

文章编号: 0258-7025(2010)Supplement 1-0157-05

# 大口径离轴光学系统畸变的校正方法

赵高飞 刘 辉 裴云天

(中国科学院上海技术物理研究所, 上海 200083)

**摘要** 在空间大口径离轴光学系统中,畸变的存在严重影响其定位精度的提高。为提高该系统的定位精度,对其畸变特性进行了研究。在研究中发现,大口径离轴反射系统的畸变特性不同于传统的径向畸变模型。因此,传统的畸变校正方法对于大口径离轴反射系统不再适用。对该离轴系统的畸变校正进行了研究,提出了一种利用二维拉格朗日插值法对离轴系统畸变进行校正的方法。在系统设计阶段,利用计算机仿真的方法,对该校正方法进行了研究,分析和讨论了校正结果。仿真结果表明,该方法的校正精度能满足实际要求。这种方法在对大口径离轴系统的畸变校正中具有普遍的实用性。

**关键词** 成像系统;畸变校正;二维拉格朗日插值;离轴系统

中图分类号 TP301.6; O439 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201037s1.0157

## Distort Correction for Large Aperture Off-Axis Optical System

Zhao Gaofei Liu Hui Pei Yuntian

(Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai, 200083, China)

**Abstract** In order to improve the accuracy of an off-axis reflected space optical system, researches have been made to its distortion feature. In the research, some distortion features different from the radial distortion model are found. So the previous solutions are no longer suitable for this problem. A method using two-dimension Lagrange interpolation is introduced to correct the distortion of the off-axis system. As the system is still in design, these methods are verified and analyzed by simulating in computer. The results show that by using this method, the distortion of the off-axis system can be well corrected.

**Key words** imaging systems; distortion correction; two-dimension Lagrange interpolation; off-axis optical system

### 1 引 言

图像的畸变广泛存在于各类空间光学系统中。光学系统产生畸变的原因是在一对物、像共轭平面上,垂直放大率随视场角大小而改变,不再保持常量,使像相对于物失去了相似性。因此,畸变虽然不影响成像的清晰度,却直接影响成像的几何位置精度。另外,随着视场改变,畸变值也改变,视场越大,畸变越大<sup>[1,2]</sup>。对于基于图像分析的位置测量空间光学系统,其口径和视场一般都比较,且成像精度要求较高,因此必须采取措施来消除畸变带来的影响<sup>[3]</sup>。

对于同轴系统几何畸变的校正,很多学者进行

了深入的研究。邓雷等<sup>[4]</sup>建立了一个空间方位角与实际像素的查找表,通过灰度值替代的方法来校正畸变;韩广良等<sup>[5]</sup>建立等效球面模型来模拟像面,通过等效像点和实际像点的几何关系来校正畸变;王欣刚等<sup>[6~8]</sup>将像点坐标转化为极坐标,通过拟合多项式来校正畸变;张金利等<sup>[9,10]</sup>采用同心圆标定靶对系统进行标定,求得径向畸变系数,以此校正图像畸变。这些方法在实际中都有一定的实用性。但它们都是以径向畸变模型为基础,像面畸变需要满足关于光轴中心对称的要求。对于离轴反射系统这种非中心对称性畸变图像的校正,基于径向畸变模型的校正方法就显示出其局限性。本文研究了离轴系

收稿日期: 2010-04-05; 收到修改稿日期: 2010-06-24

作者简介: 赵高飞(1985—),男,博士研究生,主要从事光机系统设计方面的研究。E-mail: zhaogfmail@gmail.com

导师简介: 裴云天(1946—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间遥感与应用光学等方面的研究。

E-mail: peiyuntian@online.sh.cn

统的畸变特性及其校正方法,对于提高系统的成像和测量精度具有重要的意义。

## 2 离轴系统的畸变特性

传统的同轴系统如 Ritchey Chretien (RC) 系统,其所有光学镜面都关于光轴对称。因此对于视场角相同的物点,不管其方向如何,其垂轴放大率是一样的。这种情况下,畸变只与像高有关。像高相同的轴外物点,其畸变量是相同的,方向沿光心与像点的连线方向,即径向畸变。在像面上,畸变图像关于光学中心呈中心对称。此时随初级畸变系数的不同,畸变分别呈现出鞍形畸变(初级畸变系数大于 0)和桶形畸变(初级畸变系数小于 0)<sup>[2]</sup>。

而对于如图 1 所示的离轴反射系统。可以看出与传统的 RC 系统相比,主、次镜离轴放置,不关于光轴对称。因此垂轴放大率不但随视场角大小而改变,而且随轴外点的方位角而变化。对轴外物点成像时,如果它们的主光线方向不同,即使其视场角一样,其垂轴放大率也可能不一样。所以在像面上,畸变图像不再关于光学中心对称。图 2 是该离轴系统的畸变图像。可以看出畸变呈现出负畸变的特点,即实际像点像高大于理想像高。但与只有径向畸变作用的枕形畸变不同,畸变图像不再关于光学中心对称。在像面的左右方向,畸变图像基本是对称的,

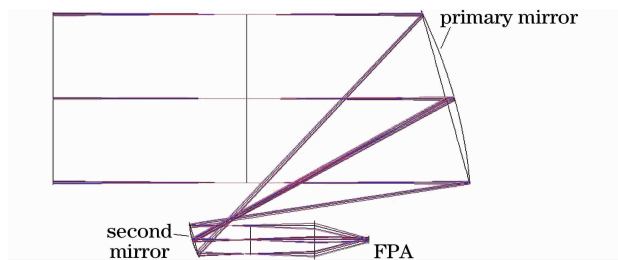


图 1 使用面阵焦平面探测器(FPA)的离轴反射系统示意图

Fig. 1 Illustration of an off-axis optic system using FPA

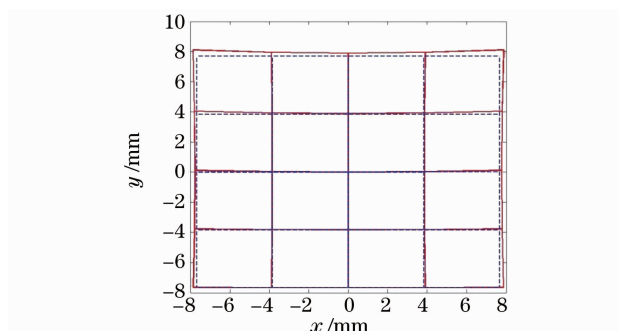


图 2 离轴反射系统的畸变

Fig. 2 Distortion of an off-axis reflect optic system

这是因为光学镜面关于光轴是基本左右对称的。而由于光轴与镜面对称轴的偏离,像面上部和下部的像点畸变特性差别较大。

对于离轴系统的畸变校正,可以从两个方面入手。一方面是改进光学系统设计,通过调整系统参数来消除畸变。但大口径离轴光学系统的设计复杂,且要兼顾其他像差,在实际加工和装调的过程中,也不可避免会带来偏差。因此要在设计阶段完全消除光学畸变是不可能的。此时,畸变校正就要从另一方面入手,那就是对光学系统进行标定,通过实测一些样本点的畸变值,得到系统的畸变分布,然后通过选用合适的方法对畸变图像进行校正,从而使其满足实际应用要求。

## 3 畸变校正方法

为了克服传统方法对径向畸变模型的依赖性,采用二维拉格朗日插值的方法对图像进行畸变校正。在二维像面上取一系列样点,用实验的方法得到其校正前后的对应关系,然后利用这些样点对需要校正的像点进行二维拉格朗日插值,得到其校正后的位置。由于插值是在两个方向进行的,因此不要求像面畸变关于光轴中心对称。

由数值计算方法理论,在二维平面上,若由坐标  $x_i (i = 1, 2, \dots, m), y_j (j = 1, 2, \dots, n)$  构成的网格节点  $(x_i, y_j)$  上的函数值为  $Z_{ij}$ , 那么对于非网格点  $(x, y)$ , 其函数值  $Z(x, y)$  可用拉格朗日插值函数近似求得<sup>[11]</sup>

$$Z(x, y) \approx \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \prod_{k=1, k \neq i}^m \left( \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \right) \prod_{l=1, l \neq j}^n \left( \frac{y - y_l}{y_j - y_l} \right) Z_{ij}. \quad (1)$$

将(1)式应用到畸变校正中,在二维像面上取一系列样点,构成网格,以样点的实际坐标  $(x_i, y_j)$  作为自变量,以样点的理论位置  $[X, Y]$  作为函数值,可以通过像面任意点的实际位置  $(x, y)$  求得其理论位置  $[U, V]$

$$\begin{cases} U(x, y) \approx \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \prod_{k=1, k \neq i}^m \left( \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \right) \prod_{l=1, l \neq j}^n \left( \frac{y - y_l}{y_j - y_l} \right) X_{ij} \\ V(x, y) \approx \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \prod_{k=1, k \neq i}^m \left( \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \right) \prod_{l=1, l \neq j}^n \left( \frac{y - y_l}{y_j - y_l} \right) Y_{ij} \end{cases}, \quad (2)$$

式中插值函数要求样点在  $x, y$  方向的取值是相互独立的,即样点  $(x_i, y_j), \{i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n\}$  构成一个规则的  $m$  行  $n$  列的网格。但实际采样时,

只能保证样点在像面上的实际位置构成一个近似规则的  $m$  行  $n$  列的网格,不可能取到理想的规则网格,即采样点的  $x, y$  坐标是相互关联、成对出现的,每个样点对应一个  $(x, y)$  坐标(图 3)。因此,要用拉格朗日插值函数,必须对(2)式作如下变形

$$\begin{cases} U(x, y) \approx \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \prod_{k=1, k \neq j}^n \left( \frac{x - x_{ik}}{x_{ij} - x_{ik}} \right) \prod_{l=1, l \neq i}^m \left( \frac{y - y_{lj}}{y_{ij} - y_{lj}} \right) X_{ij} \\ V(x, y) \approx \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \prod_{k=1, k \neq j}^n \left( \frac{x - x_{ik}}{x_{ij} - x_{ik}} \right) \prod_{l=1, l \neq i}^m \left( \frac{y - y_{lj}}{y_{ij} - y_{lj}} \right) Y_{ij} \end{cases} \quad (3)$$

式中  $x_{ij}$  是像面上第  $i$  行第  $j$  列样点的实际  $x$  坐标;  $y_{ij}$  是像面上第  $i$  行第  $j$  列样点的实际  $y$  坐标;  $X_{ij}, Y_{ij}$  是像面上第  $i$  行第  $j$  列样点的理论位置的  $x, y$  坐标;  $(x, y)$  是畸变校正前像点的实际坐标;  $[U, V]$  是通过插值计算出来的点  $(x, y)$  经过校正后的理论位置坐标。利用(3)式,就可通过插值由像点的实际位置计算出其理论位置,实现像面的畸变校正。

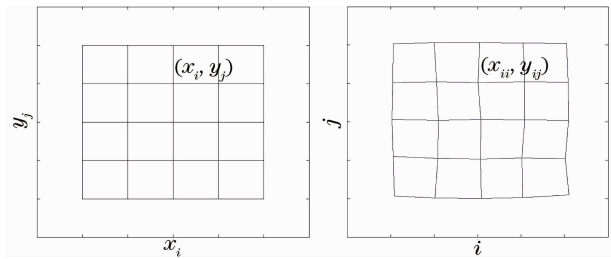


图 3 理想的和近似规则的样点网格  
Fig. 3 Ideal and quasi-regular grid samples

### 4 仿真结果与分析

在系统设计阶段,由于实际系统还未完全加工装调好,因此不能得到实际的畸变图像。为此,采用

表 1 采用拉格朗日插值法时不同样本点的校正结果

Table 1 Correction results of different samples using Lagrange method

Grid sample	Error of $x$ direction / $\mu\text{m}$	Error of $y$ direction / $\mu\text{m}$	Deviation greater than $3 \mu\text{m}$	Time used / s
5×5	-8.7~8.6	-0.21~8.6	154 points, on the up corner, see figures 5, 6	0.115
7×7	-8.3~8.3	-9.3×10 <sup>-3</sup> ~8.4	135 points, on the up corner, as figures 5, 6	0.275
9×9	-8.3~8.3	-1.6×10 <sup>-2</sup> ~8.3	135 points, on the up corner, as figures 5, 6	0.542
11×11	-8.2~8.2	-2.2×10 <sup>-2</sup> ~8.2	135 points, on the up corner, as figures 5, 6	0.944
15×15	-34~6.6	-6.9~103.3	161 points, on the corner of FPA, see figures 7, 8	2.231

由以上结果可以看出,样点取 5×5 到 11×11 的网格时,只有像面上方角部的少量点不满足应用要求。同时可以看到当样点由 5×5 到 11×11 逐渐增加时,计算精度只有少量提高,但计算时间呈指数

增加。

计算机仿真的方法来验证上述方法的校正效果。利用光学设计软件,可以得到像面上任一像点的实际位置和理论位置。因此,可以取一组在像面均布的理想像点构成网格,作为样本点。同样地取另外一组像点作为测试点。用上面讨论的插值方法,利用样本点,由测试点的实际像点位置计算出其校正后的像点位置,并与光学设计软件仿真出的理论值进行对比,以此验证方法的校正效果。

实验中,测试点取一组理论位置在像面均布的 49×49 的网格。校正前,由于畸变的影响,测试点实际位置和理论位置的偏差分布如图 4 所示。可以看到校正前  $x$  向偏差为 -200~200  $\mu\text{m}$ ,  $y$  向偏差为 0~450  $\mu\text{m}$ ,偏差数值比探测器像元大一个数量级,需要校正。根据实际应用要求,实验中取偏差小于 3  $\mu\text{m}$  作为评价标准。

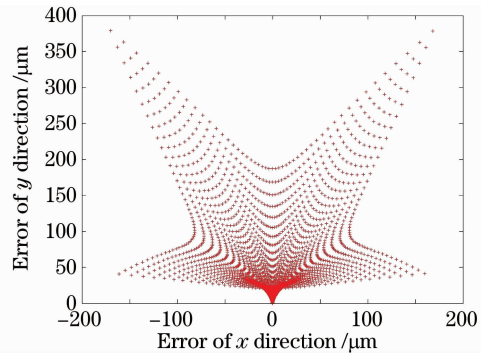


图 4 校正前测试点实际位置与理论位置偏差  
Fig. 4 Deviation of test point before correction

为研究利用拉格朗日插值法进行畸变校正的效果,取不同的样本点,比较应用这些不同的样点网格对像面进行畸变校正后的偏差。为此,在像面上分别取 5×5, 7×7, 9×9, 11×11, 15×15 的网格作为样本点,利用拉格朗日插值法计算测试点理论位置。测试点校正结果与理论值的偏差如表 1 所示。

增加。当样点取 15×15 的网格时,计算结果的偏差分布较前面结果发生剧烈变化,计算精度也急剧下降。这是由于拉格朗日插值属于多项式拟合插值,如果

样点取得过密,插值多项式阶次很高,会造成样点之间的插值发生剧烈振荡,从而严重影响计算精度。此时,再增加样点数目只会使计算结果精度更差。

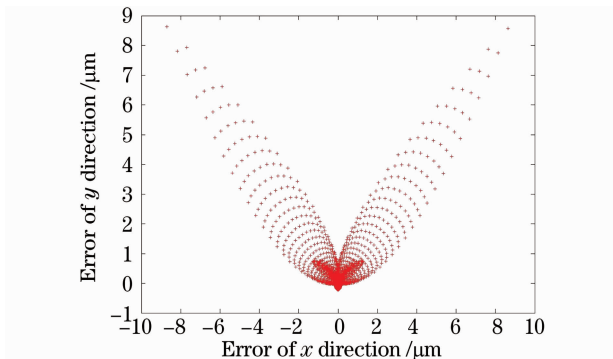


图5 5×5 样本点时的偏差分布(取7×7, 9×9, 11×11 样本点时分布类似)

Fig. 5 Deviation distribution using 5×5 grid sample (Distribution using 7×7, 9×9 or 11×11 grid sample is similar)

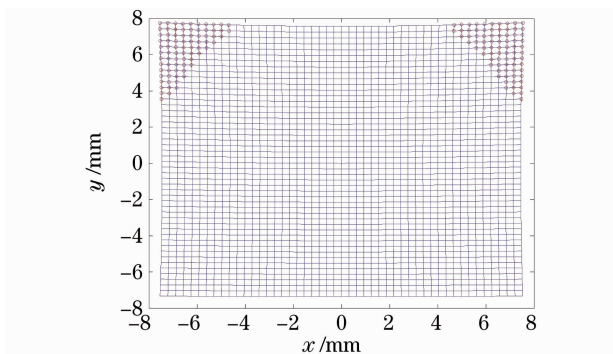


图6 5×5 样本点时偏差大于3 μm 的点的分布 (取7×7, 9×9, 11×11 样本点时分布类似)

Fig. 6 Distribution of points whose deviation is above 3 μm, using 5×5 grid sample (Distribution using 7×7, 9×9 or 11×11 grid sample is similar)

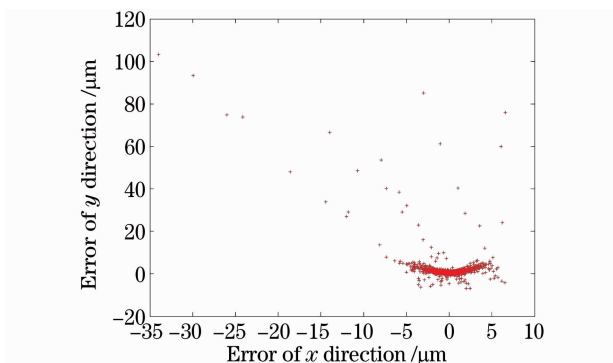


图7 15×15 样本点时的偏差分布

Fig. 7 Deviation distribution using 15×15 grid sample

由以上讨论可以看出,采用二维拉格朗日插值法对该离轴系统的畸变图像进行校正,可以在取样点较少的情况下,达到较高的精度。对于该系统的

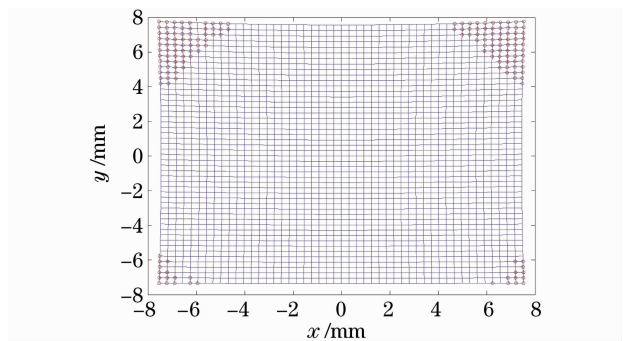


图8 15×15 样本点时偏差大于3 μm 的点的分布

Fig. 8 Distribution of points whose deviation is above 3 μm, using 15×15 grid sample

畸变校正,当样点取5×5的网格时,除像面上两个角点附近的若干点不满足要求外,其余大部分区域的插值精度都能满足偏差小于3 μm的要求,如果应用时避免在角部位置成像,在精度上该算法是满足要求的。在实际应用中,只需要预先在像面上取一系列样点构成网格,通过实验手段测得它们的畸变值,就能用得到的样点的畸变信息对整个像面进行畸变校正。

## 5 结 论

针对大口径离轴反射系统畸变的特点,提出了一种利用二维插值进行畸变校正的方法,克服了传统方法在对非径向畸变图像进行校正时的不足。仿真结果表明,对该离轴系统,只需预先测定很少的样点,就能对其畸变图像进行校正。校正结果可以很好地满足实际应用要求,表明该方法是可行的。虽然这里的讨论和算法都是基于某一特定的离轴反射系统进行的,但是由于离轴反射系统畸变特点的共性,这些讨论和方法是具有普遍意义的。

## 参 考 文 献

- Zhang Yimo. Applied Optics[M]. Beijing: China Machine Press, 1988. 244~245  
张以谟. 应用光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988. 244~245
- Yuan Xucang. Optical Design[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1988. 47~76  
袁旭沧. 光学设计[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1988. 47~76
- Wang Hu, Miao Xinghua, Hui Bin. The distortion correction of short focus wide-angle optical system[J]. Acta Photonica Sinica, 2001, 30(11): 1409~1412  
王 虎, 苗兴华, 惠 彬. 短焦距大视场光学系统的畸变校正[J]. 光子学报, 2001, 30(11): 1409~1412
- Deng Lei, Gong Huixing. A real time digital distortion correction method of wide-angle imaging system[J]. Infrared Technology, 2006, 28(10): 571~575  
邓 雷, 龚惠兴. 一种实用广角成像系统几何畸变数字实时校正

- 方法[J]. 红外技术, 2006, **28**(10): 571~575
- 5 Han Guangliang, Song Jianzhong. An equivalent surface model of image distortion and the correction algorithm [J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(1): 122~124  
韩广良, 宋建中. 一种基于畸变等效曲面的图像畸变校正[J]. 光学技术, 2005, **31**(1): 122~124
- 6 Wang Xingang, Song Jianzhong, Gu Haijun. Image distortion calibration of IR electroviewer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, **9**(1): 39~42  
王欣刚, 宋建中, 顾海军. 红外观察仪图像畸变的校正[J]. 光学精密工程, 2001, **9**(1): 39~42
- 7 Yu Jun, Lin Jiaming, Yang Jianyu *et al.*. Distortion measurement and calibration technology for CCD camera system based on new target board[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1440~1442  
余俊, 林家明, 杨建宇等. 基于新型靶的 CCD 摄像系统畸变测量与校正[J]. 光学学报, 2007, **27**(8): 1440~1442
- 8 Ai Lili, Yuan Feng, Ding Zhenliang. Further study on radial distortion model for photographic objective [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 1930~1933  
艾莉莉, 袁峰, 丁振良. 照相物镜径向畸变模型的再商讨[J]. 光学学报, 2008, **28**(10): 1930~1933
- 9 Zhang Jinli, Wang Yuanqing, Zhu Hongna. A simple method of accurate aberration in a camera with large field lens [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2006, **17**(2): 158~161  
张金利, 王元庆, 朱宏娜. 大视角成像系统的快速精确校正[J]. 光电子·激光, 2006, **17**(2): 158~161
- 10 Xuan Haiyan, Zhang Feng, Shen Gongxun. Distortion correction of imaging system with a large-field short focal length lens [J]. *Measurement & Control Technology*, 2007, **26**(6): 28~30  
宣海燕, 张峰, 申功勋. 大视场短焦距成像系统的快速校正[J]. 测控技术, 2007, **26**(6): 28~30
- 11 Gerald Recktenwald. Numerical Methods with Matlab Implement and Application [M]. Wu Weiguo, Wan Qun, Zhang Hui *et al.*. Transl. Beijing: China Machine Press, 2004. 364~417  
Gerald Recktenwald 著. 数值方法和 Matlab 实现与应用 [M]. 伍卫国, 万群, 张辉等译. 北京: 机械工业出版社, 2004. 364~417