

文章编号: 0258-7025(2010)07-1821-06

用单幅数字全息和剪切干涉原理重构光场相位

钱晓凡 王占亮 胡 特 张永安

(昆明理工大学理学院激光研究所, 云南 昆明 650093)

摘要 全息干涉计量和剪切干涉计量都是光学测量的重要方法,但似乎一直在独立发展。数字全息可以数字化地再现光场,而剪切干涉从原理上讲只需将光场做一定剪切后再相互干涉即可,于是将剪切干涉的原理引入到数字全息再现光场的重构中,通过将数字全息再现光场做人为平移实现剪切干涉,得到几乎没有包裹的剪切相位分布,有利于相位计算。在理论分析的基础上,给出了基于最小二乘原理的相位重构算法。通过模拟计算和实验验证,证明了该方法的可行性和有效性。结果表明,使用该方法得到的相位更接近实验值,能得到比传统方法更好的计算结果。

关键词 数字全息术;光场重构;剪切干涉计量;相位;最小二乘

中图分类号 O438.1 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103707.1821

Reconstructing the Phase of Wavefront Using Digital Hologram and the Principle of Shearing Interferometry

Qian Xiaofan Wang Zhanliang Hu Te Zhang Yong'an

(*Laser Institute, Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650093, China*)

Abstract Both holographic interferometry and shearing interferometry are important methods in optical measurement but they are developed independently. Digital hologram can reconstruct wavefront numerically, and shearing interferometry essentially is the interference of a coherent wavefront with a copy of itself “sheared” or translated by a distance, so the principle of shearing interferometry can be applied to reconstruct the wavefront of digital hologram. By shearing numerical wavefront, several pixels to obtain few wrapped shearing phase will make the phase calculation easy. Based on theoretical analyses and the least-square principle, the algorithm of constructing wavefront is presented. Simulated and experimental results show the validity and feasibility of the presented algorithm. The obtained phase approaches experimental value well and is better than the results of conventional methods.

Key words digital holography; reconstruction of wavefront; shearing interferometry; phase; least-square

1 引 言

全息照相能同时记录和再现物体的振幅信息和相位信息,随着激光技术的发展,作为全息照相术的一个重要应用,全息干涉计量成为光学测量技术的一个重要分支,并且由于其所独具的非接触、非破坏、实时、全场和高精度特点而迅速应用到了众多领域。不过,受全息干板化学处理繁琐的影响,其应用受到一定限制。随着计算全息图(CGH)以及用数

字方式记录和处理再现的数字全息术的出现,全息技术进入到数字时代,使全息干涉计量在保持原有优点的同时,又有了新的优势:全数字化的记录、传输和再现,无需任何化学处理,提高了效率和自动化程度;CCD、CMOS记录只需毫秒量级的时间,大大降低了对系统的抗振要求,使现场检测成为可能;数值重建可以实现亚条纹级变形量测量,显著提高了精度;数字处理可以实现数字聚焦、多方位显示和三

收稿日期: 2009-11-17; 收到修改稿日期: 2009-12-29

基金项目: 云南省自然科学基金(2007F028M)和云南省教育厅自然科学基金(07L00003)资助课题。

作者简介: 钱晓凡(1963—),男,教授,主要从事数字全息方面的研究。E-mail: qianxiaofan1@sina.com

维观测等,于是数字全息被很快应用于干涉测量、微小粒子检测、形貌分析、微小形变与缺陷探测、显微成像和记录运动物体状态等诸多领域^[1]。

在全息干涉计量中,为了得到所需要的测量值一般必须完成相位计算,但实验获得的相位是被“包裹”(或“缠绕”)的,这是因为计算相位一般要使用反正切函数,其值域是 $(-\pi, \pi]$,直接计算得到的相位被“截断”(或“包裹”)了,实际测量时必须将被截断(包裹)的相位连接起来,这个过程称为相位解包裹或相位展开。相位解包裹的算法发展很快,国内外学者提出了很多算法,并在不同程度上获得了成功。但在实际问题中,由于噪声、阴影、条纹断裂及欠采样等因素的影响,相位解包裹成为一个非常困难的问题,其中在干涉条纹致密的情况下解包裹一直是一个难点^[2]。

与此相对应,光学测量中的一种重要方法是剪切干涉计量(shearing interferometry),它利用被测波面与其自身经某种变换后的波面进行干涉并完成计量,根据剪切方向可分为横向剪切、径向剪切、旋转剪切和反向剪切等^[3]。其主要特点是两光波共光路,对机械振动、温度扰动以及空气流动都不敏感,便于在实验室外进行现场检测。同样,剪切干涉法也已经在很多领域获得广泛的应用,如光学系统和光学器件的检测、液体和气体流动的研究、实验力学中的应力、应变和振动分析甚至生物观测等领域^[3-10]。

目前,全息干涉计量与剪切干涉计量似乎一直是独立发展的。将两者比较可以发现,一般情况下,剪切干涉的光路和装置要比数字全息复杂,但所得干涉条纹的空间频率要远低于数字全息(特别是在离轴全息的情况下)。同时,如果光场空间变化比较快,则数字全息经衍射计算再现后,再现光场的相位包裹图一般也有较高的空间变化频率,给解包裹带来困难。既然数字全息可以数字化地再现光场,而剪切干涉原理上只需将光场做一定剪切后再相互干涉即可,且灵敏度可以用剪切量的大小来调节,将剪切干涉的原理引入到数字全息的相位解包裹中,有可能更好地完成光场重构。本文在理论分析的基础上提出了具体实现算法,并做了模拟和实验验证。

2 重构光场相位的原理

2.1 数字全息记录与再现

图1是数字全息记录与再现示意图。参考光 R 与物光 O 在全息面上叠加干涉后的全息图光强分布为^[11]

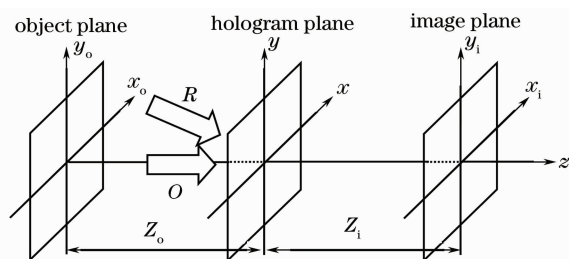


图1 数字全息术的记录与再现示意图

Fig. 1 Schematic for recording and reconstructing of digital holography

$$I(x, y) = |R|^2 + |O|^2 + R^*O + RO^*, \quad (1)$$

全息图经数字化后离散为 $N_x \times N_y$ 个点,设记录全息图的CCD光敏面尺寸为 $L_x \times L_y$,空间采样后记录的数字全息图可表示为

$$I(u, v) = I(x, y) \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y}\right) \times \sum_u^{N_x} \sum_v^{N_y} \delta(x - u\Delta x, y - v\Delta y), \quad (2)$$

式中 rect 为矩函数, u 和 v 为整数, Δx 和 Δy 分别为CCD横、纵向采样间隔,并有 $L_x = \Delta x N_x$, $L_y = \Delta y N_y$ 。与传统全息的光学再现不同,数字全息利用衍射积分实现,设 $C(x, y)$ 为再现照射光,则根据衍射理论,在像面上的再现光场为(略去了相位常数项)

$$U(x_i, y_i) = \iint I(x, y) C(x, y) \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda Z_i} (x^2 + y^2)\right] \times \exp\left[-j2\pi\left(x \frac{x_i}{\lambda Z_i} + y \frac{y_i}{\lambda Z_i}\right)\right] dx dy, \quad (3)$$

为方便计,取 $C(x, y) = 1$,利用离散的傅里叶积分,再现光场可以表示为

$$U(x_i, y_i) = U(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \mathcal{F}\left\{I(u, v) \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda Z_i} (u^2 \Delta x^2 + v^2 \Delta y^2)\right]\right\}_{m, n}, \quad (4)$$

式中 m 和 n 是整数, Δx_i 和 Δy_i 分别为像面横、纵向的采样间隔,且 $\Delta x_i = \lambda Z_i / L_x$, $\Delta y_i = \lambda Z_i / L_y$, \mathcal{F} 为快速傅里叶变换。要计算再现光场的相位,可以用公式

$$\varphi(x_i, y_i) = \arctan\{\text{Im}[U(x_i, y_i)] / \text{Re}[U(x_i, y_i)]\}, \quad (5)$$

式中 $\text{Im}[\]$ 和 $\text{Re}[\]$ 分别代表取虚部和实部运算。只是计算出来的相位 $\varphi(x_i, y_i)$ 一般是包裹着的,还要进行解包裹运算才能得到实际的相位。在实际问题中往往会遇到相位值变化范围大,而再现像的像素又有限,导致包裹相位图中截断线很密(空间频率很高)的情况,甚至出现混叠(有噪声时更容易发生),给相位解包裹带来困难。为此,有必要寻找一种适用于光场的相位值变化范围较大情况下的相位求解

方法,从而精确地重构再现光场。

2.2 利用单幅数字全息实现剪切干涉

设像平面上 $(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 点处,数字全息再现光场 $U(x_i, y_i)$ 为

$$U(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = a(m\Delta x_i, n\Delta y_i) \exp[j\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)], \quad (6)$$

式中 a 和 φ 分别为振幅和相位。对该再现光场,在像平面内做沿某个方向上(以沿 x 方向为例)的平移(剪切),若剪切量为 s 个像素(s 为整数),则在原来 $(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 处,创建了一个新光场

$$U'(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = a[(m+s)\Delta x_i, n\Delta y_i] \times \exp\{j\varphi[(m+s)\Delta x_i, n\Delta y_i]\}. \quad (7)$$

重构光场横向剪切图如图 2 所示。若剪切量 s 不大,可以忽略像平面上 $(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 与 $[(m+s)\Delta x_i, n\Delta y_i]$ 点处原光场振幅的差异。将两光场相除,可以得到

$$\frac{U'(m\Delta x_i, n\Delta y_i)}{U(m\Delta x_i, n\Delta y_i)} = \frac{\exp\{j\varphi[(m+s)\Delta x_i, n\Delta y_i]\}}{\exp\{j\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)\}} = \exp[j\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)], \quad (8)$$

式中

$$\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \varphi[(m+s)\Delta x_i, n\Delta y_i] - \varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} s\Delta x_i \quad (9)$$

是 $(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 处两光场相位的差值,而 $(\partial\varphi/\partial x_i)s\Delta x_i$ 是原再现光场在该点处相位 $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 沿 x 方向上的梯度。对 $\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 直接取余弦,可得到两光场的干涉图,即实现剪切干涉,由于剪切量 s 是可调的,所以通过一幅全息图,经衍射计算得到其再现光场后,可得到不同剪切量的剪切(错位)干涉图。

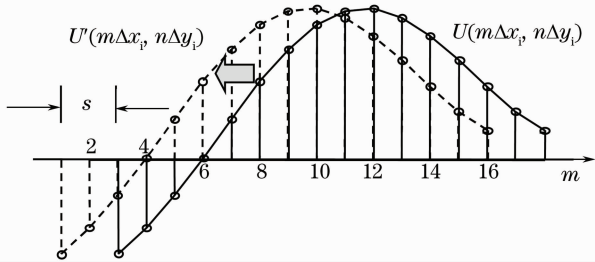


图 2 重构光场横向剪切示意图

Fig. 2 Schematic for lateral-shearing of reconstructed wavefront

2.3 重构光场

值得注意的是, $\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 为两光场相位的差值,其数值要远小于 $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 本身(特别是在剪切量 s 取 1 的情况下),对应包裹相位图中的截断线会很疏,甚至没有相位截断,非常有利于计算相位。

在给定剪切量 s 后,可以先计算出 $\Delta\varphi(m\Delta x_i,$

$n\Delta y_i)$,如果 $\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 是没有包裹的,则可以直接计算 φ ,如果 $\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 是有包裹的,则先解包裹,再用得到的去包裹值计算 φ 。最简单的方法如下:因为

$$\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \frac{\partial\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)}{\partial x_i} s\Delta x_i,$$

而 $m = 1, 2, \dots, s$ 点处 $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 的值(初始值)是未知的,可以先假设它们等于对应的差值 $\Delta\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$,再用迭代求和(本来应该是积分,但由于是离散的矩阵,用求和完成)方法计算 $m > s$ 处的 $\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 值

$$\varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \Delta\varphi[(m-s)\Delta x_i, n\Delta y_i] + \varphi[(m-s)\Delta x_i, n\Delta y_i], \quad (10)$$

式中 $m = s+1, s+2, \dots, M$, M 为光场对应矩阵在剪切方向上的总行(列)数。

该方法概念清晰,容易实现,但效果并不好。因为相位初始值的设定是有误差的,并且光场中的噪声和误差通过迭代累加到了后面的像素上(尽管由于随机性可以相互抵消一部分,但总体是增加的),导致误差和噪声的分配不均匀,极易出现类似相位解包裹中遇到的“拉线”现象,并有相位值的周期性误差存在,为此用最小二乘原理完成相位值 φ 的计算。

2.4 最小二乘原理重构光场相位的算法

在用最小二乘原理完成相位值 φ 的计算中,为方便起见,选剪切量 s 取 1。假定 $\Psi_{nm} = \Psi(m\Delta x_i, n\Delta y_i)$ 为二维离散点上重构光场的待求相位,将实验得到的重构光场相位在横向、纵向上各做 $s=1$ 的剪切,对应相位差为

$$\Delta\varphi_{nm}^x(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \varphi[(m+1)\Delta x_i, n\Delta y_i] - \varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i), \quad (11)$$

$$\Delta\varphi_{nm}^y(m\Delta x_i, n\Delta y_i) = \varphi[m\Delta x_i, (n+1)\Delta y_i] - \varphi(m\Delta x_i, n\Delta y_i), \quad (12)$$

式中 $\Delta\varphi_{nm}^x$ 和 $\Delta\varphi_{nm}^y$ 都可以直接从实验数据求出。然后,做最小二乘

$$S = \sum_{m=1}^{M-2} \sum_{n=1}^{N-2} [\Psi_{(m+1)n} - \Psi_{mn} - \Delta\varphi_{nm}^x]^2 + \sum_{m=1}^{M-2} \sum_{n=1}^{N-2} [\Psi_{m(n+1)} - \Psi_{mn} - \Delta\varphi_{nm}^y]^2, \quad (13)$$

上述最小二乘矩阵的求解方程为

$$\Psi_{(m+1)n} + \Psi_{(m-1)n} + \Psi_{m(n+1)} + \Psi_{m(n-1)} - 4\Psi_{mn} = \Delta\varphi_{nm}^x - \Delta\varphi_{(m-1)n}^x + \Delta\varphi_{nm}^y - \Delta\varphi_{m(n-1)}^y, \quad (14)$$

其恒等关系式为

$$\begin{aligned} & [\Psi_{(m+1)n} - 2\Psi_{mn} + \Psi_{(m-1)n}] + \\ & [\Psi_{m(n+1)} - 2\Psi_{mn} + \Psi_{m(n-1)}] = \rho_{nm}, \end{aligned} \quad (15)$$

式中

$$\rho_{mn} = [\Delta\varphi_{mn}^x - \Delta\varphi_{(m-1)n}^x] + [\Delta\varphi_{mn}^y - \Delta\varphi_{m(n-1)}^y].$$

(15)式是 $M \times N$ 矩形网格上的离散泊松方程,即

$$\frac{\Delta^2}{\Delta x^2} \Psi(x, y) + \frac{\Delta^2}{\Delta y^2} \Psi(x, y) = \rho(x, y). \quad (16)$$

于是,计算相位在数学上等于求解离散的泊松方程,可以用离散余弦变换(DCT)求解计算出 Ψ_{mn} , 这就是所求 φ_{mn} 的最小二乘解。

值得说明的是,在用最小二乘原理完成相位值 Ψ 的计算中,剪切量 s 也可以选取大于 1 的整数,比如取 S 。

3 重构光场相位的模拟计算

模拟计算先用 Matlab 中的 peaks 函数构建一个 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的二维分布相位(相位最小、最

大值分别为 -6.551 和 8.106 rad),并在其中的第 201~465 行、第 201~465 列的区域加上一个幅度从 0 至 100 rad,且按高斯函数分布的相位,最后,作为噪声,在整个二维分布相位上叠加上数值在 $-1 \sim 1 \text{ rad}$ 间随机变化的相位。

将得到的二维分布相位记为 p_0 ,并定义光场 $U = \exp(jp_0)$,则该光场对应的包裹相位为

$$p = \arctan\{\text{Im}[U]/\text{Re}[U]\}. \quad (17)$$

为方便比较,不做任何滤波处理,先用传统方法通过包裹相位 p 计算 p_0 ,算法选用基于离散泊松方程的最小二乘法去包裹法^[4,12],结果列于图 3 中作为比较,接下来将光场 U 分别做 $s=1$ 的横向和纵向剪切(也不做任何滤波处理),然后用最小二乘方法计算 p_0 ,结果也列于图 3 中。

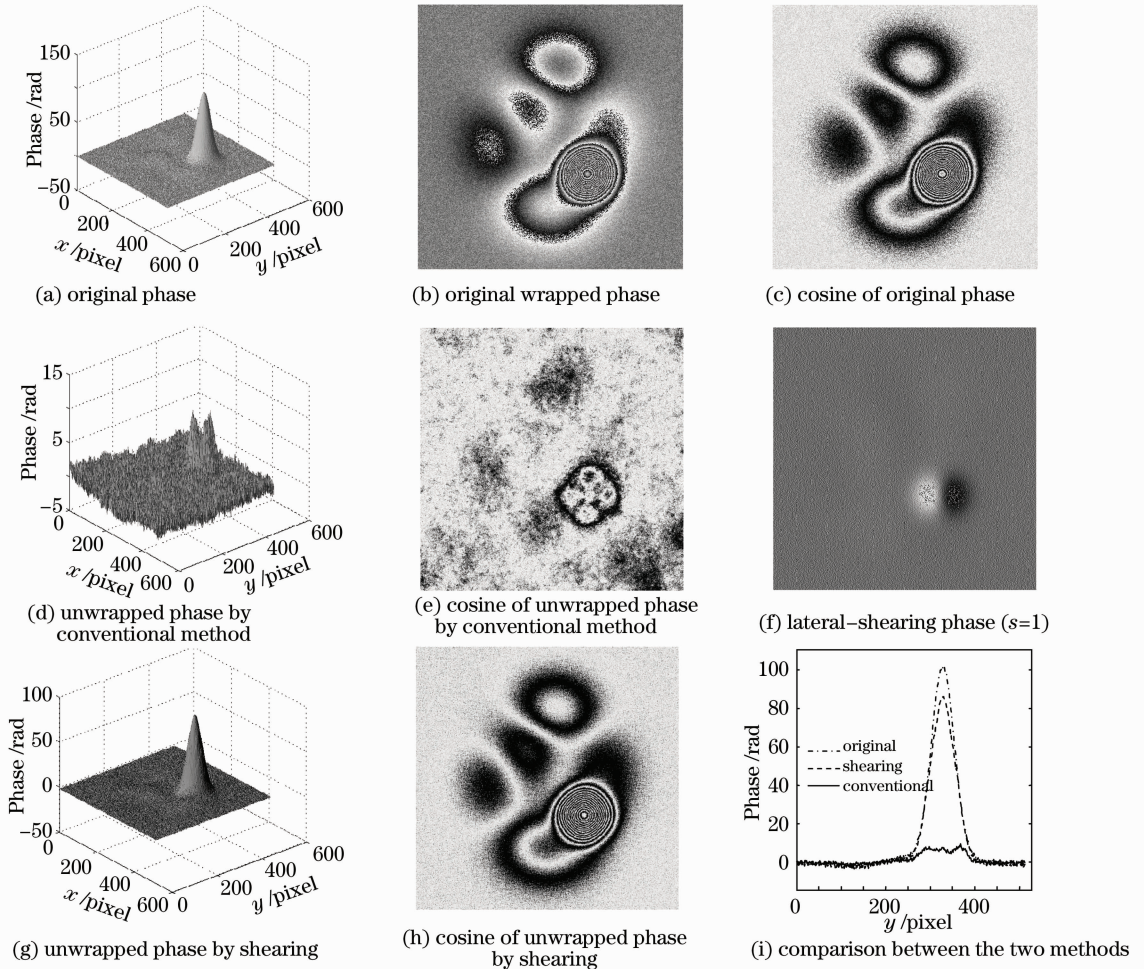


图 3 传统和剪切两种方法的模拟计算结果及比较

Fig. 3 Simulated results by conventional and shearing methods and comparison between them

图 3(a)是原始相位 p_0 的三维分布,图 3(b)是包裹相位 p ,而图 3(c)是原始相位 p_0 取余弦后的分布。可以看到,原始相位在第 201 行到第 465 行、第 201 列到第 465 列的区域变化很快,所以包裹相位的空间变化频率很高,直接给解包裹带来了困难。

图 3(d)是用传统解包裹过程所得相位的三维分布,图 3(e)是所得相位取余弦后的分布。显然由于原始包裹相位的空间频率很高,且有大量噪声,传统方法得到的结果很差。

图 3(f)是光场做 $s=1$ 的横向剪切后得到的两光场间相位差(剪切相位),即(12)式中 $\Delta\varphi_{mm}^y$,与图 3(b)相比较可见, $\Delta\varphi_{mm}^y$ 中没有相位包裹发生,变化平缓,有利于计算相位。图 3(g)是用剪切原理计算所得相位的三维分布,而图 3(h)是该相位取余弦后的分布。图 3(i)给出了两种算法所得结果与原始相位值 p_0 之间的比较曲线(选取第 329 行,经过相位值最大点)。结果表明,尽管用剪切原理重构的相位与原始相位之间还有误差,但比传统方法要好很多。

4 重构光场相位的实验验证

通过一个测量蜡烛燃烧温度场的实验来检验本文提出的方法,图4是实验装置图。YAG激光器发出的

激光束(波长 $\lambda=533\text{ nm}$)通过分束镜 BS_1 分为两束,其中一束经显微物镜 L_1 ,针孔滤波器 h_1 和准直透镜 L_2 变为平行光,通过蜡烛燃烧区域后到达分束镜 BS_2 ,经反射和透镜 L_5 汇聚后作为物光达到 CMOS;另一束被反射镜 M_1, M_2 反射后,经显微物镜 L_3 ,针孔滤波器 h_2 和准直透镜 L_4 变为平行光,通过分束镜 BS_2 和透镜 L_5 汇聚后作为参考光到达全息图记录面。参、物光在全息图记录面干涉后用 CMOS(2048 pixel \times 1536 pixel,像元大小为 $3.2\text{ }\mu\text{m} \times 3.2\text{ }\mu\text{m}$)记录下来并送入计算机保存,得到数字全息图,经衍射计算可得再现光场 $U(x_i, y_i)$,接着分别用传统和剪切两种方法重构光场的相位,所得结果在图 5 中列出。

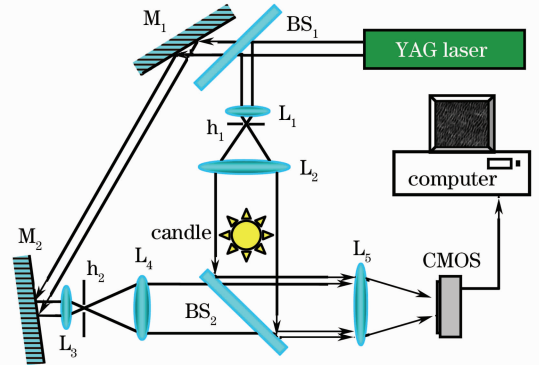
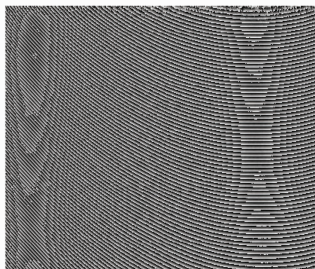
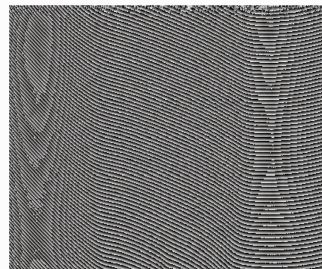


图4 实验装置图

Fig. 4 Experimental setup



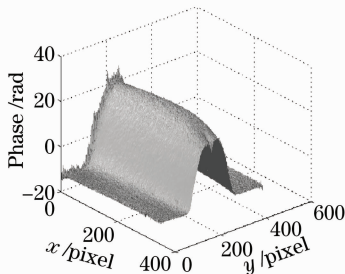
(a) unwrapped phase without flame



(b) unwrapped phase with flame



(c) experimental interference fringes



(d) unwrapped phase by shearing



(e) cosine of unwrapped phase by shearing



(f) cosine of unwrapped phase by conventional method

图5 实验数据用传统和剪切两种方法处理得到的结果及比较

Fig. 5 Experimental results by conventional and shearing methods and comparison between them

图 5(a)和(b)分别是用(5)式计算得到的蜡烛燃烧前、后数字全息再现光场的包裹相位图(450 pixel×350 pixel),由于全息图的记录中使用了汇聚透镜,所以再现光场的相位变化比较快,对应的包裹相位图中有很多的相位截断,空间频率高,给相位解包裹带来了困难。图 5(c)是将蜡烛燃烧前、后数字全息再现光场叠加得到的干涉条纹图,反映了蜡烛燃烧前、后气体总的变化。

图 5(d)是用剪切原理,即用(8)式和(16)式,选取 $s=1$,先分别计算蜡烛燃烧前、后再现光场的相位,然后再将两相位相减得到的相位差值,也就是蜡烛燃烧前、后空气总的变化值分布,图 5(e)是该相位差值取余弦后的分布,即蜡烛燃烧前、后光场叠加干涉条纹分布的计算值。比较图 5(e)和 5(c)可见,理论计算值与实验值吻合得很好。

图 5(f)是用传统方法,即通过图 5(a),(b)包裹相位,用基于离散泊松方程的最小二乘法去包裹法^[4,12],先分别计算出蜡烛燃烧前、后再现光场的相位,然后再将两相位相减得到相位差值,最后将该相位差值取余弦后的分布图,即用传统方法得到的干涉条纹分布的计算值。比较图 5(f),(c)可见,传统方法得到的理论计算值与实验值吻合得不好,说明用传统方法分别计算蜡烛燃烧前、后再现光场得到的相位均有误差,且通过相减也不能将误差很好地消去。

5 结 论

注意到数字全息可以数字化地再现光场,而剪切干涉从原理上只需将光场做一定剪切后再相互干涉即可,于是将剪切干涉的原理引入到数字全息的光场重构中,以便更好地完成相位计算。根据这一思想,提出了用单幅数字全息和剪切干涉原理重构光场相位的算法,通过将数字全息再现光场做人为平移实现剪切干涉,并在理论分析的基础上,给出了具体的相位重构算法。通过模拟计算和实验验证,

证明了该方法的可行性和有效性。结果表明,使用该方法得到的相位更接近实验值,能得到比传统方法更好的计算结果。

参 考 文 献

- 1 Jin Guanchang. Computer Aided Optical Measurement [M]. 2nd edition, Beijing: Tsinghua University Press, 2007. 96~97
金观昌. 计算机辅助光学测量[M]. 第二版,北京:清华大学出版社,2007. 96~97
- 2 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1): 107~117
- 3 Xu Deyan. Shearing Interferometer and Its Applications [M]. Beijing: China Machine Press, 1987
徐德衍. 剪切干涉仪及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,1987
- 4 D. Kerr, G. H. Kaufmann, G. E. Galizzi. Unwrapping of interferometric phase-fringe maps by the discrete cosine transform [J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(5): 810~816
- 5 Elena López Lago, Raúl de la Fuente. Amplitude and phase reconstruction by radial shearing interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(3): 372~376
- 6 F. Lei, L. K. Dang. Measuring the focal length of optical systems by grating shearing interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(28): 6603~6608
- 7 P. Bon, G. Maucort, B. Wattellier. Quadriwave lateral shearing interferometry for quantitative phase microscopy of living cells [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(15): 13080~13094
- 8 C. Shakher, A. K. Nirala. Measurement of temperature using speckle shearing interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(11): 2125~2127
- 9 Sharlotte L. B. Kramer, Guruswami Ravichandran, Kaushik Bhattacharya. Transmission wavefront shearing interferometry for photoelastic materials [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(13): 2450~2460
- 10 Wolfgang Steinchen, Lianxiang Yang, Gerhard Kupfer. Vibration analysis by digital speckle pattern shearing interferometry[C]. *SPIE*, 1997, **3098**: 158~165
- 11 Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lü Xiaoxu *et al.*. Some quantitative analysis about digital holographic reconstructed image [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5): 570~574
钟丽云, 张以谟, 吕晓旭 等. 数字全息图再现像的分析计算[J]. *中国激光*, 2004, **31**(5): 570~574
- 12 Hui Mei, Wang Dongsheng, Li Qingxiang *et al.*. Phase unwrapping method based on the solution of discrete Poisson equation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 1245~1249
惠 梅, 王东生, 李庆祥 等. 基于离散泊松方程解的相位展开方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(10): 1245~1249