

文章编号: 0258-7025(2010)Supplement 1-0094-4

# 基于艾里函数包络的探测器饱和面积

韩 凯 许晓军

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 强光照射到探测器的表面会使探测器产生饱和, 饱和面积与入射光功率、饱和阈值之间存在着确定的关系。光波受到光学系统光瞳的限制, 远场光斑的能量分布由艾里函数描述。通过对艾里函数包络的研究, 得到了饱和面积公式, 发现在强光照射下, 探测器表面的饱和面积正比于入射光功率的  $2/3$  次方, 反比于饱和阈值的  $2/3$  次方。在 CCD 探测器强光照射实验中, 对上述  $2/3$  次方律进行了验证。研究结果对于强光探测器饱和和预测、激光致盲效果评估都有一定的实际意义。

**关键词** 物理光学; 饱和面积公式; 包络函数; 贝塞尔函数; 艾里函数; 饱和阈值

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201037s1.0094

## Study on Saturation Area of Detector Based on Envelope of Airy Function

Han Kai Xu Xiaojun

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Detectors will be saturated when exposed to intense light. There is certain dependence among saturated area, light intensity and saturation threshold. The energy distribution of far-field spot is described with Airy function, due to the constraint of pupil. Saturated area formula has been obtained by the study of the envelope of Airy function. Exposed to a beam of intense light, the saturated area is proportional to the  $2/3$ -th power of light intensity and inversely proportional to the  $2/3$ -th power of saturation threshold. The formula is verified by irradiation experiment. The result has certain significance in saturation estimation and laser blinding.

**Key words** physical optics; saturated area formula; envelope function; Bessel function; Airy function; saturation threshold

### 1 引 言

随着光电技术的发展, 阵列式光电探测器已广泛地应用于科研、工业、军事等各个领域。当强光照射到阵列式光电探测器上时, 会引起探测器的局部区域发生饱和<sup>[1]</sup>。在激光照射下, 由于光学系统光瞳的限制作用, 光斑在探测器表面的能量分布由艾里函数描述<sup>[2]</sup>。探测器的饱和面积与饱和阈值、激光强度之间存在着确定的关系。揭示这种定量关系可以有效地指导设定光电探测器的饱和阈值, 防止探测器饱和<sup>[3]</sup>; 也可以为强激光对光电探测器致盲效果的评估提供一定的理论依据<sup>[4,5]</sup>。

### 2 艾里函数的包络

当一束单色平面波(远处的点光源发出的光波在光瞳界面内可视为平面波)正入射到探测器上时, 由于光学系统光瞳(一般为圆形光瞳)的限制作用, 探测器表面的能量分布可以由贝塞尔函数表示

$$I(r) = I_0 \left[ \frac{2J_1\left(\frac{kRr}{z}\right)}{\frac{kRr}{z}} \right]^2, \quad (1)$$

$$I_0 = \frac{P\pi R^2}{(\lambda z)^2}, \quad (2)$$

式中  $r$  为探测器平面上观察点到坐标原点的距离,  $R$  为

收稿日期: 2010-03-16; 收到修改稿日期: 2010-05-10

作者简介: 韩 凯(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事激光技术方面的研究。E-mail: hankai0071@126.com

导师简介: 许晓军(1973—), 男, 博士, 研究员, 主要从事高能激光技术方面的研究。E-mail: xuxj@21cn.com

衍射光瞳的半径,  $k$  为光波的波数,  $z$  为光瞳到探测器平面的距离,  $P$  为通过光瞳的光功率,  $I_0$  表示探测器平面上坐标原点处的光强值。(1)式代表的函数称为艾里函数,描述的光强分布图样称为艾里图样,这一结果早在 1835 年就已经由 G. B. Airy 推导出来了<sup>[6]</sup>。

光强分布(1)式表示探测器表面上的光强分布按照一阶贝塞尔函数的形式振荡。通过对贝塞尔函数性质的研究便可得到振荡的包络函数。令  $x=(kRr)/z$ , 则(1)式可化为

$$I(x) = I_0 \left[ \frac{2J_1(x)}{x} \right]^2, \quad (3)$$

当  $x$  充分大时,贝塞尔函数的渐进公式为

$$J_\nu(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\nu x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + O(x^{-2/3}), \quad (4)$$

式中  $\nu$  为贝塞尔函数的阶数,  $O(x^{-2/3})$  表示小于  $x^{-2/3}$  的小量<sup>[7]</sup>。(3)式表明贝塞尔函数可近似为余弦函数与  $-1/2$  次幂函数的乘积,即

$$J_1(x) \approx \sqrt{2/(\pi x)} \cos(x/2 - \pi/4), \quad (5)$$

也就是说,一阶贝塞尔函数  $J_1(x)$  可以看作在  $\sqrt{2/(\pi x)}$  调制下,按余弦函数的形式振荡。这样,(3)式的振荡包络可以写为

$$I'(x) = I_0 \left[ \frac{2\sqrt{2/\pi x}}{x} \right]^2 = I_0 \frac{8}{\pi x^3}, \quad (6)$$

当  $x$  充分大时,(6)式作为(3)式的包络函数,两者吻合得非常好。但当  $x$  很小时,两者便会出现差异。特别地,当自变量  $x \rightarrow 0$  时,  $I(x) \rightarrow I_0$ , 而  $I'(x) \rightarrow \infty$ , 因此需要对(6)式进行调整,得到式

$$I''(x) = I_0 \frac{8}{\pi} \frac{1}{\frac{8}{\pi} + x^3}, \quad (7)$$

(7)式作为(3)式的包络,在整个  $[0, +\infty)$  区间上都符合得比较好。这样,就得到了圆孔衍射条件下,探测器表面光强分布包络函数的初等函数形式的解析表达式。图 1 给出了(7)式表示的艾里函数的包络

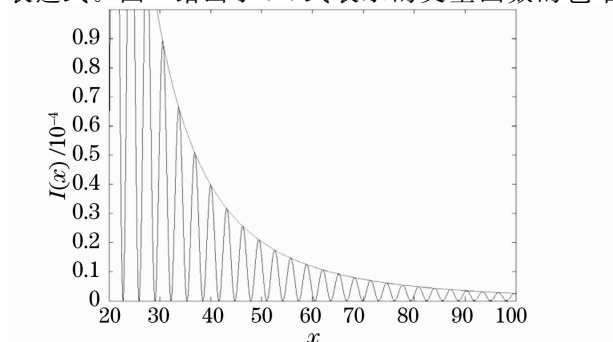


图 1 艾里光强分布的包络

Fig. 1 Envelope of Airy distribution of intensity

(实线)与艾里光强分布(虚线)的吻合情况。

### 3 探测器表面的饱和面积

在探测器表面,光强  $I(r)$  大于饱和阈值  $I_{th}$  的区域会发生饱和<sup>[8~12]</sup>。其中光强分布由(1)式给出,在  $r$  不是特别小的区域,光强分布可以用(1)式的解析包络函数(6)式代替。探测器表面饱和面积表示为  $S = \pi r_0^2$ , 其中  $r_0$  为饱和区域的半径,即  $I(r_0) = I_{th}$ , 如图 2 所示。根据(6)式,得到

$$I(r_0) = I_0 \frac{8}{\pi} \frac{1}{x_0^3} = I_0 \frac{8}{\pi} \frac{1}{\left(\frac{kRr_0}{z}\right)^3} = I_{th}, \quad (8)$$

进一步得到

$$r_0 = \frac{z}{kR} \left( \frac{8}{\pi} \frac{I_0}{I_{th}} \right)^{1/3}, \quad (9)$$

那么

$$S = \pi r_0^2 = \pi \left( \frac{z}{kR} \right)^2 \left( \frac{8}{\pi} \frac{I_0}{I_{th}} \right)^{2/3}, \quad (10)$$

由(2)式,并考虑到  $k=2\pi/\lambda$ , (10)式可化为

$$S = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\lambda z}{R} \right)^{2/3} \left( \frac{P}{I_{th}} \right)^{2/3}. \quad (11)$$

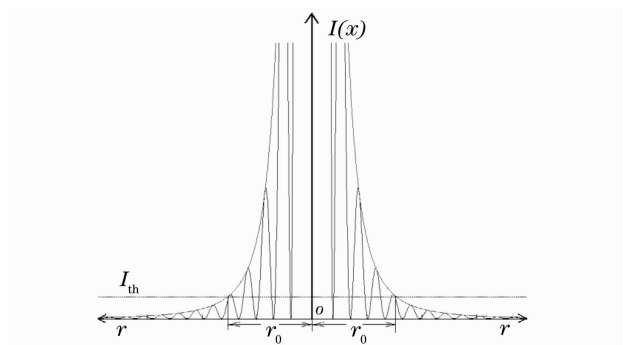


图 2 探测器饱和面积示意图

Fig. 2 Schematic diagram of saturation area

一束强激光通过半径为  $R$  的衍射光瞳,照射到饱和阈值为  $I_{th}$  的探测器上,照射到探测器上的激光功率  $P$ ,饱和阈值  $I_{th}$ ,饱和面积  $S$  的关系由(11)式描述,不妨称其为饱和面积公式。饱和面积公式(11)式指出,在一定的饱和阈值下,探测器的饱和面积与照到探测器上的光功率的  $2/3$  次方成正比;在一定的光功率照射下,饱和面积与饱和阈值的  $2/3$  次方成反比。

### 4 探测器饱和实验

为了检验饱和面积公式(11)式的可靠性,进行如下实验:分别采用不同辐照度的激光照射 CCD 探测器,观察、记录探测器的饱和面积的变化情况。图 3,4 分别给出了一部分实验中得到的不同辐照度

照射下 CCD 探测器表面的光强分布情况和 CCD 探测器的饱和情况。

对比图 2,3 不难发现,实验中探测器表面的光强分布与艾里函数描述的光强分布基本吻合。

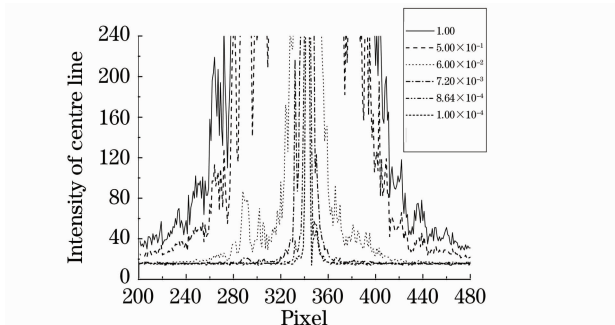


图 3 不同辐照度照射下 CCD 探测器表面的光强分布  
Fig. 3 Intensity distribution profile for various irradiances on CCD

实验表明,随着辐照功率的增大,探测器表面的饱和面积相应地增大。对饱和面积公式(11)式两边分别取对数,得到

$$\lg S = \lg \left[ \frac{1}{\pi} \left( \frac{\lambda z}{R I_{th}} \right)^{2/3} \right] + \frac{2}{3} \lg P, \quad (12)$$

令

$$A = \lg \left[ \frac{1}{\pi} \left( \frac{\lambda z}{R I_{th}} \right)^{2/3} \right], \quad (12) \text{ 式可化简为}$$

$$\lg S = A + \frac{2}{3} \lg P, \quad (13)$$

饱和面积公式(11)式的衍生式(13)式表示,饱和面积  $S$  的对数与辐照功率  $P$  的对数成线性关系,且斜率为  $2/3$ 。

在实验中,以饱和的像元数目来衡量饱和面积,对 CCD 表面的饱和像元数进行统计后取对数即可

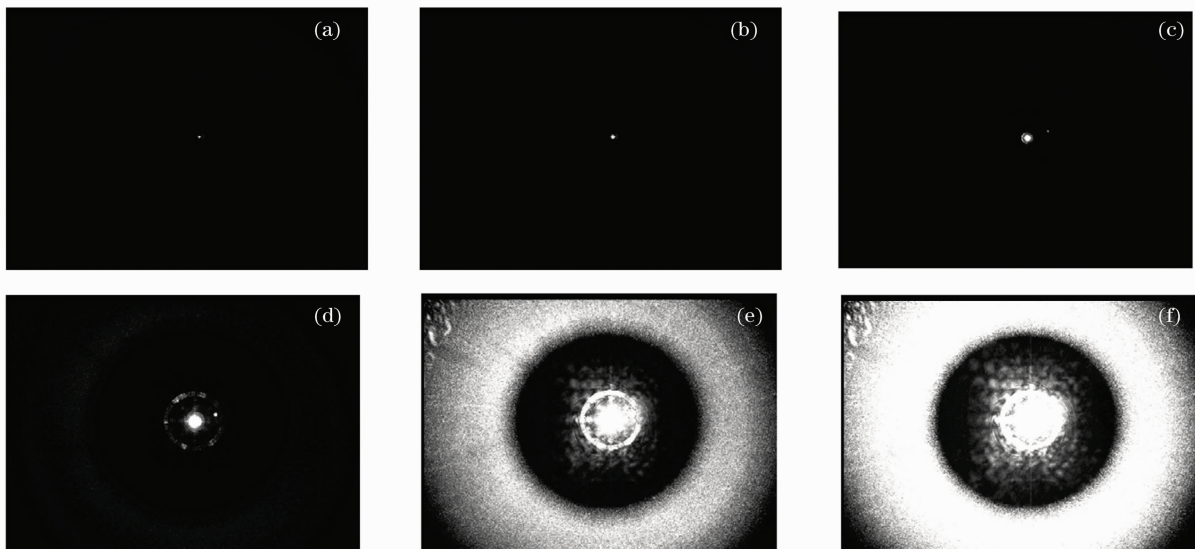


图 4 不同辐照度下 CCD 探测器的饱和情况. (a)  $1.00 \times 10^{-4}$ , (b)  $8.64 \times 10^{-4}$ , (c)  $7.20 \times 10^{-3}$ , (d)  $6.00 \times 10^{-2}$ , (e)  $5.00 \times 10^{-1}$ , (f) 1.00

Fig. 4 Saturation for various irradiances. (a)  $1.00 \times 10^{-4}$ , (b)  $8.64 \times 10^{-4}$ , (c)  $7.20 \times 10^{-3}$ , (d)  $6.00 \times 10^{-2}$ , (e)  $5.00 \times 10^{-1}$ , (f) 1.00

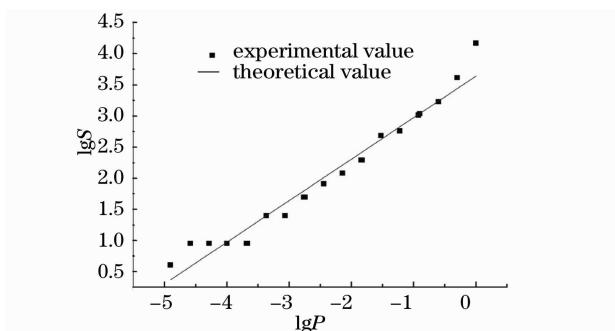


图 5  $\lg S$  与  $\lg P$  的关系  
Fig. 5 Dependence between  $\lg S$  and  $\lg P$

得到  $\lg S$ 。同时对相应的辐照功率取对数得到  $\lg P$ 。将实验得到的  $\lg S$  和  $\lg P$  的数据表示在图 5 上,同时将饱和面积公式的衍生式(13)式表示在图 5 上。

在指数坐标下实验数据的线性度  $\beta=0.9811$ , 21 个实验数据与理论公式的标准偏差为 0.1965。这说明实验结果  $\lg S$  和  $\lg P$  之间存在较强的线性关系,实验结果与理论公式符合得较好。实验结果与饱和面积公式之间偏差主要是计数饱和像元造成的。

## 5 结 论

通过对光强分布函数的研究,得到了饱和面积

公式(11)式,指出在强光照射下,探测器表面的饱和面积正比于入射光强的 $2/3$ 次方,反比于饱和阈值的 $2/3$ 次方。在强光饱和探测器的实验中,实验结果与饱和面积公式基本吻合。

### 参 考 文 献

- 1 Wei Guanghui, Yang Peigen. Laser Technology in Weapons Industry[M]. Beijing: Weapons Industry Press, 1995  
魏光辉, 杨培根. 激光技术在兵器工业中的应用[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1995
- 2 Sun Chengwei. Effect of Laser Irradiation[M]. Beijing: National Defence Industry Press. 2002. 276~277  
孙承纬. 激光辐照效应[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002. 276~277
- 3 Hou Zhenning. Laser protection technology development status [J]. *Laser Collection.*, 1999, **9**(3): 23~27  
侯振宁. 激光防护技术发展现状[J]. 激光集锦, 1999, **9**(3): 23~27
- 4 Ji Shifan. Combat effectiveness analysis of laser blinding weapons [J]. *Aerospace Electronic Countermeasure.*, 1998, **32**(4): 20~27  
计世藩. 光致盲传感器武器的作战效果分析[J]. 航天电子对抗, 1998, **32**(4): 20~27
- 5 Gao Wei. Study on evaluation of high energy laser blinding jamming effectiveness[J]. *Optical. Technique*, 2006, **32**(3): 469~471  
高卫. 激光致盲下扰效果评估方法研究[J]. 光学技术, 2006, **32**(3): 469~471
- 6 M. Born, E. Wolf, Principles of Optics [M]. Yang Jiasun Transl.. Beijing: Science Press, 1998. 224~225  
玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙译. 北京: 科学出版社, 1998. 224~225
- 7 Xi Dingping. Bessel Function[M]. Beijing: Science Press, 1998. 15~17  
奚定平. 贝塞尔函数[M]. 北京: 科学出版社, 1998. 15~17
- 8 Zhang Gangping, Huang Yaoxiong, Li Shengli. Micro-power meter[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(6): 1388~1391  
张刚平, 黄耀熊, 李胜利. 显微光功率计[J]. 中国激光, 2009, **36**(6): 1388~1391
- 9 Yang Pengling, Feng Guobin, Wang Zhenbao *et al.*. Detector array for measuring far-field power density distribution of mid-infrared laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 521~525  
杨鹏翎, 冯国斌, 王振宝等. 测量中红外激光远场光斑的光电阵列靶斑仪[J]. 中国激光, 2010, **37**(2): 521~525
- 10 Jiang Xiujuan, Zhou Shenlei, Lin Zunqi. Improved target irradiation uniformity using two-dimensional spectral dispersion and lens array[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(11): 1533~1537  
江秀娟, 周申蕾, 林尊琪. 利用二维光谱色散和透镜阵列改善靶面辐照均匀性[J]. 中国激光, 2007, **34**(11): 1533~1537
- 11 Zheng Jianzhou, Yu Qingxu, Lu Yongjun *et al.*. Improved lens arrays optical system with controllable focus width for uniform irradiation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(3): 331~335  
郑建洲, 于清旭, 卢永军等. 焦距可调的透镜阵列均匀辐照光学系统[J]. 中国激光, 2007, **34**(3): 331~335
- 12 Ji Yaling, Jiang Yijian. Research on the electrical conductivity of PVDF induced by laser irradiation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(s1): 138~141  
姬亚玲, 蒋毅坚. 激光辐照诱导 PVDF 导电性的研究[J]. 中国激光, 2007, **34**(s1): 138~141