

文章编号: 0258-7025(2010)07-1807-05

二步相移数字全息中实际相移角的获取

巩 琼¹ 秦 怡^{2*}

(¹南阳师范学院物理与电子工程学院, 河南 南阳 473000; ²暨南大学光电工程系, 广东 广州 510632)

摘要 提出了一种在二步相移数字全息中提取实际相移角的方法, 这种方法基于两幅强度图像之间的相关系数。通过在理论相移角附近改变重建所使用的相移角, 当所使用的重建角度使得由 CCD 记录的物光波和由数字重建出来的物光波强度之间的相关系数最大时, 该角度即为实际的相移角。首先进行了计算机模拟, 该方法准确地提取出了实际的相移角。然后将其应用于基于 LED 光源的数字全息实验中, 比较了分别使用提取的实际相移角和理论相移角重建出来的物光波的质量。计算机模拟和实验结果证实了该方法的有效性。

关键词 全息术; 数字全息; 二步相移; 相移角

中图分类号 TB877 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103707.1807

Extraction of Real Phase-Shifting Angle in Two-Step Phase-Shifting Digital Holography

Gong Qiong¹ Qin Yi²

(¹ College of Physics and Electronic Engineering, Nanyang Normal University, Nanyang, Henan 473000, China)
(² Department of Optoelectronic Engineering, Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China)

Abstract An approach based on the correlation between two intensity distribution images of the object wave is proposed to determine the phase-shifting value in two-step phase-shifting digital holography. By changing the phase-shifting values used for reconstruction in a certain range around the nominal phase-shifting value, a series of correlation coefficients between the object intensity recorded by CCD and the same intensity reconstructed by computer are obtained. The accurate phase-shifting value will be determined when the correlation coefficient reaches its maximum. The real phase-shifting value is successfully extracted in computer simulations by this method, thereafter the approach is employed in LED-based digital holography. The quality of the reconstructed field by using the obtained value and the nominal value are compared. The feasibility of this method has been verified by both computer simulations and experiments.

Key words holography; digital holography; two-step phase-shifting; phase-shifting angle

1 引 言

和传统的全息术比较起来, 数字全息^[1~5]有一些不可替代的重要特性, 例如, 可以对物体进行三维数字重构以及获得相衬图像等^[6,7]。目前, 数字全息最大的缺点就是它的分辨率问题, 所以数字全息常常采用同轴装置, 并利用相移技术消除它的零级像和共轭像, 从而再现出所需要的原始像^[8~11]。近年来, 二步相移技术引起了广泛的关注和研究。相比于三步相移或者四步相移法, 二步相移只需要记

录两幅全息图, 因此记录速度加快, 可以更加快捷地完成物光波的重建。在移相过程中, 有不少外部原因会导致实际的相移角和标定的相移角之间存在误差, 这些外部因素包括相移器的标定误差以及气流、振动等。因此相移的准确性成了重建光波准确与否的关键。为此, 许多文章针对相移的准确性和相移误差的消除提出了不少方法。例如, M. Atlan等^[12]提出了一种实现精确相移的装置, L. Z. Cai等^[13,14]提出了提取实际相移量的软件算法。特别

收稿日期: 2009-09-21; 收到修改稿日期: 2009-10-28

作者简介: 巩 琼(1982—), 女, 本科, 助教, 主要从事通信与光电信息处理方面的研究。E-mail: 27191249@qq.com

* 通信联系人。E-mail: 641858757@qq.com

值得指出的是,张莉等^[15]提出了一种简便的方法来提取二步相移中实际相移角度,但这种方法仅限于被测物体为纯相位物体,因此应用起来受到一定的限制。本文提出了一种同样非常简单的方法来提取二步相移中的实际相移量,并对其适用范围和有效性进行了研究。

2 理论分析

典型的相移全息实验装置如图 1 所示,光源发出的光经透镜 L1 汇聚后被针孔 (pinhole) 滤波,滤波后的光束又经透镜 L2 准直之后进入改造过的迈克耳孙干涉仪。然后光束被分束镜 (BS) 分成两路,一束被反射镜 M 反射,用来产生全息所需要的参考光波。另一束用来照明被测物体 (OBJ) 而形成物光波,物光波和参考光波经分束镜再次结合后在 CCD 面上产生干涉条纹。反射镜 M 粘贴到压电陶瓷 (PZT) 微位移器上,用来实现参考光的移相。S1 和 S2 是电子快门,关闭其中一个可以获得物光波或参考光波的强度图像。4 幅强度图像由 CCD 记录下来并送到计算机进行处理。

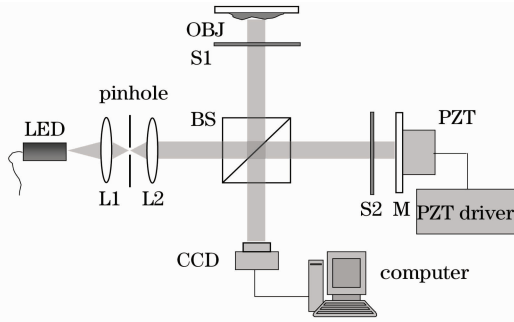


图 1 二步相移数字全息实验装置

Fig. 1 Experimental setup of two-step phase-shifting digital holography

在使用二步相移法进行数字全息实验时,4 幅应该由 CCD 记录的强度 $I_k(x,y)$ ($k=1,2,3,4$) 分布为

$$\begin{aligned} I_1(x,y) &= I_R(x,y) + I_O(x,y) + \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp[i\phi(x,y)] + \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp[-i\phi(x,y)], \\ I_2(x,y) &= I_R(x,y) + I_O(x,y) + \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp\{i[\phi(x,y) - \theta]\} + \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp\{-i[\phi(x,y) - \theta]\}, \\ I_3(x,y) &= I_O(x,y), \\ I_4(x,y) &= I_R(x,y), \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $I_1(x,y)$ 是记录的第一幅全息图, $\phi(x,y)$ 是物光波和参考光波在 CCD 面上的相对相位分布;

$I_2(x,y)$ 是参考光移相 θ 后记录的第二幅全息图; $I_O(x,y)$ 和 $I_R(x,y)$ 分别是物光波和参考光波在 CCD 面上的强度分布,此处假定参考光的初始相位为零。二步相移数字全息的原理即根据 (1) 式来提取出物光波在 CCD 面上的表达式 $O_d(x,y)$ 。首先,根据 (1) 式,有

$$\begin{aligned} I_1 - I_3 - I_4 &= \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp[i\phi(x,y)] + \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp[-i\phi(x,y)] = \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \{ \exp[i\phi(x,y)] + \\ &\quad \exp[-i\phi(x,y)] \}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} I_2 - I_3 - I_4 &= \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp\{i[\phi(x,y) - \theta]\} + \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp\{-i[\phi(x,y) - \theta]\} = \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \{ \exp(-i\theta) \exp[i\phi(x,y)] + \\ &\quad \exp(i\theta) \exp[-i\phi(x,y)] \}, \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式两边乘以因子 $\exp(-i\theta)$ 并用 (2) 式减去 (3) 式得

$$\begin{aligned} I_1 - I_3 - I_4 - \exp(-i\theta) (I_2 - I_3 - I_4) &= \\ &\quad [1 - \exp(-i2\theta)] \times \\ &\quad \sqrt{I_O(x,y)I_R(x,y)} \exp[i\phi(x,y)] = \\ &\quad [1 - \exp(-i2\theta)] \sqrt{I_R(x,y)} O_d(x,y). \end{aligned} \quad (4)$$

把 (4) 式整理一下,得到重建出来的物光波在 CCD 面上的复振幅分布为

$$O_d(x,y) = \frac{I_1 - I_3 - I_4 - \exp(-i\theta) (I_2 - I_3 - I_4)}{\sqrt{I_4} [1 - \exp(-i2\theta)]}. \quad (5)$$

对 $O_d(x,y)$ 进行逆衍射就得到了原始物光场的分布。根据 (5) 式可以重建出物光波在 CCD 面上的强度分布

$$\begin{aligned} I_d(x,y) &= |O_d(x,y)|^2 = \\ &\quad \left| \frac{I_1 - I_3 - I_4 - \exp(-i\theta) (I_2 - I_3 - I_4)}{\sqrt{I_4} [1 - \exp(-i2\theta)]} \right|^2. \end{aligned} \quad (6)$$

在进行重建之前,已经拍摄下了物光波在 CCD 面上的强度分布,它就是 (1) 式中的 $I_3(x,y)$,也即 $I_O(x,y)$,这是物光波真实的衍射强度。如果进行重建时所使用的 θ 等于移相器的真实相移角的话,那么 $I_d(x,y)$ 与 $I_O(x,y)$ 一定相等。显然,引起 $I_d(x,y)$ 与 $I_O(x,y)$ 之间差异的,就是重建时使用的 θ 是否等于移相器的真实相移角。实际上,相移器标定的相移角一般并不等于实际的相移角。可以推断,如果二者之间的误差越小,那么 $I_d(x,y)$ 就越接近于 $I_O(x,y)$,

即二者越“相似”。当然,如果误差为零,即重建时使用的 θ 恰好等于真实的相移角,那么 $I_d(x,y)$ 与 $I_3(x,y)$ 最“相似”。使用相关系数来表示 $I_d(x,y)$ 与 $I_0(x,y)$ 之间的相似关系。对于两个矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 来说,它们之间的相关系数为^[16]

$$\rho_{AB} = \frac{\text{COV}(\mathbf{A}, \mathbf{B})}{\sqrt{D_A D_B}}, \quad (7)$$

式中 $\text{COV}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 表示 \mathbf{A}, \mathbf{B} 之间的协方差, D_A, D_B 分别是矩阵 \mathbf{A}, \mathbf{B} 的方差, 对于 $m \times n$ 维的矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} , 相应的方差和协方差为

$$\begin{cases} D_A = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n (A_{jk} - \bar{A})^2 \\ D_B = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n (B_{jk} - \bar{B})^2 \\ \text{COV}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n (A_{jk} - \bar{A})(B_{jk} - \bar{B}) \end{cases}, \quad (8)$$

式中 A_{jk}, B_{jk} 是矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的元素, $\bar{A} = \frac{1}{mn} \sum_j \sum_k A_{jk}, \bar{B} = \frac{1}{mn} \sum_j \sum_k B_{jk}$ 。 ρ_{AB} 的范围为 $1 \geq \rho_{AB} \geq -1$ 。因此, $I_d(x,y)$ 与 $I_0(x,y)$ 之间的相关系数可以表示为

$$\rho = \frac{\text{COV}(I_d, I_0)}{\sqrt{D_{I_d} D_{I_0}}}. \quad (9)$$

基于上面的分析,提出这样一种思路:通过在标定的相移角附近的一定区间内以较小的间隔来改变 θ , 对于每一个 θ , 计算出 $I_d(x,y)$ 与 $I_0(x,y)$ 之间相

应的相关系数,当二者的相关系数最大时, θ 就是实际的相移角。

当这个实际相移角 θ 被确定后,正如(5)式所表示的,物光波位于全息面(即 CCD 面)上的复振幅 $O_d(x,y)$ 就随之确定了。此时,对 $O_d(x,y)$ 使用角谱法进行逆衍射,就得到了物体的原始光波复振幅分布 $O^{\text{ORG}}(x,y)$ 。逆衍射时系统在频域的传递函数为

$$H(f_x, f_y) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (-d) \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}\right], \quad (10)$$

式中 f_x, f_y 为空间频率, d 为物体到 CCD 的距离, λ 为记录波长。被重建出来的原始物光波复振幅可表示为

$$O^{\text{ORG}}(x,y) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F}^1 [O_d(x,y)] (f_x, f_y) \times H(f_x, f_y) \}, \quad (11)$$

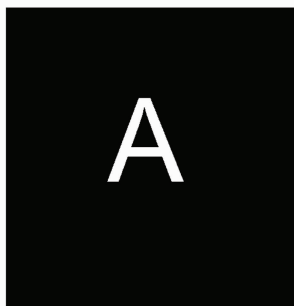
式中 \mathcal{F}^1 和 \mathcal{F}^{-1} 分别表示傅里叶变换和傅里叶逆变换。相应的物体强度和相位分布为

$$I^{\text{ORG}}(x,y) = |O^{\text{ORG}}(x,y)|^2, \quad (12)$$

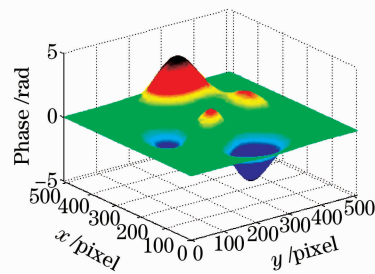
$$\phi^{\text{ORG}}(x,y) = \arctan \frac{\text{Im}[O^{\text{ORG}}(x,y)]}{\text{Re}[O^{\text{ORG}}(x,y)]}. \quad (13)$$

3 计算机模拟

为了验证上述思路的正确性,首先进行了计算机模拟。模拟所使用的实验装置如图 1 所示,用来模拟的物体的大小为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$, 振幅和相位分布如图 2 所示,物体至全息面的距离 $d=300 \text{ mm}$ 。



(a)



(b)

图 2 模拟物体的振幅(a)和相位(b)分布

Fig. 2 Amplitude (a) and phase (b) distributions of the simulated object

在模拟中,设置相移角度为 $\pi/3 \text{ rad}$, 然后用 CCD 记录下来用来进行重建的 4 幅强度图像,如图 3 所示。其中图 3(a)和(b)是两幅全息图片,图 3(c)是物体在 CCD 面上的衍射图像,即(1)式中的 $I_0(x,y)$,图3(d)为平面参考光波的强度。得到此 4 幅图片后,使用(3)式对物光波在 CCD 面上的强度分布进行重建。重建时对 θ 的取值从略大于 0(不

能等于 0)到接近于 π , 间隔取为 0.01 rad , 这样,对于每一个 θ , 利用(9)式可以计算得到一个相关系数 ρ , 由此计算出来的 θ 和 ρ 之间的曲线如图 4 所示。图 4 表明,在相关系数 ρ 达到最大值 1 时,对应的 θ 为 1.05 rad , 即前面所设定的相移角 $\pi/3 \text{ rad}$ 。可见,相关系数最大时,其对应的 θ 值正是实际的相移角,因此前面所做的推断得到了证实。而且由图 4

还可以看出,相关系数越小,则对应的角度和实际相移角的差别越大,这说明相关系数 ρ 不但能够揭示

实际的相移量,还可以作为评判重建物光波质量的一个标准。

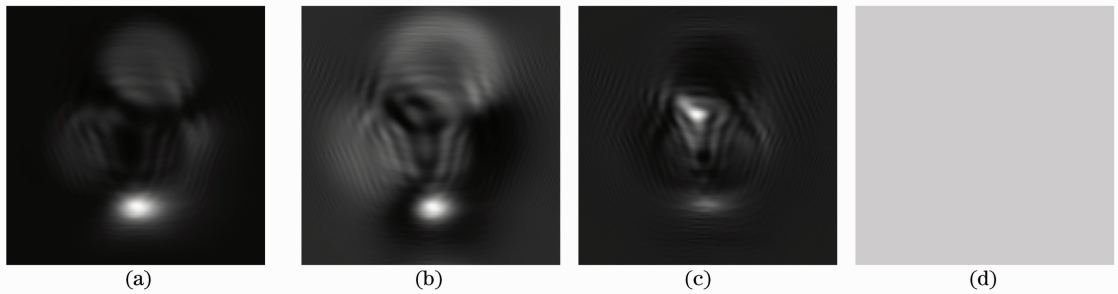


图 3 二步相移法中 CCD 记录的 4 幅强度图像

Fig. 3 Four intensity images recorded by CCD in two-step phase-shifting holography

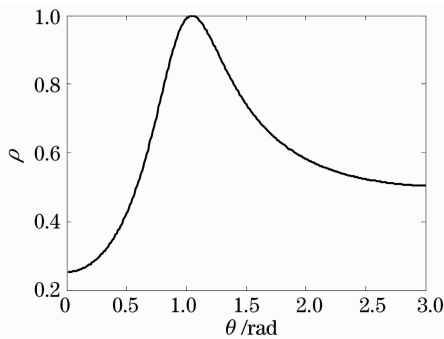


图 4 模拟得到的 θ 和 ρ 之间的函数关系

Fig. 4 Obtained relationship between ρ and θ in simulation

4 实验及结果

为了进一步证实所提方法的有效性,针对二步相移进行了相关的实验。实验所用光源为发光二极管,中心波长为 $\lambda=655\text{ nm}$,被测物体为 USAF 1951 标准分辨率板,物体距全息面的距离为 $d=100\text{ mm}$,全息图由 CCD (MINTRON 22K9HC, $795\text{ pixel} \times 596\text{ pixel}$, $8.33\text{ }\mu\text{m} \times 8.33\text{ }\mu\text{m}/\text{pixel}$) 进行记录。为

方便起见,按照移相器的标定对参考光波进行理论上 $\theta=\pi/2\text{ rad}$ 的相移。实验中所拍摄的 4 幅强度图像如图 5 所示。图 5(a) 为参考光移相之前的全息图片,图 5(b) 是参考光理论移相 $\theta=\pi/2\text{ rad}$ 之后的全息图,图 5(c) 为物体在 CCD 上的衍射强度分布,图 5(d) 为参考平面波的强度分布。

根据前面的论述,在理论相移值 $\theta=\pi/2\text{ rad}$ 附近的一定区间内采用不同的 θ 值对 CCD 面上的物光波进行重建, θ 的变化间隔为 0.01 rad ,然后使用 (9) 式计算出对应的相关系数,得到的 θ 和 ρ 之间的函数关系如图 6 所示。可见,在相关系数达到最大值 0.9370 时,其对应的相移值 $\theta=1.69\text{ rad}$ 并非理论上的相移值 $\theta=\pi/2 \approx 1.57\text{ rad}$,可见此次实验引入的误差还是较大的。

分别使用 $\theta=1.69\text{ rad}$ 和 $\theta=\pi/2\text{ rad}$ 进行物光波的重建,得到的原始物光波强度如图 7 所示。从图 7 可见,图 7(b) 的质量明显要好于图 7(a) 的质量,说明 $\theta=1.69\text{ rad}$ 正是实际产生的相移角,因此本文方法的可行性得到了进一步的证实。

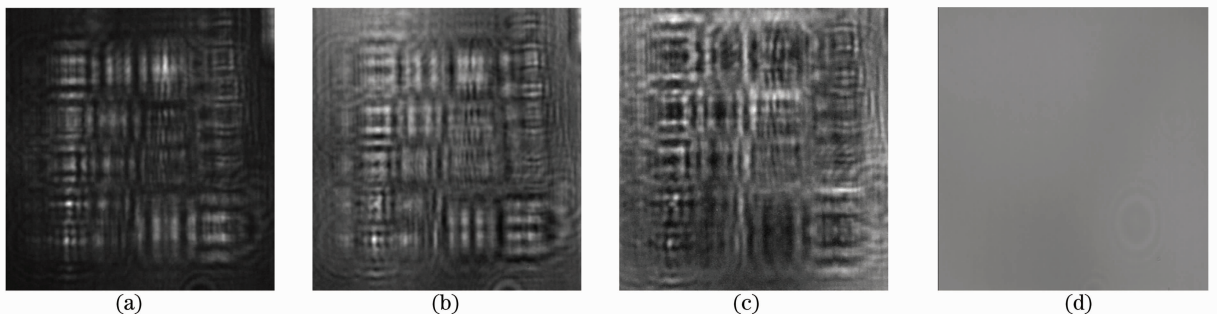


图 5 实验中 CCD 记录的 4 幅强度图像

Fig. 5 Four intensity images recorded by CCD in the experiment

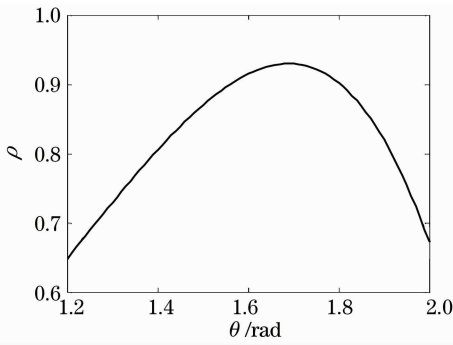


图 6 实验得到的 θ 和 ρ 之间的函数关系

Fig. 6 Obtained relationship between ρ and θ in the experiment

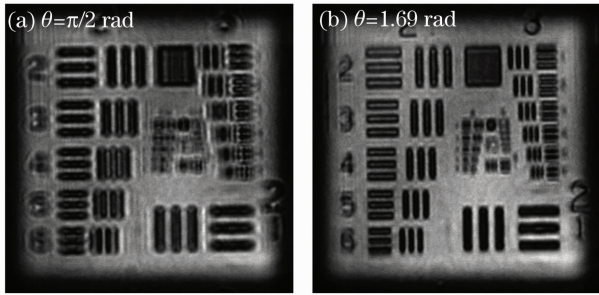


图 7 使用不同相移角度重建时得到的物体强度分布

Fig. 7 Reconstructed object intensity distributions when different phase-shifting angles are used

5 结 论

在二步相移数字全息中,重建过程中所使用的相移角准确与否直接影响到物光波的重建质量。提出了一种新的方法来提取二步相移数字全息中的实际相移量,它通过计算 CCD 记录下来的物体真实衍射光波和重建出的物光波之间的相关系数来确定真实的相移角度。该方法概念简单,对被测物体没有任何的限制,且这是基于数字图像处理的方法,也省去了额外的硬件装置。计算机模拟和实验结果都证实了该方法的有效性。

参 考 文 献

1 Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lü Xiaoxu *et al.*. Analysis of some fundamental issue about digital hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 465~470

钟丽云, 张以谟, 吕晓旭 等. 数字全息中的一些基本问题分析 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 465~470

2 Feng Zhongyao, Jia Fang, Zhou Jinghui *et al.*. Three-dimensional surface shape measurement of big objects by image splicing in digital holography [J]. *Chinese. J. Lasers*, 2008, **35**(12): 2017~2021

冯忠耀, 贾 昉, 周景会 等. 数字全息中利用图像拼接测量大物体的三维形貌 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(12): 2017~2021

3 Luo Peng, Lü Xiaoxu, Zhong Liyun. Recording and reconstruction of near-distance digital holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(10): 1735~1739

罗 鹏, 吕晓旭, 钟丽云. 近距离数字全息术记录和再现问题 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(10): 1735~1739

4 Xin Kang. An effective method for reducing speckle noise in digital holography [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(2): 100~103

5 Wu Youpeng, Liu Xiangxuan, Wang Hongxia. Two-step phase-shifting iterative algorithm of improving quality of reconstructed image in digital holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2292~2295

吴友朋, 刘祥莹, 王红霞. 提高数字全息再现像质的两步相移迭代算法 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(12): 2292~2295

6 E. Cuhe, F. Bevilacqua, C. Depeursinge. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(5): 291~293

7 S. Grilli, P. Ferraro, S. De Nicola *et al.*. Whole optical wavefields reconstruction by digital holography [J]. *Opt. Express*, 2001, **9**(6): 298~302

8 I. Yamaguchi, T. Zhang. Phase-shifting digital holography [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(16): 1268~1270

9 Y. Zhang, Q. Lü, B. Ge. Elimination of zero-order diffraction in digital off-axis holography [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **240** (4-6): 261~267

10 I. Yamaguchi, T. Matsumura, J. Kato. Phase-shifting color digital holography [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(13): 1108~1110

11 I. Yamaguchi, T. Zhang. Three-dimensional microscopy with phase-shifting digital holography [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(15): 1221~1223

12 M. Atlan, M. Gross, E. Absil. Accurate phase-shifting digital interferometry [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(11): 1456~1458

13 L. Z. Cai, Q. Liu, X. L. Yang. Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(19): 857~859

14 X. F. Xu, L. Z. Cai, X. F. Meng *et al.*. Fast blind extraction of arbitrary unknown phase shifts by an iterative tangent approach in generalized phase-shifting interferometry [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(13): 1966~1968

15 Zhang Li, Guo Chengshan, Rong Zhenyu *et al.*. Phase-shifting angle choice and phase-shifting error elimination in in-line phase-shifting digital holography [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(3): 353~356

张 莉, 国承山, 荣振宇 等. 同轴相移数字全息中相移角的选取及相移误差消除 [J]. *光子学报*, 2004, **33**(3): 353~356

16 R. C. Gonzalez, R. E. Woods. *Digital Image Processing* [M]. New York: Prentice Hall, 2002. 489~490