\theta),$$

n 为多项式的“阶”,取值为 $0, 1, 2, \dots$ 。用泽尼克多项式表达的干涉波面 W 的函数为

$$W(\rho, \theta) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k Z_n^l(\rho, \theta) \text{ 或 } W(\mathbf{r}_j) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k Z_k(\mathbf{r}_j),$$

a_k 为拟合系数, \mathbf{r}_j 为对干涉波面数字化后采样点的位置矢量。拟合时选取的泽尼克多项式的阶 n 越大,加入拟合的多项式数量 N 将越多。根据最小二乘法原理,求解 a_k 的方法与过程为

$$\Delta^2 = \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N a_i Z_i(\mathbf{r}_j) - \varphi(\mathbf{r}_j) \right]^2, \quad (1)$$

$\varphi(\mathbf{r}_j)$ 为干涉波面 \mathbf{r}_j 点的相位, $\sum_{j=1}^M$ 为对所有采样点求和, $\sum_{i=1}^N$ 为对多项式的所有项求和。求偏导得

$$\frac{\partial}{\partial a_k} (\Delta^2) = 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M a_i Z_i(\mathbf{r}_j) Z_k(\mathbf{r}_j) - 2 \sum_{j=1}^M \varphi(\mathbf{r}_j) Z_k(\mathbf{r}_j) = 0, \quad (2)$$

令 $S_{i+k} = \sum_{j=1}^M Z_i(\mathbf{r}_j) Z_k(\mathbf{r}_j)$, $t_k = \sum_{j=1}^M \varphi(\mathbf{r}_j) Z_k(\mathbf{r}_j)$, (2)式变成

$$\sum_{i=1}^N S_{i+k} a_i = t_k \quad (3)$$

(3)式为求解泽尼克多项式拟合系数 a_i 的正则方程,将其展开便是关于 a_i 的线性方程组。 S_{i+k} 系数方阵的性质表征了求解 a_i 的稳定性。

2.2 求解泽尼克多项式拟合系数的 Gram-Schmidt 正交化方法

该方法的基本思想是将线性独立函数系泽尼克多项式进行线性组合,构成一组在干涉波面采样数据点上离散正交归一化的基底函数系 $[V_i]$,即

$$[V_i] = [C_{ik}] [Z_i], \quad (4)$$

$[C_{ik}]$ 为变换方阵, $[Z_i]$ 为由泽尼克多项式构成的列向量, $[V_i]$ 中的每一个元素均满足正交化条件

$$\sum_{j=1}^M V_i \cdot V_k G = \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}, \quad (5)$$

$\sum_{j=1}^M$ 为对所有采样点求和。根据(4), (5)式可得 $[V_i]$ 和 $[Z_i]$ 的关系

$$V_i = \frac{Z_i - \sum_{r=1}^{i-1} V_r \cdot \sum_{j=1}^M Z_i V_r}{\left[\sum_{j=1}^M Z_i^2 - \sum_{r=1}^{i-1} \left(\sum_{j=1}^M Z_i V_r \right)^2 \right]^{1/2}}. \quad (6)$$

变换矩阵 $[C_{ik}]$ 为

$$C_{ik} = \begin{cases} 0 & i < k \\ \left[\sum_{j=1}^M Z_i^2 - \sum_{r=1}^{i-1} \left(\sum_{j=1}^M Z_i V_r \right)^2 \right]^{1/2} & i = k, \\ - \sum_{r=1}^{i-1} \left[\left(\sum_{j=1}^M Z_i V_r \right) C_{ir} \right] & i > k \end{cases}, \quad (7)$$

被拟合的干涉波面 $F(\mathbf{r})$ 用矩阵表示为

$$F(\mathbf{r}) = [a_i]^T [Z_i] =$$

$$[a_i]^T [C_{ik}]^{-1} [V_i] = [b_i]^T [V_i], \quad (8)$$

或 $F(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N b_i V_i$, (8')

式中 $[b_i]^T = [a_i]^T [C_{ik}]^{-1}$. (9)

根据最小二乘法原理,并利用(5)式关于 V_i 的正交关系可得

$$b_i = \sum_{j=1}^M \varphi(\mathbf{r}_j) V_i(\mathbf{r}_j), \quad (10)$$

把根据(10)式求得的 $[b_i]$ 代回(9)式中,便可得所需要的泽尼克多项式拟合干涉波面的拟合系数 $[a_i]$ 。

2.3 最小二乘法与 Gram-Schmidt 方法的等价性证明

根据 Gram-Schmidt 正交化方法,在没有用到最小二乘法原理之前,由(4)和(7)式可得

$$Z_i = \sum_{k=1}^i C_{ik}^{-1} V_k. \quad (11)$$

把(11)式代入(8)式中,得

$$\sum_{i=1}^N a_i \left(\sum_{k=1}^i C_{ik}^{-1} V_k \right) = \sum_{i=1}^N b_i V_i,$$

$$\sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N a_i \left(\sum_{k=1}^i C_{ik}^{-1} V_k \right) V_j \right] = \sum_{j=1}^M \left(\sum_{i=1}^N b_i V_i \right) V_j,$$

利用(5)式,上式变成

$$b_k = \sum_{i=1}^N a_i C_{ik}^{-1} \quad (k \leq i). \quad (12)$$

由于(12)式是从 Gram-Schmidt 正交化方法推导出来的 $[a_i]$ 与 $[b_i]$ 之间的变换关系。下面从最小二乘法原理出发,可推导出 $[a_i]$ 与 $[b_i]$ 之间完全相同的变换关系,由此证明两种拟合系数的求解算法是完全等价的。由最小二乘法获得的正则方程(3)式可得

$$\sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N a_i Z_i(\mathbf{r}_j) Z_k(\mathbf{r}_j) \right] = \sum_{j=1}^M \varphi(\mathbf{r}_j) Z_k(\mathbf{r}_j).$$

(13)

把(11)式代入(13)式,(13)式左边和右边分别可写成

$$\text{left} = \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^N a_i \left(\sum_{n=1}^i C_{in}^{-1} V_n \right) \left(\sum_{m=1}^k C_{km}^{-1} V_m \right) \right] = \sum_{i=1}^N a_i \left(\sum_{m=1}^k C_{im}^{-1} C_{km}^{-1} \right) = \sum_{m=1}^k \left(\sum_{i=1}^N a_i C_{im}^{-1} \right) C_{km}^{-1} \quad (n \leq i, m \leq k, k \leq i)$$

$$\text{right} = \sum_{j=1}^M \varphi \left(\sum_{m=1}^k C_{km}^{-1} V_m \right) = \sum_{m=1}^k C_{km}^{-1} \left(\sum_{j=1}^M \varphi V_m \right) = \sum_{m=1}^k C_{km}^{-1} b_m \quad (n \leq i, m \leq k, k \leq i)$$

left=right,可得

$$b_m = \sum_{i=1}^N a_i C_{im}^{-1} \quad (m \leq i). \quad (14)$$

可见,从不同算法推导出来的 $[a_i]$ 与 $[b_i]$ 之间的变换关系(12)和(14)式完全相同,等价性证毕。

3 泽尼克多项式拟合干涉波面应用的可靠性研究

为了检验用泽尼克多项式拟合干涉波面程序的正确性,分别选用不同阶的泽尼克多项式对两个理想平面光波的干涉波进行了拟合计算。结果发现,无论采用何种算法,都不能绝对保证求解拟合系数过程中不出现“病态”或“相关”,这会使计算过程中断而失败(见表1)。而当对检测实际平面时的干涉波进行拟合时,首先要解决的问题是:选择多大阶的泽尼克多项式才能满足测量的精度需要;是否选择尽可能高阶的泽尼克多项式进行拟合就一定能够获得最高的测量精度。实验发现,对采样点上相位的拟合精度都比较稳定,但是对被测平面的检测结果出现了突变(见表2)。这正是对用泽尼克多项式拟合干涉波面进行光学表面检测的可靠性产生质疑的

直接原因。为此,通过对被测光瞳内干涉波面的干涉条纹的数量与采用哪一阶泽尼克多项式进行分析,发现了其中的规律,找到了确保泽尼克多项式拟合干涉波面的可靠性的基本条件。

3.1 研究的思路和方法

1)调试干涉图像在单位光瞳内的干涉条纹数,分别使光瞳内包含有4,5,6根条纹;

2)分别选用3,4,5,6,7阶的泽尼克多项式对干涉波面上条纹采样点的相位进行拟合。

3)改变干涉图像在单位光瞳内的干涉条纹数,重复上述研究过程,研究泽尼克多项式的阶与被测干涉波光瞳内干涉条纹数量的关系。

4)变换不同的求解泽尼克多项式拟合系数算法,重复上述研究过程。

3.2 通过实验发现的泽尼克多项式拟合干涉波面的规律

对于理想平面的检测结果见表1,对实际被测平面玻璃表面的检测结果见表2。表中 P_{rms} 为对干涉条纹采样点相位的拟合精度; W_{rms} 为被测平面的平整度,计算 W_{rms} 时将泽尼克多项式拟合中代表两相干波的常数项和 xy 方向的倾斜项 z_1, z_2 和 z_3 的贡献去除; W_{pv} 为被测平面表面最高与最低处的峰谷值误差。

表 1 理想平面检测过程中拟合干涉波面的泽尼克多项式阶与光瞳内干涉条纹数量之间的关系

Table 1 Relations with fitting process and Zernike polynomials and number of interference stripe in diaphragm for perfect plane

Order	3			4			5			6			7		
Number of I, S Hits	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}
4	378	0.335 $\times 10^{-6}$	0.376 $\times 10^{-6}$	0.188 $\times 10^{-5}$	0.346 $\times 10^{-6}$		0.277	0.766		fitting break off			fitting break off		
5	526	0.535 $\times 10^{-6}$	0.733 $\times 10^{-6}$	0.412 $\times 10^{-5}$	0.811 $\times 10^{-6}$	0.166 $\times 10^{-5}$	0.958 $\times 10^{-5}$	0.111 $\times 10^{-5}$	0.129	0.987			fitting break off		
6	623	0.841 $\times 10^{-6}$	0.456 $\times 10^{-6}$	0.321 $\times 10^{-5}$	0.988 $\times 10^{-6}$	0.943 $\times 10^{-6}$	0.552 $\times 10^{-5}$	0.143 $\times 10^{-5}$	0.189 $\times 10^{-5}$	0.153 $\times 10^{-5}$	0.186 $\times 10^{-5}$	0.803 $\times 10^{-5}$	3.713		

表 2 实际平面检测过程中拟合干涉波面的泽尼克多项式阶与光瞳内干涉条纹数量之间的关系

Table 2 Relations with fitting process and Zernike polynomials and number of interference stripe in diaphragm for actual plane

Order	3			4			5			6			7			
Number of I, S Hits	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	P_{rms}	W_{rms}	W_{pv}	
4	623	0.131 $\times 10^{-1}$	0.049	0.254	0.130 $\times 10^{-1}$	0.088	0.221	0.136 $\times 10^{-1}$	0.268	2.754	0.101 $\times 10^{-1}$	0.396	3.384 $\times 10^{-2}$	0.968 $\times 10^{-2}$	3.161	31.43
5	709	0.162 $\times 10^{-1}$	0.048	0.267	0.159 $\times 10^{-1}$	0.057	0.224	0.157 $\times 10^{-1}$	0.098	0.604	0.156 $\times 10^{-1}$	0.181	1.568 $\times 10^{-1}$	0.150 $\times 10^{-1}$	2.939	10.39
6	953	0.190 $\times 10^{-1}$	0.049	0.268	0.184 $\times 10^{-1}$	0.056	0.224	0.179 $\times 10^{-1}$	0.059	0.228	0.175 $\times 10^{-1}$	0.092	0.248 $\times 10^{-1}$	0.173 $\times 10^{-1}$	0.154	1.496

不论采用何种算法,从表 1 的实验结果会发现如下规律:

1) 当选择的泽尼克多项式的阶小于光瞳内的条纹数量时, P_{rms} , W_{rms} 和 W_{pv} 均得到满意的结果。

2) 当选择的泽尼克多项式的阶等于光瞳内的条纹数量时, P_{rms} 的结果仍很好,但 W_{rms} 和 W_{pv} 发生了突变,原来的理想平面经过泽尼克多项式拟合后已经不再是理想平面了。

3) 当选择的泽尼克多项式的阶大于光瞳内的条纹数量时,拟合过程中断,意味着拟合计算过程中正则方程变为“病态”或构建正交归一化函数系时发生了“相关”。

不论采用何种算法,从表 2 的实验结果发现了如下规律:

1) 无论光瞳内条纹数多与少,只要所选择的泽尼克多项式的阶小于光瞳内的条纹数量时,所测量实际平面的 P_{rms} , W_{rms} 和 W_{pv} 基本一致,说明了测量结果的客观性,尤其对被测平面平整度检测结果 W_{rms} 表现出的一致性。

2) 无论光瞳内条纹数多与少,当选择的泽尼克多项式的阶等于光瞳内的条纹数量时,所测量实际平面的 W_{rms} 和 W_{pv} 开始与泽尼克多项式的阶小于光瞳内的条纹数量时的检测结果有些改变,但变化不大。

3) 无论光瞳内条纹数多与少,当选择的泽尼克多项式的阶大于光瞳内的条纹数量时,所测量的 W_{rms} 和 W_{pv} 开始与泽尼克多项式的阶小于光瞳内的条纹数量时的检测结果相比较发生了突变。

但是,通过对比表 1,2 的实验规律,发现两者之间存在着如下的对应关系:无论被测的是理想平面还是实际平面,用泽尼克多项式拟合干涉波面时,不管光瞳内条纹数多与少,只要多项式的阶小于光瞳内的条纹数量,就能确保测量结果 P_{rms} , W_{rms} 和 W_{pv} 均在可信的精度之内。而拟合时选择的多项式的阶等于或大于光瞳内的干涉条纹数量时,虽然对干涉条纹的拟合依然可行,但是对被测平面检测的 W_{rms} 和 W_{pv} 却发生突变。可见,要确保泽尼克多项式拟合干涉波面的精度和可靠性,所选择的泽尼克多项式的阶必须小于被测光瞳内的干涉条纹数量。不妨把该要求称为“泽尼克多项式拟合干涉波面阶选择基本条件”。

3.3 “泽尼克多项式拟合干涉波面阶选择基本条件”的证明

显然,“泽尼克多项式拟合干涉波面阶选择基本条件”揭示了泽尼克多项式阶的大小和被测光瞳内干涉条纹的数量之间存在着关联性,为此在理论上给予证明是非常必要的。

通过把极坐标的泽尼克多项式变换成直角坐标后发现, n 阶泽尼克多项式中 x 和 y 的最高幂次为

n 。如 2 阶泽尼克多项式中的 $Z_6 = Z_2^2 = x^2 - y^2$ ，其最高幂次为 2。所以，5 阶泽尼克多项式的最高幂次为 5，如： $Z_{21} = Z_5^{-5} = y^5 - 10x^2y^3 + 5x^4y$ 。

假设被拟合对象是由一个理想被测平面的反射光波与另一个理想平面光波干涉而成的干涉波面，该干涉波的干涉条纹为等间距的直线条纹。调整干

涉条纹与 y 坐标轴平行，则被测平面反射波面将是一个与 x 轴平行的平面，该平面波的函数中将不包括与 x 相关的分量，意味着当用直角坐标泽尼克多项式对该干涉波面进行拟合时，多项式中所有与 x 相关项的系数，将均等于零。被拟合的平面干涉波变成了一个简单的多项式函数

$$W(x, y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + \dots + a_Ny^N = \sum_{k=0}^N a_k y^k. \quad (15)$$

因此，当干涉条纹与 x 轴平行时，用 n 阶直角坐标的泽尼克多项式被拟合的平面干涉波为

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^N a_i Z_i(x, y) = a'_0 + a'_1y + a'_2y^2 + \dots + a'_ny^n.$$

由于每一根干涉条纹具有相同的干涉相位 $W(x, y)$ ，当拟合的被测干涉波面的光瞳内有 M 根干涉条纹时，在干涉波面上采样点的相位也将只有 M 个值。注意，这是本命题证明的关键。

当被测干涉波面的光瞳内有 4 根干涉条纹，则在干涉条纹上采样点的干涉波相位将只有 4 个值。这时若采用 3 阶泽尼克多项式对干涉波面进行拟合，被拟合的波函数为

$$W(x, y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3. \quad (16)$$

把光瞳内 4 根干涉条纹所代表的相位代入(16)式中，生成 4 个线性无关的方程组。根据线性代数原理^[12]，可求解出有效的拟合系数 a_0, a_1, a_2, a_3 。

若采用 4 阶泽尼克多项式对干涉波面进行拟合，被拟合的波函数为

$$W(x, y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + a_4y^4. \quad (17)$$

被拟合的波函数中包含了 5 个需求解的拟合系数，但采样点只有 4 个有效的相位值，可生成 4 个线性无关的方程组。原则上，根据线性代数原理^[13]，将是无法正确求解出拟合系数的。但是，由于最小二乘法中，采样数据点远远超过了干涉条纹的数量，仅仅“拼凑”一个常数，使得对采样数据点上干涉波相位的拟合精度同样可以很高(参见表 1)。但在被拟合干涉波面上(一般在光瞳的边缘)出现了奇点(参见图 1)，导致被测平面的平整度测量结果发生突变。

若采用 5 阶泽尼克多项式对干涉波面进行拟合，被拟合的波函数为

$$W(x, y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + a_4y^4 + a_5y^5. \quad (18)$$

被拟合的波函数中包含了 6 个需求解的拟合系数，但采样点同样只有 4 个有效的相位值，同样也只

能生成 4 个独立的线性方程。即使采用了最小二乘法，运用更多的采样数据点，所生成的正则方程必然是“病态”的，根据线性代数原理，求解过程将中断，无法求解出拟合系数。

通过以上分析，可以非常明确地看出，拟合干涉波面的泽尼克多项式的阶与光瞳内干涉条纹的数量之间的内在关联，实际上是线性方程中的线性相关条件的应用。

当拟合的是由实际平面反射光波与理想平面光波干涉生成的干涉波面，由于干涉条纹已不再是直线条纹，且条纹上还包含有不规则的“波纹”。采用泽尼克多项式对实际干涉波面的拟合精度不再像拟合理想平面干涉波那样高，即使所选择的泽尼克多项式的阶不小于被测光瞳内的干涉条纹数量，都能对采样点的波面相位实现较高精度的拟合，但对实际平面检测的 W_{rms} 和 W_{pv} 出现异动或突变。

从图 1 可以清楚地看到，当拟合干涉波面的泽尼克多项式的阶小于被测光瞳内的干涉条纹数量时，所测量的结果保持稳定；而当拟合干涉波面的泽尼克多项式的阶等于或大于被测光瞳内的干涉条纹数量时，被泽尼克多项式拟合的干涉波面在光瞳的边缘出现了“奇点”。其中的内在原因是由于干涉条纹数量(干涉波面相位的有效值)小于泽尼克多项式的阶(拟合系数的数量)，从而导致了求解拟合系数的正则方程成为“亚病态”(正则方程的行列式的值不等于零，但趋近于零)或在构建正交归一化函数系的过程中出现弱相关，造成求解高阶多项式的拟合系数的解发生了偏差，导致泽尼克多项式拟合干涉波面的可靠性不高的直接后果。

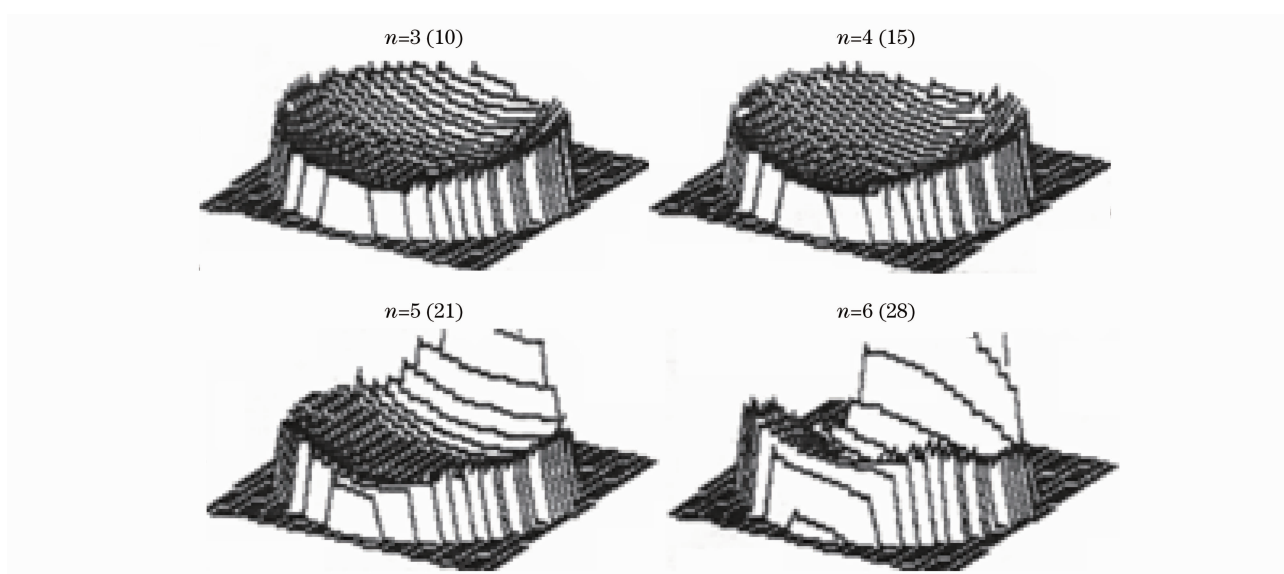


图 1 光瞳内有 5 根干涉条纹选用不同阶(项数)泽尼克多项式对实际平面检测的面形轮廓

Fig. 1 Actual plane contour detected with different orders of Zernike polynomials for 5 interference stripes in diaphragm

4 结 论

采用泽尼克多项式拟合干涉波面时,即无论采用哪一种求解泽尼克多项式拟合干涉波面系数的算法,要确保拟合干涉波面的平滑性和测量结果的可靠性,并且算法之间没有优劣之分。在保证干涉条纹数字化精度的条件下,检测时应尽可能地调节光瞳内的条纹数量足够多。对于干涉波面进行拟合时,只要所选择的泽尼克多项式的阶小于被测光瞳内干涉条纹的数量,就能够保证测量结果的可靠性。泽尼克多项式拟合干涉波面的最佳阶大小为:被测光瞳内干涉条纹的数量-1。这一条件为实现精密干涉检测系统的自动化控制提供了理论依据。本研究成功应用于数字化平面玻璃检测系统之中^[8,9]。

参 考 文 献

- Mo Weidong. Research on error and precision of the system to inspect surface of optical plane[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(7): 879~883
莫卫东. 数字平面检测系统误差和精度评价方法的研究[J]. *光学学报*, 2003, **23**(7): 879~883
- Liu Jianfeng, Long Funian, Zhang Wei *et al.*. Frequency domain analysis of surface figure fitting based on zernike polynomials[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1062~1066
刘剑峰, 龙夫年, 张伟等. 基于泽尼克多项式进行面形误差拟合的频域分析[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1062~1066
- Fang Lihua, Wang Zhaoqi, Wang Wei *et al.*. Influence of wavefront aberration of single zernike modes on optical quality of human eyes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11): 1721~1726
方利华, 王肇圻, 王伟等. 泽尼克各项像差对人眼光学质量的影响[J]. *光学学报*, 2006, **26**(11): 1721~1726
- Tian Xiuyun, Wu Shibin, Wu Fan *et al.*. Quantitative test method of Ritchey-Common test in large high precision flat measurements[J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(4): 486~488
田秀云, 吴时彬, 伍凡等. 高精度大口径平面镜瑞奇-康芒量检测研究方法研究[J]. *光学技术*, 2004, **30**(4): 486~488
- Hou Xi, Wu fan, Wu Shibin *et al.*. Testing the large aspheric mirror using annular subapertures[J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(4): 506~508, 512
侯溪, 伍凡, 吴时彬等. 使用环形子孔径拼接检测大口径非球面镜[J]. *光学技术*, 2005, **31**(4): 506~508, 512
- Lu Zhenwu, Liu Hua, Li Fengyou. Aspheric surface testing with CGH on curved surface [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, **12**(6): 555~559
卢振武, 刘 华, 李凤有. 利用曲面计算全息图进行非球面检测[J]. *光学精密工程*, 2004, **12**(6): 555~559
- Li Jun, Chen Haiqing, Ren Wenxin *et al.*. Improvement of hartmann wavefront sensor by using Zernike moment[J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **33**(8): 1033~1037
李 俊, 陈海清, 任温馨等. 泽尼克矩提高哈特曼波前传感器的鲁棒性[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1033~1037
- Mo Weidong, Feng Jinfu. Reserch of a system to inspect surface of optical plane glass with quantizing technique [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **29**(9): 123~129
莫卫东, 冯金富. 数字化玻璃表面检测系统的研究[J]. *光子学报*, 2001, **29**(9): 123~129
- Mo Weidong, Gao Bolong. Application of quantizing technique in the system to inspect surface of optical glass [J]. *Journal of Air Force Engineering University*, 2000, **1**(5): 1~4
莫卫东, 高伯龙. 数字化技术在玻璃表面检测系统中的应用[J]. *空军工程大学学报*, 2000, **1**(5): 1~4
- Mo Weidong. Application and methods to fit optical interference wave surface with quantizing technique [J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2003, **20**(6): 514~520
莫卫东. 光学干涉波面数字化处理方法与应用[J]. *计算物理*, 2003, **20**(6): 514~520
- Yu Jingchi. Calculation of wavefront error and OTF from interferogram [J]. *Acta Optica Sinica*, 1984, **4**(9): 814~820
余景池. 由干涉图计算波差和传递函数[J]. *光学学报*, 1984, **4**(9): 814~820
- Yan Jingzhou, Sun Houhuan Gao Zhiqiang *et al.*. A new algorithm for wavefront fitting using Zernike polynomial [J]. *Acta Mathematica Scientia*, 2000, **20**(3): 378~385
鄢静舟, 孙厚环, 高志强等. 用 Zernike 多项式进行波面拟合的一种新算法[J]. *数学物理学报*, 2000, **20**(3): 378~385
- The algebra group of geometry teaching and research section of mathematics and mechanics department of Peking university, *Advanced Algebra* [M]. People's Education Press, 1978, 136~143
北京大学数学力学系几何与代数教研室代数小组. *高等代数* [M]. 人民教育出版社, 1978. 136~143