**文章编号:** 0258-7025(2010)07-1739-05

# 部分偏振光束的大数值孔径聚焦特性

华黎闽 陈子阳 陈宝算 林惠川 蒲继雄

(华侨大学信息科学与工程学院,福建泉州 362021)

**摘要** 利用德拜矢量积分理论,推导了部分偏振高斯光束经大数值孔径透镜聚焦的光场和光强表达式,并用数值 计算分析了不同偏振度下高斯光束的大数值孔径聚焦特性。研究发现大数值孔径聚焦时,部分偏振高斯光束在焦 平面的总光强及各分量光强分布随偏振度变化而变化。研究还表明,焦平面上的光强分布形状还与聚焦透镜的数 值孔径角取值有关。因此通过控制入射光束偏振度和聚焦透镜数值孔径角的取值,可以改变部分偏振高斯光束经 大数值孔径透镜的聚焦光场分布。

关键词 物理光学;高斯光束;大数值孔径;德拜矢量积分;部分偏振 中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20103707.1739

## High Numerical-Aperture Focusing Characteristics of a Partially Polarized Light Beam

Hua Limin Chen Ziyang Chen Baosuan Lin Huichuan Pu Jixiong

(Department of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

**Abstract** Based on vectorial Debye integral, the light field and intensity distribution expressions are presented when partially polarized Gaussian beams pass through a high numerical-aperture objective. Numerical calculations are taken to analyze the tightly focusing properties of partially polarized Gaussian beams with various degrees of polarization. The research results show that the total intensity distribution and each direction components of partially polarized Gaussian beams on the focal plane will change with the change of polarization. It is also found that the values of the maximal angle of the high numerical-aperture objective will influence the total intensity on the focal plane. Therefore, the intensity distribution of partially polarized Gaussian beam on the focal plane can be controlled by adjusting the polarization and the maximal angle of the high numerical-aperture objective.

**Key words** physical optics; Gaussian beams; high numerical-aperture; vectorial Debye integral; partially polarization

1 引

言

早在 1959 年,E. Wolf 等<sup>[1~3]</sup> 就已开始对光束 的大数值孔径聚焦特性进行详细研究。研究表明, 大数值孔径聚焦可以在焦平面产生很强的纵向光场 分量,并且得到比普通聚焦更小的光斑<sup>[4,5]</sup>。这种 特性可以应用在粒子捕获、激光加工以及超衍射极 限的高分辨率显微成像等领域<sup>[6,7]</sup>。

偏振度是描述部分偏振光性质的一个重要参量<sup>[8]</sup>。目前研究工作多数集中于光束在传输过程中

偏振度的变化情况<sup>[9~11]</sup>以及偏振光束经过大数值 孔径聚焦的一些特性<sup>[12~17]</sup>。

实际应用中,控制大数值孔径聚焦的光斑形状 是很有意义的。目前已有学者发现可以通过椭圆形 聚焦透镜孔径形状来获得椭圆形光斑<sup>[18]</sup>,但是该方 法较为麻烦,且不易控制光斑形状,而且关于入射光 束的偏振度变化对大数值孔径透镜聚焦光斑形状影 响的研究也较少。本文以部分偏振高斯光束为理论 模型,并利用德拜理论,推导了部分偏振高斯光束经

收稿日期: 2009-09-22; 收到修改稿日期: 2009-11-19

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2007H0027)和福建省自然科学基金(A0810012)资助课题。

作者简介:华黎闽(1981—),男,硕士研究生,主要从事光束传输方面的研究。E-mail:hualimin@hqu.edu.cn

导师简介: 蒲继雄(1962—), 男, 博士, 教授, 主要从事光束传输方面的研究。E-mail: jixiong@hqu. edu. cn(通信联系人)

过大数值孔径聚焦以后的光场和光强的表达式,研 究了光束大数值孔径聚焦以后在焦平面附近的聚焦 特性,重点讨论了入射光束的偏振度及数值孔径大 小对该光束大数值孔径聚焦光斑形状变化的影响, 研究发现可以通过改变入射光束的偏振度大小来获 得椭圆形聚焦光斑,并且椭圆形的离心率大小可以 随偏振度大小改变而较为容易地进行控制。

#### 2 理论分析

对于传播方向为 z 的准单色场(如图 1 所示), 其光束相干偏振矩阵定义为<sup>[19]</sup>

$$W(\rho_{1},\rho_{2},z) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\rho_{1},\rho_{2},z) & W_{xy}(\rho_{1},\rho_{2},z) \\ W_{yx}(\rho_{1},\rho_{2},z) & W_{yy}(\rho_{1},\rho_{2},z) \end{bmatrix},$$
(1)

式中

 $W_{ij}(\rho_1,\rho_2,z) = \langle E_i^*(\rho_1,z) \cdot E_j(\rho_2,z) \rangle, (i,j=x,y)$ (2)

式中 $E_x$ 和 $E_y$ 分别是场在x和y方向的分量,\*表示 复共轭, $\langle\rangle$ 表示系综平均。



图 1 大数值孔径聚焦系统 Fig. 1 Scheme of high numerical-aperture focusing system 根据相干偏振统一理论<sup>[19]</sup>,偏振度可表示为

$$P(\rho,\varphi,z) = \sqrt{1 - \frac{4 \operatorname{Det} \boldsymbol{W}(\rho,\varphi,z)}{\left[\operatorname{Tr} \boldsymbol{W}(\rho,\varphi,z)\right]^2}}, \quad (3)$$

式中 Det 和 Tr 分别代表光束相干偏振矩阵对应的 行列式的值和迹。

研究部分偏振高斯光束经过大数值孔径聚焦以 后的光场和光强性质,入射平面的电场可表示为

$$E_x^{(0)}(\rho) = E_{x0} \cdot \exp\left(\frac{-2\rho^2}{w_0}\right), \qquad (4)$$

$$E_{y}^{(0)}(\rho) = E_{y_{0}} \cdot \exp\left(\frac{-2\rho^{2}}{w_{0}}\right),$$
 (5)

式中 $E_{x0}$ 和 $E_{y0}$ 是振幅常数,exp $\left(\frac{-2\rho^2}{w_0}\right)$ 为其高斯调 制项, $w_0$ 是光斑大小。对于一般透镜,其设计均满 足正弦近似条件<sup>[6]</sup>,即 $\rho = f \sin \theta$ , f为大数值孔径透 镜的焦距。 由(3)~(5)式可以推导出入射光束的偏振度为

$$P^{(0)} = \frac{E_{x0}^2 - E_{y0}^2}{E_{x0}^2 + E_{y0}^2}.$$
 (6)

根据德拜理论,沿 x 方向偏振的电场经大数值 孔径透镜聚焦之后,在焦点附件的电场表达式为<sup>[20]</sup>

$$\mathbf{E}_{1}(\mathbf{r},\boldsymbol{\psi},\boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{y1} \\ E_{z1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \int_{0}^{a^{2\pi}} \int_{0}^{B_{x}(0)} (\boldsymbol{\rho}) \times \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{r}\sin\theta\cos(\varphi-\psi)] \times \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{z}\cos\theta) \times \begin{bmatrix} \cos\theta + \sin^{2}\varphi(1-\cos\theta) \\ \cos\varphi\sin\varphi(\cos\theta-1) \\ \cos\varphi\sin\theta \end{bmatrix} d\varphi d\theta,$$
(7)

式中 $r, \psi$  和z 为场平面上观察点的柱坐标形式,  $E_{x1}, E_{y1}$ 和 $E_{z1}$ 分别为该场点光场的x, y 和z 三个方 向的分量, $\alpha$ =arcsin(NA)是由数值孔径(NA)决定 的最大数值孔径角, $k=2\pi/\lambda$ 为波矢, $E_x^{(0)}(\theta)$ 是光场 在透镜光阑表面的孔径函数表示式。

根据图1可以得到,在同一坐标系下,沿y方向 偏振的电场在大数值孔径聚焦之后的光场表达 式为<sup>[20]</sup>

$$E_{2}(r, \psi, z) = \begin{bmatrix} E_{x^{2}} \\ E_{y^{2}} \\ E_{z^{2}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \iint_{0}^{e^{2\pi}} E_{y}^{(0)}(\rho) \times \sqrt{\cos\theta} \sin\theta \exp[-i\mathbf{k}r\sin\theta\cos(\varphi-\psi)] \times \exp[-i\mathbf{k}z\cos\theta] \times \sqrt{\cos\phi} \sin\phi(\cos\theta-1) \cos\phi \sin\phi(\cos\theta-1) \cos\phi \sin\phi(\cos\theta) d\phi d\theta.$$
(8)

因此经大数值孔径透镜聚焦后,光束的交叉谱 密度矩阵可写为<sup>[21]</sup>

$$W(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) & W_{xy}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) & W_{xz}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) \\ W_{yx}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) & W_{yy}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) & W_{yz}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) \\ W_{zx}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) & W_{zy}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) & W_{zz}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) \end{bmatrix},$$

$$(9)$$

式中

 $W_{ij}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) = E_{i1}^{*}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z)E_{j1}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z) + E_{i2}^{*}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z)E_{j2}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},z),(i,j = x,y,z)$ (10) 式中  $\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2}$ 分别表示场平面上任意两点的位置矢 量。令  $\mathbf{r}_{1} = \mathbf{r}_{2} = \mathbf{r},$ 由(9)式可得聚焦场的总光强为

$$I(r,z) = W(r,z) = W_{xx}(r,z) + W_{yy}(r,z) + W_{zz}(r,z).$$
(11)

### 3 数值计算及分析

数据模拟的相关参数取值为: $\lambda = 632.8$  nm, f=1 cm, $w_0 = 2$  cm,位置坐标均用 $\lambda$ 进行归一化。 由(6)式可知,通过改变入射场y向的强度 $E_{y_0}$ 即可 得到不同的偏振度,并且由(11)式可得不同偏振度 下不同数值孔径情况的光强分布。

图 2 为 NA=0.9 时,部分偏振高斯光束经大数 值孔径透镜聚焦后的光强分布图。图 2 中各图由左 到右依次对应不同偏振度光束大数值孔径聚焦后的 总光强及 x, y 和 z 分量的光强分布。对比图 2 中 各不同偏振度光束的总光强分布可以发现,随着偏



图 2 各偏振度光束在焦平面上的总光强[(a)~(e)]及 x, y和z分量的光强分布(f) Fig. 2 Contour plots of the total intensity [(a)~(e)] and the x, y and z component intensity distributions of beam (f) with various degrees of polarization on the focal plane

光

振度的增加,总光强的光强分布由正圆形向椭圆形逐 渐转变,且偏振度越高,椭圆形的短轴长轴之比越小。 而对于 x 分量的光强分布情况则与偏振度影响不大。 对于 y 分量,从偏振度约 0.976 开始逐渐由中心光强 最大的椭圆形分布逐渐变为对称分布的 4 个主光峰 强和 4 个次光峰强。而 z 分量则从偏振度 0.471 开 始由圆环形分布逐渐向关于 y 轴对称的两个主光峰 强和两个次光峰强。另外在数值模拟中发现,各分量 光强最大值的关系是: $I_x > I_z$ ,即总光强的分布主 要是由高斯光束的 x 分量来决定的,并且随着偏振度 的增加,x 分量所占的比重也越来越大。

图 3 为偏振度 P=1时,高斯光束经不同数值 孔径透镜聚焦后的光强分布图。图 3 中各图左侧为 焦平面上总光强的等高线分布图,右侧为总光强在 z=0的焦平面上的横向分布和纵向分布。当NA=0.5时,横向分布半峰全宽(FWHM)尺寸为  $1.095 \lambda$ , 纵向分布 FWHM 尺寸为  $1.028 \lambda$ 。当 NA=0.7时, 横向分布和纵向分布 FWHM 尺寸分别为0.84 λ和 0.731  $\lambda_{\circ}NA$ =0.9时,横向分布和纵向分布 FWHM 尺寸则分别为 0.741  $\lambda$  和 0.56  $\lambda_{\circ}$ 可以发现,总光强 的横向和纵向分布的 FWHM 尺寸随着 NA 的增大 而减小。

图 4 为不同数值孔径下偏振度对焦平面上总光 强分布形状的影响。分别取总光强纵向和横向分布 的 FWHM 尺寸作为椭圆形的短轴 b 和长轴 a,研究 不同数值孔径条件下偏振度和短轴与长轴之比的对 应关系。可以发现当偏振度为 0 时,其比值为 1,即 此时焦平面上总光强分布为正圆形分布。随着偏振 度的增加,其比值逐渐减小,到偏振度为 1 时,达到 最小值,即焦平面上总光强分布逐渐变为椭圆形分 布,偏振度越大,椭圆形的离心率越大。并且相同偏 振度时数值孔径越大,椭圆形短轴与长轴之比越小, 即椭圆形的离心率越大。



图 3 数值孔径变化对焦平面上总光强分布的影响 Fig. 3 Influence of NA on the total intensity distribution on the focal plane





#### 4 结 论

利用德拜矢量积分理论,推导了部分偏振高斯 光束经大数值孔径透镜聚焦的光场和光强表达式, 研究了部分偏振高斯光束的大数值孔径聚焦特性。 通过比较不同偏振度下高斯光束的大数值孔径聚焦 特性,发现大数值孔径聚焦时,部分偏振高斯光束在 焦平面的总光强分布随偏振度变化而变化,特别是 y分量和z分量光强分布随偏振度变化有较大影 响,而x分量则与偏振度变化影响不大。研究还表 明,焦平面上的光强分布形状与不同偏振度的对应 关系还与聚焦透镜的数值孔径角取值有关。因此通 过改变入射光束偏振度和聚焦透镜数值孔径角的取 值,可以控制部分偏振高斯光束经大数值孔径透镜 的聚焦光斑形状的变化,并且椭圆形的离心率大小 可以随偏振度大小改变而改变。

#### 参考文献

- E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems I. an integral representation of the image field [J]. Proc. R. Soc. London Ser. A, 1959.253(1274): 349~357
- 2 A. Boivin, E. Wolf. Electromagnetic field in the neighbor-hood of the focus of a coherent beam [J]. *Phys. Rev.*, 1965, 138(6B): B1561~B1565
- 3 J. W. M. Chon, X. Gan, M. Gu. Splitting of the focal spot of a high numerical-aperture objective in free space [J]. Appl. Phys. Lett., 2002,81(9): 1576~1578
- 4 N. Bokor, N. Davidson. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light [J]. Opt. Commun., 2007, 279(2): 229~234

- 5 T. Grosjean, D. Courjon. Smallest focal spots [J]. Opt. Commun., 2007,272(2): 314~319
- 6 G. D. M. Jeffries, J. S. Edgar, Y. Zhao *et al.*. Using polarization-shaped optical vortex traps for single-cell nanosurgery [J]. *Nano. Lett.*, 2007,7(2): 415~420
- 7 K. I. Willig, J. Keller, M. Bossi *et al.*. STED microscopy resolves nanoparticle assemblies [J]. *New J. Phys.*, 2006, 8(106): 1~8
- 8 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. 7th edition, Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 554~632
- 9 D. F. V. James. Change of polarization of light beams on propagation in free space [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1994, 11(5): 1641~1643
- 10 O. K. Kova, E. Wolf. Changes in the state of polarization of a random electromagnetic beam on propagation [J]. Opt . Commun., 2005, 246(1): 35~43
- 11 Xiaoling Ji, Entao Zhang, Baida Lü. Changes in the spectrum and polarization of polychromatic partially coherent electromagnetic beams in the turbulent atmosphere [J]. Opt. Commun., 2007, 275(2): 292~300
- 12 Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture lens [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 401~405 武士明 基礎維 工言다. 圆针的长日变化 充低火素化素化

张志明,蒲继雄,王喜庆.圆柱偏振贝塞尔-高斯光束经高数值孔 径透镜的聚焦[J].中国激光,2008.**35**(3):401~405

- 13 Baosuan Chen, Jixiong Pu. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams[J]. Appl. Opt., 2009,48(7): 1288~1294
- 14 Baosuan Chen, Zhiming Zhang, Jixiong Pu. Tight focusing of partially coherent and circularly polarized vortex beams [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2009.26(4): 862~869
- 15 Chen Baosuan, Pu Jixiong, Zhang Zhiming *et al.*. Focusing of partially coherent and circularly polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture objective [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(6): 1664~1670 陈宝算,蒲继雄,张志明等. 部分相干圆偏振贝塞尔-高斯光束经

高数值孔径透镜的聚焦[J].光学学报,2009,29(6):1664~1670

- 16 Liu Yong, Chen Jiabi. Effect of primary spherical aberration on focusing field of cylindrical-vector Bessel-Gaussian beams [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(7): 1996~1999
  刘 勇,陈家璧.初级球差对矢量柱状贝塞尔-高斯光束聚焦场的影响[J]. 光学学报, 2009, 29(7): 1996~1999
- 17 K. Youngworth, T. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. Opt. Express, 2000,7(2): 77~87
- 18 T. Ando, Y. Ohtake, T. Inoue *et al.*. Shaping tight-focusing patterns of linearly polarized beams through elliptic apertures [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2008,**92**(2): 021116
- 19 E. Wolf. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams [J]. Phys. Lett. A, 2003,312(5-6): 263 ~267
- 20 M. Gu. Advanced Optical Imaging Theory [M]. New York: Springer-Verlag, Heidelberg, 1999. 166~167
- 21 K. Lindfors, T. Setala, M. Kaivola *et al.*. Degree of polarization in tightly focused optical fields[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2005, 22(3): 561~568