文章编号：0258-7025(2010)08-1983-07

随机双曲余弦-高斯电磁光束互偏振度通过透镜的传输

邢 燕[1] 丁超亮[2] 吕百达[1]

([1] 四川大学激光物理与化学研究所，四川 成都 610064；[2] 洛阳师范学院物理系，河南 洛阳 471022)

摘要 从随机电磁光束的相干和偏振性的统一理论出发，利用交叉谱密度矩阵传输公式，推导出随机双曲余弦-高斯(ChG)电磁光束通过透镜后 2×2 交叉谱密度矩阵的传输解析公式，并用以表示任意两点的互偏振度，即纵向互偏振度(LDCP)和横向互偏振度(TDCP)。研究表明，随机 ChG 电磁光束的互偏振度与透镜焦距及随机 ChG 电磁光束的参数，例如随机 ChG 电磁光束系数比、离心参数和自相关长度等有关。随机高斯-谢尔模型(GSM)电磁光束通过透镜的互偏振度可作为随机 ChG 电磁光束离心参数为 0 的特例得出。对主要结果用数值计算作了说明，并给出相应的物理解释。

关键词 物理光学；互偏振度；随机双曲余弦-高斯电磁光束；交叉谱密度矩阵

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**：10.3788/CJL20103708.1983

Propagation of the Degrees of Cross-Polarization of Random Cosh-Gaussian Electromagnetic Beams Through a Lens

Xing Yan[1] Ding Chaoliang[2] Lü Baida[1]

([1] *Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu, Sichuan* 610064, *China*
[2] *Department of Phyisics, Luoyang Normal College, Luoyang, Henan* 471022, *China*)

Abstract Based on the unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams and the propagation law of cross-spectral density matrix, the closed-form expression for the 2 × 2 cross-spectral density matrix of random cosh-Gaussian (ChG) electromagnetic beams propagating through a lens is derived, and used to formulate the degrees of cross-polarization, i. e., the longitudinal degree of cross-polarization (LDCP) and the transverse degrees of the cross-polarization (TDCP) between two arbitrary points upon propagation. It is shown that the degrees of cross-polarization depend on the focal length of the lens and beam parameters, such as the coefficient ratio, decentered parameter and self-correlation length. The degrees of cross-polarization of radom Gaussion Schell-model (GSM) electromagnetic beams propagating through a lens can be treated as a special case that the decentered parameter of random ChG electromagnetic beams approaches to zero. The main results are illustrated numerically and interpreted physically.

Key words physical optics; degree of cross-polarization; random cosh-Gaussian electromagnetic beams; cross-spectral density matrix

1 引 言

2004 年 Ellis 等[1]首次提出了空间中两点的互偏振度概念。此后，从 Wolf 等的相干和偏振[2~5]统一理论[6]出发，对随机电磁高斯-谢尔模型(GSM)光束互偏振度的基本物理特性通过自由空间和湍流大气的传输所做的研究相继展开[7~11]。

与 GSM 光束相比，双曲余弦-高斯(ChG)电磁光束在实际应用中经常碰到，它在优化激光放大效

收稿日期：2009-08-25；**收到修改稿日期**：2009-10-28

基金项目：国家自然科学基金(10874125)资助课题。

作者简介：邢 燕(1985—)，女，硕士研究生，主要从事激光传输变换方面的研究。E-mail：soyoula1985@163.com

导师简介：吕百达(1943—)，男，教授，博士生导师，主要从事高功率激光物理与技术、激光传输与控制和奇点光学新效应等方面的研究。E-mail：baidalu0@tom.com(通信联系人)

率方面有重要作用[12]。本文利用交叉谱密度矩阵的传输公式推导出了随机 ChG 电磁光束的交叉谱密度矩阵通过 $ABCD$ 光学系统的传输公式，并用以研究两点间的互偏振度问题。文中对随机 ChG 电磁光束的互偏振度通过透镜的传输做了研究，推导出两考察点的交叉谱密度和互偏振度的解析表达式。研究了随机 ChG 电磁光束系数比、离心参数、自相关长度和透镜焦距对互偏振度的影响。文献中讨论的随机 GSM 电磁光束的互偏振度可作为随机 ChG 电磁光束离心参数 $g=0$ 的特例得出。本文所得结果深化了对随机电磁光束互偏振特性的认识。

2 理 论

随机 ChG 电磁光束在 $z=0$ 面上可由 2×2 交叉谱密度矩阵 $\boldsymbol{W}_{ij}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{10},0;\boldsymbol{\rho}_{20},0;\omega)$ 表示[13]

$$\boldsymbol{W}_{ij}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{10},0;\boldsymbol{\rho}_{20},0;\omega)=[\langle \boldsymbol{W}_{ij}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{10},0;\boldsymbol{\rho}_{20},0;\omega)\rangle]=[\langle E_i(\rho_{10},\omega)E_j^{*}(\rho_{20},\omega)\rangle]\ (i,\ j=x,\ y,\text{下同}),\tag{1}$$

式中

$$\boldsymbol{W}_{ij}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{10},0;\boldsymbol{\rho}_{20},0;\omega)=A_iA_jB_{ij}\cosh(\Omega_0x_{10})\cosh(\Omega_0y_{10})\cosh(\Omega_0x_{20})\cosh(\Omega_0y_{20})\times \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}_{10}|^2+|\boldsymbol{\rho}_{20}|^2}{4\sigma^2}\right)\exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}_{10}-\boldsymbol{\rho}_{20}|^2}{2\delta_{ij}^2}\right),\tag{2}$$

式中 Ω_0 是与双曲余弦部分相关的参数，σ 表示束腰。A_i，B_{ij} 为常数(由电磁光束本身性质决定)，$i\neq j$ 时，B_{ij} 一般为复数，$B_{xy}=B_{yx}^{*}$，$i=j$ 时，B_{xx}，B_{yy} 为实数[13]。δ_{ij} 为相关长度，当 $i=j$ 时 δ_{ij} 为自相关长度，当 $i\neq j$ 时 δ_{ij} 为互相关长度，且有 $\delta_{xy}=\delta_{yx}$[14]。

如图 1 所示，$P_1(\boldsymbol{r}_1,z_1)$ 和 $P_2(\boldsymbol{r}_2,z_2)$ 分别为两考察点的空间位置。根据交叉谱密度函数矩阵通过近轴 $ABCD$ 光学系统的传输公式[15]，可得随机 ChG 电磁光束在 z 为常数的平面的交叉谱密度函数矩阵为

$$\boldsymbol{W}_{ij}(\boldsymbol{r}_1,z_1;\boldsymbol{r}_2,z_2;\omega)=\frac{k^2}{4\pi^2B_1B_2}\iint \boldsymbol{W}_{ij}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{10},0;\boldsymbol{\rho}_{20},0;\omega)\times \exp\left[\frac{\mathrm{i}k}{2B_2}(A_2|\boldsymbol{\rho}_{20}|^2-2\boldsymbol{r}_2\boldsymbol{\rho}_{20}+D_2|\boldsymbol{r}_2|^2)-\frac{\mathrm{i}k}{2B_1}(A_1|\boldsymbol{\rho}_{10}|^2-2\boldsymbol{r}_1\boldsymbol{\rho}_{10}+D_1|\boldsymbol{r}_1|^2)\right]\mathrm{d}^2\boldsymbol{\rho}_{10}\,\mathrm{d}^2\boldsymbol{\rho}_{20},\tag{3}$$

式中 k 为波数，与波长 λ 关系为 $k=2\pi/\lambda$。

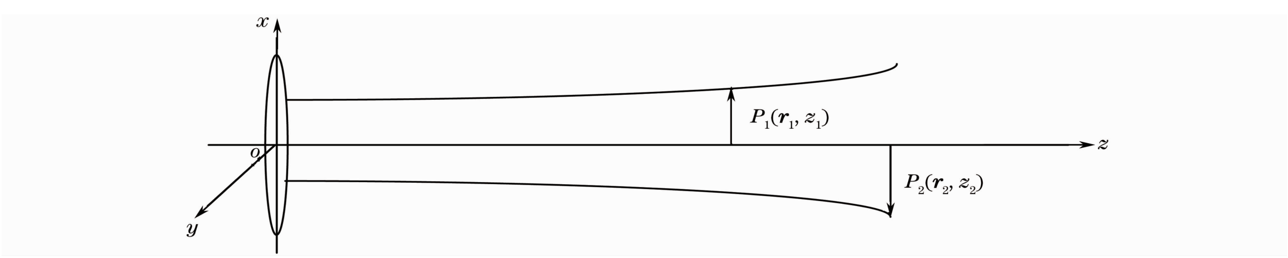

图 1 随机电磁光束通过透镜传输示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the propagation of random electromagnetic beams through a lens

将(2)式代入(3)式，经冗长积分运算，可得随机 ChG 电磁光束通过 $ABCD$ 光学系统后交叉谱密度矩阵的表达式为

$$\boldsymbol{W}_{ij}(\boldsymbol{r}_1,z_1;\boldsymbol{r}_2,z_2;\omega)=[\langle \boldsymbol{W}_{ij}(\boldsymbol{r}_1,z_1;\boldsymbol{r}_2,z_2;\omega)\rangle],\tag{4}$$

式中

$$\boldsymbol{W}_{ij}(\boldsymbol{r}_1,z_1;\boldsymbol{r}_2,z_2;\omega)=\frac{\pi^2M_{ij}}{16E_{1ij}L_{ij}}\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2}\exp\left(\frac{R_x^2}{4E_{1ij}}+\frac{Q_{xij}^2}{4L_{ij}}\right)\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2}\exp\left(\frac{R_y^2}{4E_{1ij}}+\frac{Q_{yij}^2}{4L_{ij}}\right),$$

$$M_{ij}=\frac{k^2}{4\pi^2B_1B_2}A_iA_jB_{ij}\exp\left(-\frac{\mathrm{i}kD_1|\boldsymbol{r}_1|^2}{2B_1}+\frac{\mathrm{i}kD_2|\boldsymbol{r}_2|^2}{2B_2}\right),\quad R_x=\frac{\mathrm{i}kx_1}{B_1}+(-1)^s\frac{g}{2\sigma},\quad g=2\sigma\Omega_0\text{[16]},$$

$$R_y=\frac{\mathrm{i}ky_1}{B_1}+(-1)^s\frac{g}{2\sigma},\quad Q_{xij}=\frac{R_x}{2E_{1ij}\delta_{ij}^2}+(-1)^t\frac{g}{2\sigma}-\frac{\mathrm{i}kx_2}{B_2},\quad Q_{yij}=\frac{R_y}{2E_{1ij}\delta_{ij}^2}+(-1)^t\frac{g}{2\sigma}-\frac{\mathrm{i}ky_2}{B_2},$$

$$E_{1ij}=\frac{1}{4\sigma^2}+\frac{1}{2\delta_{ij}^2}+\frac{\mathrm{i}kA_1}{2B_1},E_{2ij}=\frac{1}{4\sigma^2}+\frac{1}{2\delta_{ij}^2}-\frac{\mathrm{i}kA_2}{2B_2},\quad L_{ij}=E_{2ij}-\frac{1}{4E_{1ij}\delta_{ij}^4}.\tag{5}$$

设随机 ChG 电磁光束通过放置在 $z=0$ 处的焦距为 f 的透镜，且有

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{z_1}{f} & z_1 \\ -\dfrac{1}{f} & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{z_2}{f} & z_2 \\ -\dfrac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

两考察点 $P_1(\boldsymbol{r}_1, z_1)$ 和 $P_2(\boldsymbol{r}_2, z_2)$ 的互偏振度可以表示为[10]

$$P(\boldsymbol{r}_1, z_1; \boldsymbol{r}_2, z_2; \omega) = \sqrt{1-\frac{4\mathrm{Det}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_1, z_1; \boldsymbol{r}_2, z_2; \omega)}{[\mathrm{Tr}\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_1, z_1; \boldsymbol{r}_2, z_2; \omega)]^2}}, \tag{7}$$

式中 Det 和 Tr 分别表示求矩阵对应行列式的值和矩阵的迹。

将(6)式代入(5)式和(7)式可得随机 ChG 电磁光束通过透镜的交叉谱密度矩阵元和互偏振度的解析公式(为节省篇幅从略)。

当 f 为无穷大且 $g=0$ 时，由(4)式可得随机 GSM 电磁光束在自由空间两考察点的交叉谱密度矩阵元的解析式(与文献[10]一致)。分析两考察点的互偏振度的解析式知，一般情况下，两考察点的互偏振度与电磁光束系数比(A_x/A_y)，离心参数(g)，自相关长度(δ_{ii})，透镜焦距(f)以及两考察点的位置 $P_1(\boldsymbol{\rho}_1, z_1)$ 和 $P_2(\boldsymbol{\rho}_2, z_2)$ 有关。在数值计算中，设[17,18]

$$\begin{cases} B_{ij} = 1 & (i=j) \\ B_{ij} = 0 & (i \neq j) \end{cases}. \tag{8}$$

因此，两考察点的互偏振度为

$$P(\boldsymbol{r}_1, z_1; \boldsymbol{r}_2, z_2; \omega) = \left| \frac{A_x^2 E_{1yy} L_{yy} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_x^2}{4E_{1xx}} + \frac{Q_{xxx}^2}{4L_{xx}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_y^2}{4E_{1xx}} + \frac{Q_{yxx}^2}{4L_{xx}}\right) - A_y^2 E_{1xx} L_{xx} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_x^2}{4E_{1yy}} + \frac{Q_{xyy}^2}{4L_{yy}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_y^2}{4E_{1yy}} + \frac{Q_{yyy}^2}{4L_{yy}}\right)}{A_x^2 E_{1yy} L_{yy} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_x^2}{4E_{1xx}} + \frac{Q_{xxx}^2}{4L_{xx}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_y^2}{4E_{1xx}} + \frac{Q_{yxx}^2}{4L_{xx}}\right) + A_y^2 E_{1xx} L_{xx} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_x^2}{4E_{1yy}} + \frac{Q_{xyy}^2}{4L_{yy}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R_y^2}{4E_{1yy}} + \frac{Q_{yyy}^2}{4L_{yy}}\right)} \right|. \tag{9}$$

当考察点都在轴上时，互偏振度为纵向互偏振度(LDCP)

$$P(0, z_1; 0, z_2; \omega) = \left| \frac{A_x^2 E_{1yy} L_{yy} \left[\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R^2}{4E_{1xx}} + \frac{Q_{xx}^2}{4L_{xx}}\right)\right]^2 - A_y^2 E_{1xx} L_{xx} \left[\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R^2}{4E_{1yy}} + \frac{Q_{yy}^2}{4L_{yy}}\right)\right]^2}{A_x^2 E_{1yy} L_{yy} \left[\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R^2}{4E_{1xx}} + \frac{Q_{xx}^2}{4L_{xx}}\right)\right]^2 + A_y^2 E_{1xx} L_{xx} \left[\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R^2}{4E_{1yy}} + \frac{Q_{yy}^2}{4L_{yy}}\right)\right]^2} \right|, \tag{10}$$

式中

$$R = (-1)^s \frac{g}{2\sigma}, \quad Q_{ij} = \frac{R}{2E_1\delta_{ij}^2} + (-1)^t \frac{g}{2\sigma}. \tag{11}$$

当两考察点在同一面上时(例如在几何焦面 $z_1=z_2=f$)，互偏振度为横向互偏振度(TDCP)

$$P(\boldsymbol{r}_1, f; \boldsymbol{r}_2, f; \omega) = \left| \frac{A_x^2 E_{yy} L'_{yy} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_x}{4E_{xx}} + \frac{Q'^2_{xxx}}{4L'_{xx}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_y}{4E_{xx}} + \frac{Q'^2_{yxx}}{4L'_{xx}}\right) - A_y^2 E_{xx} L'_{xx} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_x}{4E_{yy}} + \frac{Q'^2_{xyy}}{4L'_{yy}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_y}{4E_{yy}} + \frac{Q'^2_{yyy}}{4L'_{yy}}\right)}{A_x^2 E_{yy} L'_{yy} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_x}{4E_{xx}} + \frac{Q'^2_{xxx}}{4L'_{xx}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_y}{4E_{xx}} + \frac{Q'^2_{yxx}}{4L'_{xx}}\right) + A_y^2 E_{xx} L'_{xx} \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_x}{4E_{yy}} + \frac{Q'^2_{xyy}}{4L'_{yy}}\right) \sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2} \exp\left(\frac{R'^2_y}{4E_{yy}} + \frac{Q'^2_{yyy}}{4L'_{yy}}\right)} \right|, \tag{12}$$

式中

$$R'_x = \frac{\mathrm{i}kx_1}{f} + (-1)^s \frac{g}{2\sigma}, \quad R'_y = \frac{\mathrm{i}ky_1}{f} + (-1)^s \frac{g}{2\sigma}, \quad Q'_{xij} = \frac{R'_x}{2E'_{ij}\delta_{ij}^2} + (-1)^t \frac{g}{2\sigma} - \frac{\mathrm{i}kx_2}{f},$$

$$Q'_{yij} = \frac{R'_y}{2E'_{ij}\delta_{ij}^2} + (-1)^t \frac{g}{2\sigma} - \frac{\mathrm{i}ky_2}{f}, \quad E'_{ij} = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{2\delta_{ij}^2}, \quad L'_{ij} = E_{ij} - \frac{1}{4E_{ij}\delta_{ij}^4}. \tag{13}$$

3　数值计算和分析

3.1　纵向互偏振度

设两考察点分别为 $P_1(\boldsymbol{\rho}_1=0,z_1=300\ \mathrm{mm})$ 和 $P_2(\boldsymbol{\rho}_2=0,z_2)$。图 2(a) 为随机电磁光束系数比 A_x/A_y 取不同值时，LDCP 随 z_2 的变化曲线图。计算参数为 $\delta_{xx}=0.5\ \mathrm{mm}$，$\delta_{yy}=0.25\ \mathrm{mm}$，$f=300\ \mathrm{mm}$，$\sigma=0.5\ \mathrm{mm}$，$g=2$，所取参数值满足光束实现条件[2]。由图 2(a) 可知，LDCP 有三个极值点，当 z_2 趋于 0 或趋于无穷时，LDCP 趋于定值。

由(10)式得

$$P=\left|1-\frac{2}{(A_x/A_y)^2(\alpha/\beta)+1}\right|,\tag{14}$$

式中

$$\alpha=E_{1yy}L_{yy}\left[\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2}\exp\left(\frac{R^2}{4E_{1xx}}+\frac{Q_{xx}^2}{4L_{xx}}\right)\right]^2,$$

$$\beta=E_{1xx}L_{xx}\left[\sum_{s=1}^{2}\sum_{t=1}^{2}\exp\left(\frac{R^2}{4E_{1yy}}+\frac{Q_{yy}^2}{4L_{yy}}\right)\right]^2.\tag{15}$$

分析(14)，(15)式可知，当 $A_x/A_y=1$ 时，由 $\partial P/\partial z_2=0$ 得，$z_2=284.8\ \mathrm{mm}$，$300\ \mathrm{mm}$，$316.9\ \mathrm{mm}$。且 $\left.\frac{\partial^2 P}{\partial z_2^2}\right|_{z_2=284.8}>0$，$\left.\frac{\partial^2 P}{\partial z_2^2}\right|_{z_2=300}<0$，$\left.\frac{\partial^2 P}{\partial z_2^2}\right|_{z_2=316.9}>0$，所以在区间(250 mm，350 mm)范围内有两个极小值和一个极大值。已知(10)式中只有 L_{ij} 与 E_{2ij} 含有 z_2。当除 z_2 之外的其他参数取值已知，且 $z_2\gg f$ 时，α，β 趋于定值。所以 P 趋于定值0.65。当 A_x/A_y 为其他值时，可用类似方法解释。

图 2(b) 是当两考察点重合时（$z_1=z_2=300\ \mathrm{mm}$），LDCP 随电磁光束系数比 A_x/A_y 的变化曲线图，计算参数同图 2(a)。由图可知，随 A_x/A_y 的增大，LDCP 先减小后增大，最后趋于定值。分析(14)式可知，当除 A_x/A_y 之外的其他参数取值已知时，α，β 是定值，所以由 $P=0$ 可得 $A_x/A_y=0.52$。当 $A_x<0.52$ 时，$P=2/[(A_x/A_y)^2(\alpha/\beta)+1]-1$，此时 P 为 A_x/A_y 的减函数。当 $A_x>0.52$ 时，$P=1-2/[(A_x/A_y)^2(\alpha/\beta)+1]$，此时 P 为 A_x/A_y 的增函数，与图 2(b)一致。

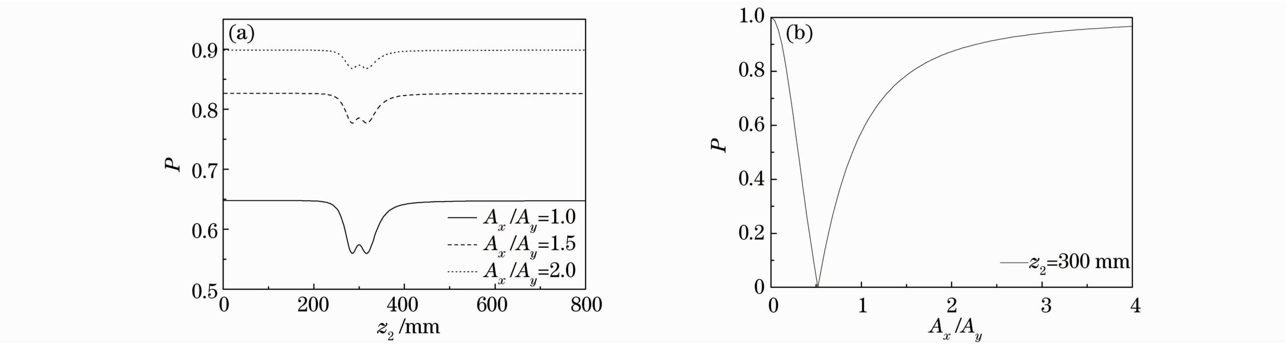

图 2　随机电磁光束系数比 A_x/A_y 对 LDCP 的影响

Fig. 2　Influence of coefficient ratio A_x/A_y on the LDCP

图 3(a)是离心参数 g 取不同值时，LDCP 随 z_2 的变化曲线图。计算参数为 $\delta_{xx}=0.5\ \mathrm{mm}$，$\delta_{yy}=0.25\ \mathrm{mm}$，$f=300\ \mathrm{mm}$，$\sigma=0.5\ \mathrm{mm}$，$A_x/A_y=1$。由图可知，随着 g 的增大，LDCP 的极值个数增多。当 z_2 趋于无穷时，LDCP 趋于定值，此定值随 g 的增大而增大。对此现象的分析如下：

由(14)式可知，当 $g=2$ 时，由 $\partial P/\partial z_2=0$ 得，$z_2=284.8$，300，316.9 mm。则 $\partial^2P/\partial z_2^2|_{z_2=284.8}>0$，$\partial^2P/\partial z_2^2|_{z_2=300}<0$，$\partial^2P/\partial z_2^2|_{z_2=316.9}>0$，所以 LDCP 有两个极小值和一个极大值。当 g 为其他值时，可用类似

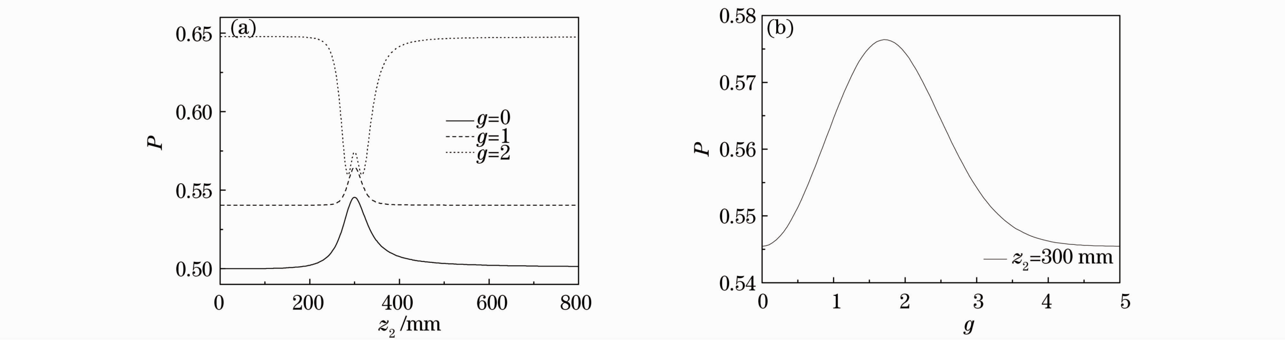

图 3　离心参数 g 对 LDCP 的影响

Fig. 3　Influence of the decentered parameter g on the LDCP

方法讨论。由此可知，当 g 分别取 0，1，2 时，轴上极值点分别为 1，1，3 个。又因为(15) 式中只有 L_{ij} 与 E_{2ij} 含有 z_2，所以当 $z_2 \gg f$ 时，L_{ij} 与 E_{2ij} 趋于定值。此时 LDCP 的值仅与指数项中 g 的取值有关。例如当 g 分别取 0，1，2 时，P 分别趋于 0.50，0.54，0.65，与图 3(a)一致。

图 3(b)是当两考察点重合时($z_1=z_2=300$ mm)，LDCP 随 g 的变化曲线图，计算参数同图 3(a)。由图可知，随着 g 的增大 LDCP 先增大后减小，最后趋于定值 0.5455。因为由(10)式可知，当 g 趋近于 0 或者趋近于无穷时，LDCP 趋于定值 $P=|(E_{1yy}L_{yy}-E_{1xx}L_{xx})/(E_{1yy}L_{yy}+E_{1xx}L_{xx})|=0.5455$，与图 3(b)一致。

图 4(a)，(b)为自相关长度 δ_{xx} 取不同值时，LDCP 随 z_2 的变化曲线图。计算参数为 $\delta_{yy}=0.25$ mm，$f=300$ mm，$\sigma=0.5$ mm，$g=2$，$A_x/A_y=1$。由图可知，当 z_2 趋于无穷时，LDCP 趋于定值。当 $\delta_{xx}<\delta_{yy}$ 时，此定值随 δ_{xx} 的增大而减小，当 $\delta_{xx}>\delta_{yy}$ 时，此定值随 δ_{xx} 的增大而增大。图 4(c)为两考察点重合时($z_1=z_2=300$ mm)，LDCP 随 δ_{xx} 的变化曲线图，计算参数同图 4(a)。由图 4(c)可知，随着 δ_{xx} 的增大 LDCP 先减小后增大。

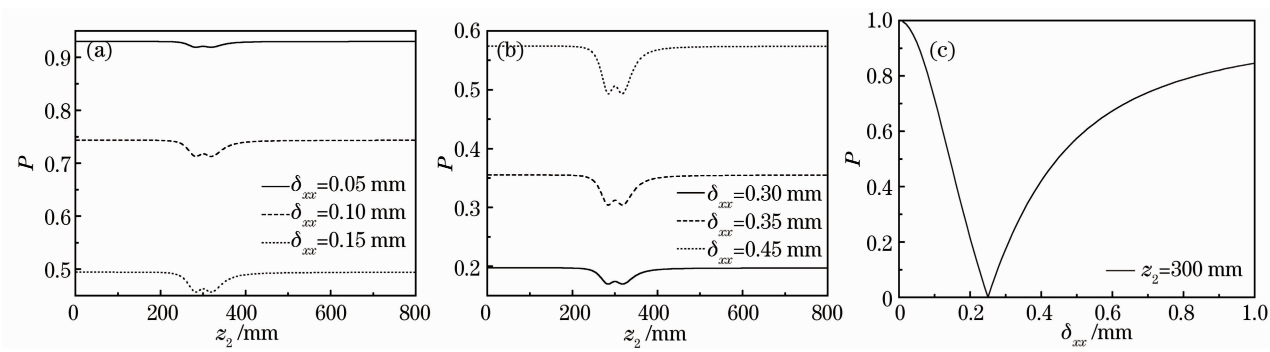

图 4　自相关长度 δ_{xx} 对 LDCP 的影响

Fig. 4　Influence of self-correlation length δ_{xx} on the LDCP

图 5 为透镜焦距对 LDCP 的影响，计算参数为 $\delta_{xx}=0.5$ mm，$\delta_{yy}=0.25$ mm，$\sigma=0.5$ mm，$g=0$，$A_x/A_y=1$。由图可知，当焦距分别为 1000 mm 和 300 mm时随机 GSM 电磁光束 LDCP 先增大后减小，最后趋于定值，极大值在 $z_2=1000$ mm，300 mm 附近。当在自由空间中(即 $f\rightarrow\infty$)时，随机 GSM 电磁光束 LDCP 先减小后增大，之后趋于定值。所得结论与文献[6]一致。

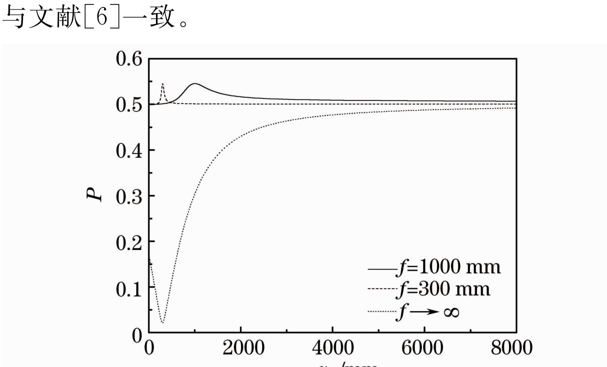

图 5　透镜焦距对 LDCP 的影响

Fig. 5　Influence of the focal length of the lens on the LDCP

3.2　横向互偏振度

设两考察点为 $P_1(x_1=y_1=0,\ z_1=f)$和 $P_2(x_2=y_2=x,\ z_2=f)$，在光束中心 $x=0$ 处 TDCP 大小为 P_0，$x=x'$处 TDCP 大小为 P_x。当$[(P_x-P_0)/P_0]\leqslant 1\%$时，$x$ 的取值范围可以认为是 TDCP 均匀分布区。图 6 为取不同电磁光束系数比 A_x/A_y 时，TDCP 随 x 的变化曲线图，计算参数为 $f=300$ mm，$\delta_{xx}=0.5$ mm，$\delta_{yy}=0.25$ mm，$g=2$，$\sigma=0.5$ mm。由图可知在 $x=0$ 且 A_x/A_y 分别为 1，1.5，3 时，两考察点的 TDCP 分别为 0.55，0.77，0.94。随着 A_x/A_y 的增大焦面上 TDCP 增大，均匀分布的区域基本不变。

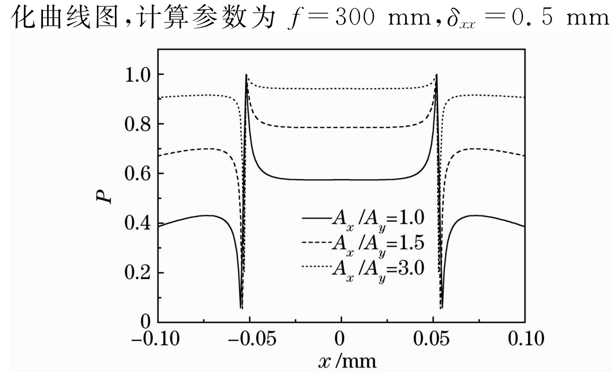

图 6　电磁光束系数比 A_x/A_y 对几何焦面上 TDCP 的影响

Fig. 6　Influence of coefficient ratio A_x/A_y on the TDCP at the focus plane

图 7 为取不同离心参数 g 时，TDCP 随 x 的变化曲线图，计算参数为 $f=300$ mm，$\delta_{xx}=0.5$ mm，

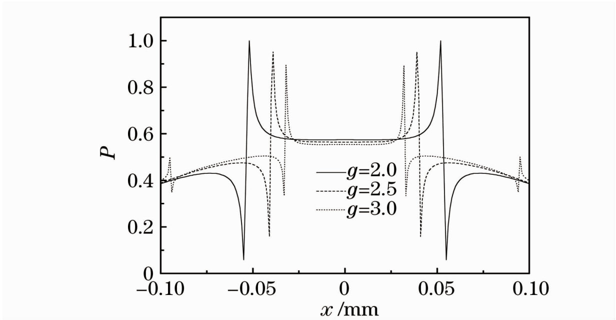

图 7 不同离心参数 g 对几何焦面上 TDCP 的影响

Fig. 7 Influence of the decentered parameter g on the TDCP at the focus plane

$\delta_{yy}=0.25$ mm，$A_x/A_y=1$，$\sigma=0.5$ mm。由图可知在 $x=0$ 且离心参数分别为 2，2.5，3 时，两考察点的 TDCP分别为 0.57，0.56，0.554。在中心 $x=0$ 附近一定的区域内 TDCP 为均匀分布。随着 g 的增大，轴上 TDCP 减小，TDCP 均匀分布的区域变小。

图 8 为不同相关长度 δ_{xx} 对几何焦面上 TDCP 的影响，计算参数为 $f=300$ mm，$A_x/A_y=1$，$\delta_{yy}=0.25$ mm，$g=2$，$\sigma=0.5$ mm。由图可知在 $x=0$ 且 δ_{xx} 分别为 0.15，0.20，0.225，0.25，0.35 和 0.45 mm时，两考察点的 TDCP 分别为 0.46，0.21，0.10，0，0.31，0.51。在中心 $x=0$ 附近一定的区域内 TDCP 为均匀分布，且其区域大小受 δ_{xx} 变化影响较小。如图 8(a)所示，当 $\delta_{xx}>\delta_{yy}$ 时，随着 δ_{xx} 的增大轴上 TDCP 增大，当 $\delta_{xx}=\delta_{yy}$ 时，由(12)式可知，$W_{xx}(\boldsymbol{r}_1,f;\boldsymbol{r}_2,f;\omega)=W_{yy}(\boldsymbol{r}_1,f;\boldsymbol{r}_2,f;\omega)=0$，所以 $P(\boldsymbol{r}_1,f;\boldsymbol{r}_2,f;\omega)=0$。如图 8(b) 所示，当 $\delta_{xx}<\delta_{yy}$ 时，随着 δ_{xx} 的增大轴上 TDCP 减小。

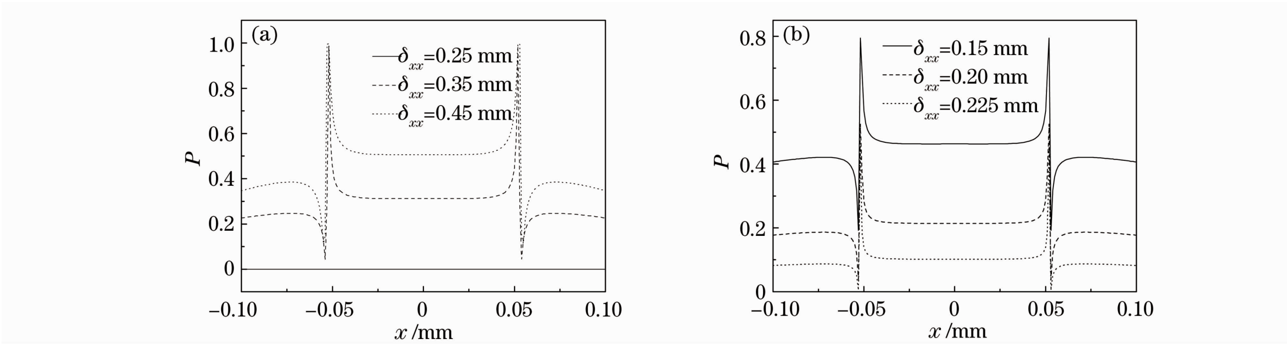

图 8 不同相关长度 δ_{xx} 对几何焦面上 TDCP 的影响

Fig. 8 Influence of self-correlation length δ_{xx} on the TDCP at the focus plane

4 结 论

推导出了随机 ChG 电磁光束通过透镜后两考察点的交叉谱密度的解析公式，研究了随机 ChG 电磁光束的互偏振特性。随机 GSM 电磁光束可作为本文结果的特例处理。研究结果表明，随机 ChG 电磁光束互偏振度的变化与考察点的位置和电磁光束本身性质密切相关。对于 LDCP 而言，离心参数 g 增大，LDCP 的极值个数随之增多。当考察点重合时，LDCP 随着 A_x 和 δ_{xx} 的增大先减小后增大，随着 g 的增大先增大后减小。当 $\delta_{xx}>\delta_{yy}$ 时，随着 δ_{xx} 的增大 LDCP 增大，当 $\delta_{xx}<\delta_{yy}$ 时，随着 δ_{xx} 的增大 LDCP 减小。TDCP 在光轴附近为均匀分布区域，此区域随着 g 的增大而缩小，但受 A_x/A_y 和 δ_{xx} 影响较小。所得结果对深入研究随机电磁光束互偏振特性有参考意义。

参 考 文 献

1 J. Ellis, A. Dogariu. Complex degree of mutual polarization [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(6): 536～538

2 Ji Xiaoling, Chen Senhui, Li Xiaoqing. Polarization properties of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(1): 67～72
季小玲，陈森会，李晓庆. 部分相干电磁厄米-高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性[J]. 中国激光, 2008, **35**(1): 67～72

3 Shu Jianhua, Chen Ziyang, Pu Jixiong. Changes in the degree of polarization of partially coherent lights diffracted by multiple circular apertures[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(6): 849～854
舒建华，陈子阳，蒲继雄. 部分相干光经多个圆孔衍射后的偏振度变化[J]. 中国激光, 2008, **35**(6): 849～854

4 Ge Tingwu, Lu Dan, Xu Kun *et al.*. Theoretical analysis of polarization dependent loss induced by fiber gratings[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(7): 1024～1028
葛廷武，陆 丹，徐 坤 等. 光栅致双折射引起偏振相关损耗的理论分析[J]. 中国激光, 2008, **35**(7): 1024～1028

5 Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture lens[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 401～405
张志明，蒲继雄，王喜庆. 圆柱偏振贝塞耳-高斯光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. 中国激光, 2008, **35**(3): 401～405

6 T. Shirai, E. Wolf. Correlations between intensity fluctuations in stochastic electromagnetic beams of any state of coherence and polarization [J]. *Opt. Commun.*, 2007, **272**(2): 289～292

7 S. N. Volkov, D. F. V. James, T. Shirai *et al.*. Intensity fluctuations and the degree of cross-polarization in stochastic

electromagnetic beams [J]. *Pure Appl. Opt.*, 2008, **10**(5): 1～4

8 Xin Yu, Chen Yanru, Zhao Qi *et al.*. Effect of cross-polarization of electromagnetic source on the degree of polarization of generated beam[J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(8): 1954～1957

9 Pu Jixiong, O. Korotkova. Propagation of the degree of cross-polarization of a stochastic electromagnetic beam through the turbulent atmosphere [J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(9): 1691～1698

10 S. Sahin, O. Korotkova, Zhang Guowen *et al.*. Free-space propagation of the spectral degree of cross-polarization of stochastic electromagnetic beams [J]. *Pure Appl. Opt.*, 2009, **11**(8): 1～8

11 E. Wolf. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams [J]. *Phys. Lett. A*, 2003, **312**(5-6): 263～267

12 Zhang Yucheng, Song Yuanjun. Virtual sources for a cosh-Gaussian beam[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(3): 292～294

13 O. Korotkova, M. Salem, E. Wolf. The far-zone behavior of the degree of polarization of electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **233**(4-6): 225～230

14 F. Gori, M. Santarsiero, G. Piquero *et al.*. Partically polarized Gaussian Schell-model beams [J]. *Pure Appl. Opt.*, 2001, **3**(1): 1～9

15 J. Turunen, A. T. Friberg. Matrix representation of Gaussian Schell-model beams in optical systems[J]. *Opt. Laser Technol.*, 1986, **18**(5): 259～267

16 Lü Baida, Ma Hong, Zhang Bin. Propagation properties of cosh-Gaussian beams[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **164**(4-6): 165～170

17 Leonard Mandel, Emil Wolf. Optics Coherence and Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995

18 H. Roychowdhury, O. Korotkova. Realizability conditions for electromagnetic Gaussian Schell-model sources [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **249**(4-6): 379～385